

## 論文 コンクリート構造を対象とした非線形き裂進展解析法の提案

伊藤 恭平<sup>\*1</sup>・大杉 敏之<sup>\*2</sup>・谷口 健男<sup>\*3</sup>・廣瀬 壮一<sup>\*4</sup>

**要旨:** コンクリート構造を対象とし、線形き裂進展解析とき裂先端での引張軟化特性を考慮した非線形き裂進展解析を行い、き裂進展経路やその耐荷力について比較・検討を行うと、少なくともき裂進展経路については線形解析で十分実験に近い値が得られることが分かった。そこで本研究では、非線形き裂進展挙動の解明における計算効率の改良を目指し、き裂進展経路については線形解析を、耐荷力の算定にはき裂先端での引張軟化特性を考慮した非線形解析を行う新しい計算方法を提案し、その妥当性についての検討を行った。その結果、計算効率は改善され、引張軟化曲線等を改良することで精度を向上させられることが分かった。

**キーワード:** 非線形き裂進展解析法, 引張軟化曲線, 有限要素法, 破壊力学

## 1. はじめに

コンクリート構造物の破壊挙動を把握するために、破壊に関する数値解析が注目されている。構造設計においては、構造物の最終的な耐力の算定が必要不可欠であり、そのためには構造物を破壊に至らしめる要因であるき裂進展プロセスの解明が必要である。ここではき裂進展解析により構造物の破壊挙動を明らかにし、特に耐荷力を把握することを目的とした。

筆者らの研究により非線形破壊力学を用い、また離散ひびわれモデルを採用することによりき裂進展経路の算定が可能となった<sup>1)</sup>。しかし、耐荷力に関しては未だ不十分な結果しか得られておらず、また数値解析上き裂進展経路を決定するために大変な手間と時間を費やす等の問題点がある。

そこで本研究では、耐荷力の算定に影響が考えられる①引張軟化曲線、②材料定数、③有効き裂長、④せん断方向結合力について種々の数値実験を行うことにより、荷重-変位関係の検証を行う。また、計算効率の向上に関しては、き裂進展経路の決定において線形解析・非線形解析の比較を行

い、どの部分で非線形解析が必要であるかを考えることにより、効率的な解法の提案を行う。

## 2. 非線形き裂進展解析

## 2.1 き裂進展経路

著者らの研究で線形解析<sup>2)</sup>では 1)クラック先端の周方向直応力最大の方向、2)ひずみエネルギー密度最小の方向、また非線形解析<sup>3)</sup>では 3)面内せん断型応力拡大係数  $K_{II}=0$  の方向によりそれぞれき裂進展方向を決定してきた。線形解析で用いた 1), 2)の方法にはほとんど差が見られず、また実験に近い良好な結果が得られた、一方、3)を用いた非線形解析ではき裂がある長さになるとき裂前面に幅広く  $K_{II}=0$  の領域が出現するため進展方向の決定が困難になり計算を停止した。そこで、今回提案する計算方法では線形解析でき裂進展経路を求めき裂進展方向は 2)のひずみエネルギー密度最小の方向とした。クラック先端には応力の特異性を表現するため、四辺形要素の一つの辺を点に併合した Barsoum の三角形アイソパラメトリック特異要素<sup>4)</sup>を用いた(図-1)。ここで、き裂進展角

\*1 (株)建設技術研究所 大阪支社技術第2部 課長 工修(正会員)

\*2 岡山大学大学院工学研究科

\*3 岡山大学 環境工学部環境デザイン工学科 教授 工博

\*4 東京工業大学 工学部土木工学科 助教授 工博

度を求める際に用いられる応力拡大係数は下記の算定式<sup>9)</sup>により決定する。

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{L} \frac{G}{K+1}} \{4(u_a - u_a') + u_b' - u_b\} \quad (1)$$

$$K_{II} = \sqrt{\frac{2\pi}{L} \frac{G}{K+1}} \{4(v_a - v_a') + v_b' - v_b\}$$

$\nu$  : ポアソン比,  $G$  : せん断弾性係数,  $L$  : 特異要素長,  $u_a, v_a$  : 節点 a でのき裂開口方向節点変位, き裂せん断方向変位

