

論文 並列計算を用いたフリーメッシュ法によるコンクリートの引張破壊解析

島袋 佳*1・富山 潤*2・伊良波 繁雄*3・矢川 元基*4

要旨: 計算機性能の向上に伴い工学の様々な分野の解析に有限要素法(FEM)などの数値解析手法が用いられているが、解析形状が大型化・複雑化するなか、従来の数値解析手法では、解析データ(要素生成など)の作成の困難さや計算時間の問題がある。前者を解決する手法として自動要素生成技術とメッシュレス法がある。後者を解決する手法として並列計算がある。しかし、これらの手法は、それぞれ個別に研究されてきたもので、必ずしも両問題を解決する手法とはなり得ない。両者を解決できると考えられる手法としてフリーメッシュ法(FMM)がある。本研究は、FMMを用いたコンクリートの引張破壊解析法の並列化を行い、良好な結果を得た。

キーワード: 並列計算, フリーメッシュ法, 引張軟化特性, 運動方程式, コンクリート

1. はじめに

近年、計算機性能の飛躍的な進歩に伴い工学の様々な分野の解析に有限要素法(FEM)や有限差分法(FDM)などの数値解析手法が用いられている。しかし、解析形状が大型化・複雑化するに従い、従来の数値解析手法では、解析データ(要素生成、差分格子データなど)の作成の困難さの問題や半導体技術やメモリバンド幅の問題から計算機の処理速度の問題、つまり、計算時間の問題という二つの問題がある。前者を解決する手法として自動要素生成技術とメッシュレス法がある。また、後者を解決する手法として並列計算がある。しかし、これらの手法は、それぞれ個別に研究されてきたもので、必ずしも両問題を解決する手法とはなり得ない。両問題を解決可能であると考えられる手法として FMM¹⁾がある。FMM は、従来の有限要素法を要素ベースから節点ベースに改良したもので、入力データとして節点情報のみを必要とし、ローカルメッシュ生成からその後の剛性マトリックスの作成および求解までをシームレスに(継ぎ目のない)解析が可能である。また、FMM は、データ参照の局所性が存在するため並列処理に適している。そこで本研究は、

文献 2)に示した FMM を用いたコンクリートの引張破壊解析法の並列化を行った。並列計算の有効性の検討として、はじめにデジタル画像より得られた FMM 用入力データ⁵⁾を用いた二次元弾性解析を行い、プロセッサ数の違い、および節点数(解析規模)の違いによるスピードアップおよび並列効率について考察する。次に 1993 年に JCI が実施した「コンクリート構造物の破壊に関する共通解析および実験」の無筋普通コンクリートの曲げ破壊に用いられた供試体の解析を節点数と増分解析における繰り返し数を固定して行い、プロセッサ数の違いによるスピードアップおよび並列効率について検討した。

2. フリーメッシュ法によるコンクリートの引張破壊解析法

本研究で用いた破壊解析法は、文献2)に示してあるので、ここでは、簡単に示すこととする。

2.1 フリーメッシュ法の基本的アルゴリズム

FMM は、各節点(中心節点)ごとにその付近の節点(衛星節点)を集めてローカルな領域で一時的に三角形要素を作り、これらの一時的な三角形

*1 名城大学 理工学部 土木工学科(正会員)

*2 琉球大学大学院 理工学研究科 工学修士(正会員)

*3 