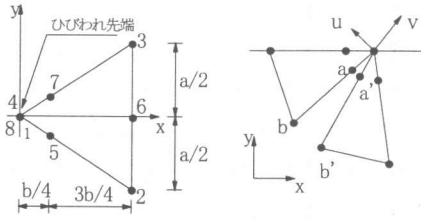


図 1 アイソパラメトリック特異要素

## 2.2 耐荷力の算定

### (1) 離散ひび割れモデルの構成則

均質系材料のなかで、コンクリートのき裂進展による破壊の特徴は、巨視的に完全に開口しているき裂の先端にマイクロクラックが累積した破壊進行領域が存在することである。この現象はき裂面の応力と変位によって与えられるが、現状では引張軟化特性が研究の中心であり、その他については実験的にはほとんど明らかにされていない。本研究においてもせん断方向の軟化特性は考慮していない。そこで、き裂開口方向、つまりモード I のみを考慮した以下の式を用いる事とする。

$$\sigma = C_{nn} u \quad (2)$$

ここで、 $\sigma$  は垂直応力,  $u$  はき裂開口変位である。 $C_{nn}$  は定数ではなく、き裂開口変位の増加に伴い伝達力が減少するという引張軟化現象を表す非線形な値である。

### (2) 結合力モデル

本研究では、き裂先端での引張軟化特性を式(2)で示される Hillerborg<sup>6)</sup>等によって提案された結合力モデルを用いて与える。結合力モデルは、図-2 左図に示すように、き裂先端部に発生する破壊進行領域では開口変位の関数で与えられる結合力が作用していると考えられる。この開口変位-結合応

力関係は図-2 右図のような引張軟化曲線として与え、その曲線下の面積が破壊エネルギー $G_F$ であるというものである。この引張軟化曲線は実験によって得られるが、数値解析には実験で得られた曲線を簡便にした、直線、2直線、多直線および曲線などのモデルが用いられている(図-3)<sup>7)</sup>。き裂開口変位が小さい領域の引張伝達力(結合力)のみが耐荷力に重要な役割を果たすことから、コンクリート部材の最大荷重の検討には一般に直線モデルで十分であるとされる<sup>8)</sup>。しかし、破壊エネルギー値 $G_F$ (引張軟化曲線下の面積)を同一にしても全く異なる最大荷重や荷重-変位曲線を示すこともある。そこで、本研究では 3.3(1)においていくつかの引張軟化曲線を用いて数値シミュレーションを行い荷重-変位曲線についての検討を行う。

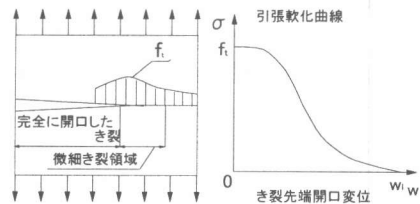


図 2 結合力モデルと引張軟化曲線

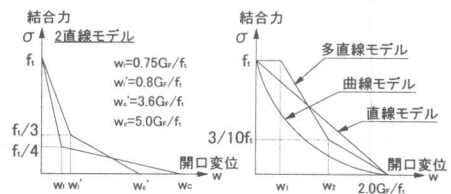


図 3 引張軟化曲線(近似モデル)

### (3) 応力特異性の除去

線形破壊力学を用いた場合、き裂先端近傍での応力は $r^{-1/2}$ の特異性を示し、変位は $r^{1/2}$ に比例定数 $K_I$ で比例することが知られている<sup>9)</sup>。

モード I(開口型変形)においては、き裂先端近傍の応力や変位の分布は式(3),(4)のように近似的に表される。

よって、この時のき裂開口形状と応力分布は図-4 左図のような形状を示す。ところが実際のコン

クリート中のき裂先端には微小なき裂が発生したり骨材のかみ合わせ等により力が働いている状態にあり、き裂開口形状は図-4 右図のような形状を示す。そこで本研究では、き裂先端近傍部分での

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left( k - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \left( k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

開口型特異項  $K_I$  値を 0 と仮定する。これにより、き裂先端近傍の変位を示す式(4)からも分かるように、き裂先端近傍での開口変位の  $r^{1/2}$  項は消え、 $\{u\} = O(r^2)$  となる。これによりき裂開口形状は図-4 右図のようになり実際のき裂先端付近の開口形状をうまく表現できると同時にき裂先端部での応力の特異性も除去できると考える。以上より、本研究では  $K_I=0$  を充足させる。

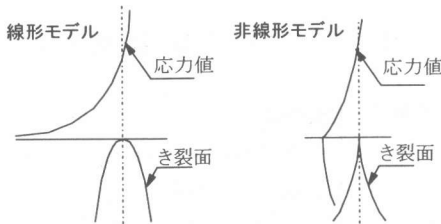


図 4 線形と非線形のき裂開口形状と応力分布

## 2.3 解析手法

### (1) き裂進展経路解析

以下に計算方法についての手順を示す。

1. 解析領域を設定し要素分割を行う。
2. き裂導入前に応力解析を行い、初期き裂を決定する。
3. 設定したき裂に従って要素分割を行う。
4. 線形解析を行いき裂の進展方向とき裂進展長を決定する。(3,4 を繰り返す。)

### (2) 耐荷力

き裂進展経路を算定する際の各ステップで非線形解析を行いそのときの耐荷力を計算する。そのため、初期状態で荷重点での変位、荷重の大きさは共に未知となっており、以下に示す特別な計算方法が必要となる。

有限要素法による剛性マトリックスを  $[K]$  とすると、節点変位  $\{u\}$  と節点力  $\{f\}$  の間には、

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (5)$$

の関係をj得る。さらに、本解析モデルに作用する節点力は荷重、き裂表面の結合力、支点反力であり、それらをそれぞれ  $\mathbf{P}, \mathbf{F}, \mathbf{R}$  と表し、それぞれの節点力に対応する節点変位を  $u^P, u^F, u^R$  とする。

また支点での変位境界条件 ( $u^R=0$ ) を考慮すると、最終的に次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} u^P \\ u^F \\ \mathbf{R} \\ u \end{Bmatrix} = [\overline{K}]^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} + [\overline{K}]^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

上式より、荷重  $\mathbf{P}$  と結合力  $\mathbf{F}$  を求めれば各節点変位ならびに反力を得ることができる。荷重  $\mathbf{P}$  と結合力  $\mathbf{F}$  は以下のようにして求めた。

結合力  $\mathbf{F}$  は引張軟化曲線によって開口変位の非線形な関数として与えられる。よって、結合力  $\mathbf{F}$  を求めるには繰り返し計算を必要とする。ここでは、第一ステップにおいて適当な結合力  $\mathbf{F}$  を初期条件として与え、得られた開口変位よりの引張軟化曲線を用いて結合力を求め、それを次のステップの既知の結合力とした。

荷重  $\mathbf{P}$  はき裂先端での応力拡大係数  $K_I=0$  の条件から求めた。き裂先端に、特異アイソパラメトリック要素(図-1 右図)を用いた時、応力拡大係数  $K_I$  とき裂先端近傍のき裂法線方向節点変位には式(7)の関係がある。<sup>5)</sup>

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \frac{G}{k+1} [4(u^F(a) - u^F(a')) + u^F(b') - u^F(b)] \quad (7)$$

$$k = \begin{cases} 3-4\nu & (\text{平面ひずみ}) \\ (3-\nu)/(1+\nu) & (\text{平面応力}) \end{cases}$$

$\nu$  : ポアソン比,  $G$  : せん断弾性係数,  $L$  : 特異要

素長,  $u^F(a)$ : 節点 a でのき裂法線方向変位

式(6)より  $u^F$  は  $P$  の関数として表されるので, それを式(7)=0 に代入することにより,  $P$  を求められる。得られた  $P, F$  を式(6)に代入すれば節点変位が得られる。以上のステップを, 荷重  $P$  の値が収束するまで繰り返す。

### 3. 数値解析

#### 3.1 解析モデル

本研究では, 社団法人日本コンクリート工学協会による共通解析問題 2 「アンカーボルトの引き抜き実験及び解析問題」<sup>7)</sup> の #1 の非線形き裂進展解析を行う。解析モデルを図-5 に, モデル寸法については表-1 に示す。材料定数については, 破壊エネルギー  $G_F=100(\text{Nm/m}^2)$ , 引張強度  $f_t=3.0(\text{MPa})$ , 弾性定数  $E_c=30.0(\text{GPa})$ , ポアソン比  $\nu=0.2$  とする。この解析モデルは左右対称な形状と境界条件を持つことから左側半分のみを対象とし, 平面応力状態として解析を行う。対称軸上の境界条件は水平方向固定の条件を用いた。

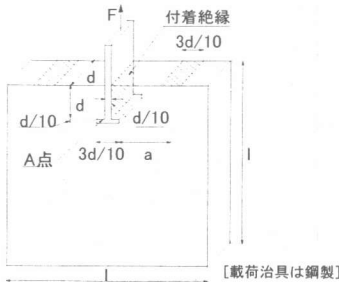


図 5 アンカーボルト引き抜き破壊解析モデル

表-1 モデル寸法

	d(mm)	a(mm)	b(mm)	l(mm)
#1	150	300	100	900

本解析では, き裂先端において発生する応力分布を十分に考慮して解析を行うために, き裂先端に近づくほど小さくしていき, 最小の要素で  $0.3\text{mm}$  とした。(図 1 右図でのき裂先端から  $b$  および  $b'$  までの長さ  $=0.3\text{mm}$ )

#### 3.2 き裂進展経路

図-6 に実験結果<sup>7)</sup>, 図-7 に線形解析より得られたき裂進展経路を示す。解析結果からき裂進展経路の算定には, 線形解析でも精度の高い解が得られることが分かる。ここでの進展経路推定には, 滑らかな経路が得られるようにき裂進展長を小さく設定したため, 相当数の要素再分割が必要であるが, 自動要素分割法<sup>10)</sup>により省力化を図った。

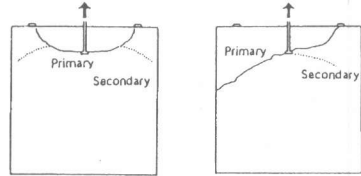


図-6 アンカーボルト引き抜き破壊問題 #1 き裂進展経路 (実験結果)



図-7 #1 き裂進展経路 (解析結果)

#### 3.3 荷重-変位曲線

本研究では, き裂進展方向を線形解析により決定し, その各き裂長のときの耐荷力を非線形解析により算定している。図-8 に示す実験<sup>7)</sup>と数値解析の荷重-変位曲線を比較すると, 最大荷重については実験結果にくらべて解析結果のほうがやや大きな値を示し, 変位に関しては本解析から得られた値の方が小さく実験結果とは開きがあるといえる。そこで, 下記検討を行った。

##### (1) 引張軟化曲線についての検討

数値解析には実験で得られた曲線を簡便にした, 直線, 2直線, 多直線及び曲線などのモデルが用いられているが, ここでは, 直線モデルと2直線モデル(図-9)を用いることにする。得られた荷重-変位曲線を図-10 に示す。解析結果から2直線(1/4)モデル(model1)を用いたとき, 最大荷重が実験値

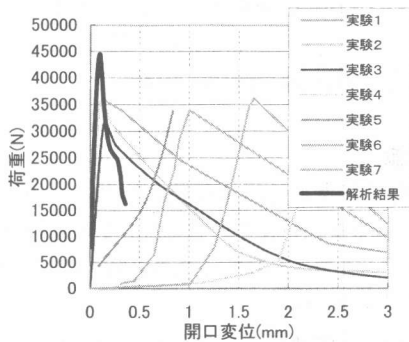


図-8 荷重-変位曲線 1

に非常に近づき、最大荷重値以降の曲線の形状が実験結果に比較的近いと思われる。以降、引張軟化曲線は 2 直線 (1/4) モデルを使用した。model3~model4 は曲線下の面積を破壊エネルギー  $G_f$  になるように作成したものである。

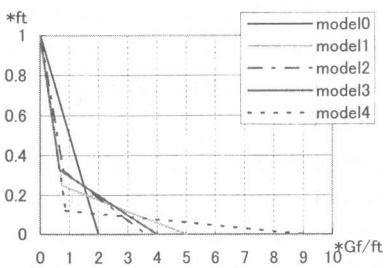


図-9 引張軟化曲線

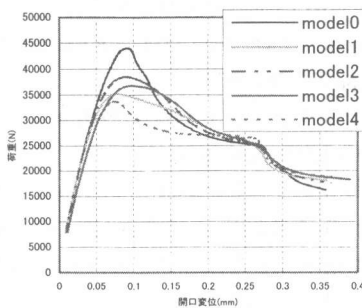


図-10 荷重-変位曲線 2

### (2) 材料定数についての検討

実験<sup>11)</sup>で用いていたコンクリートの材料定数 ( $f_t=2.8\text{MPa}$ ,  $E_c=24.7\text{GPa}$ ,  $G_f=90\text{Nm/m}^2$ ) と解析で用いている材料定数に多少違いが見られたので実験でのコンクリートの材料特性を用いて解析を行っ

た。荷重-変位曲線(図-11)から荷重値は小さくなり変位は大きくなったが未だに十分に近似できたとは言えない。

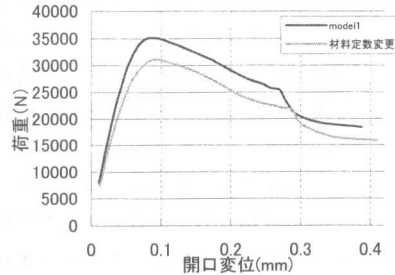


図-11 荷重-変位曲線 3

### (3) 有効き裂長

き裂面に作用する結合力は引張軟化曲線により開口変位から与えられる。しかし、引張軟化曲線の範囲内に開口変位は位置するがいったん開口してしまったき裂面上の点では応力の伝達はないと考えられる。そこで、き裂先端からの距離がある長さに達したき裂面上の点では応力の伝達を無くして解析を行った。ここでは、有効き裂長として無限大と 100mm を用いた。解析結果(図-12)を見ると引張軟化曲線において応力の伝達が行われる開口変位が大きい 2 つの 2 直線モデルではき裂長を 100mm とした解析結果のほうが荷重値のピー

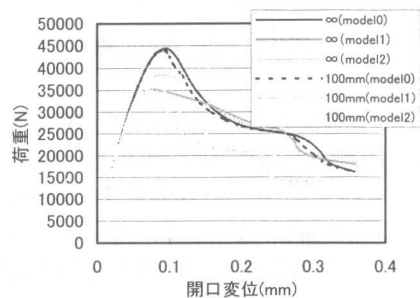


図-12 荷重-変位曲線 4

ク以降急な勾配で荷重が落ちているのが分かる。解析結果は十分なものが得られたとは言えないが、応力の伝達が行われるき裂長には限界があると思われる。したがって、応力の伝達が行われる限界のき裂長についての研究も必要になるとと思われる。

#### (4) せん断方向結合力

き裂先端部の破壊進行領域に作用する結合力について研究の中心となっているのは引張軟化特性についてであり、せん断方向の軟化特性はほとんど明らかにされていない。本研究でも、せん断方向の軟化特性を考慮していなかったが、参考のためにせん断軟化曲線の結合応力を引張軟化曲線の定数 $\alpha$ 倍として与えて解析を行った。ここで、本解析では結合力を変化させる収束計算を行っているため、せん断方向結合力を大きくすると解が収束しなくなる。そこで、定数 $\alpha$ は1以下とする。解析結果(図-13)から、 $\alpha$ を0.1として解析を行った場合、ちょうどき裂進展方向が大きく変化するあたりで、解が不安定になってしまう。しかしそれよりも小さくするとせん断方向を考慮していないものとの差があまりなくなってしまう。このことから、せん断方向の結合力は存在するがその解への影響は小さいと考えられる。

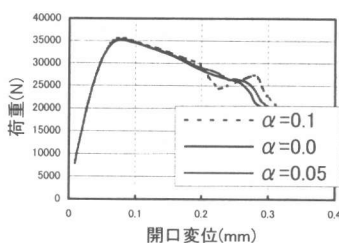


図-13 荷重-変位曲線 5

#### 4. 結論

筆者らが提案する計算方法で得た解析結果から、耐荷力に注目すると実験に十分近い値が得られているといえる、一方、変位に関しては実験結果とは未だ大きな開きがあることより、いくつかの要因を考えその影響を数値実験で検討したが実験結果との開きは改善できなかった。理由の一つとして、解析モデルではき裂は一つしか存在しないが実験における実際のコンクリート構造にはコンクリート中のき裂近傍に無数の微小き裂が存在している点が挙げられる。

今後は、き裂近傍の無数の微小き裂を考慮するためにき裂進展経路周辺の要素の剛性に異方性を

与える、あるいは、損傷を与える、また多数き裂を発生させることができる分布ひび割れモデルの検討を行う等が必要と考えられる。

#### 参考文献

- 1)伊藤恭平,久保博司,大杉敏之,廣瀬壯一,谷口健男:引張軟化特性を考慮したコンクリート構造でのき裂進展解析,土木学会第54回年次学術講演会,1999
- 2)松永昭吾,廣瀬壯一,谷口健男,伊藤恭平:アンカーボルトの引き抜きによるコンクリート構造体でのひび割れ伝播解析,構造工学論文集,Vol.40A, pp511-517,1994
- 3)久保博司:コンクリート構造における混合モードき裂の非線形進展解析に関する基礎的研究,岡山大学修士論文,1999
- 4)Barsoum,A.R.:On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics,International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.10, pp.25-37,1976
- 5)Ingraffea,A.R.:Numerical modelling of fracture propagation, Rock Fracture Mechanics (ed. Rothmaith, H.P.)Springer, Berlin, pp.151-208,1983
- 6)Hillerborg, A.,M.Modeer and P.E.Petersson: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, Cement and Concrete Research, Vol.6, No.6, pp.773-781,1976
- 7)日本コンクリート工学協会:破壊力学の応用研究委員会報告,1993
- 8)日本コンクリート工学協会:コンクリートの破壊力学に関するコロキウム,JCI-C19,1990
- 9)村上裕則,大南正瑛,岩清水幸夫,中山英明:破壊力学入門,オーム社 1979
- 10)春海正和:複数・分岐き裂進展解析のための要素自動分割に関する研究,岡山大学工学部土木工学科特別研究,1995
- 11)中島規道,篠崎裕生,三上浩,日本コンクリート工学協会:破壊力学の応用研究委員会報告, pp.398-401,1993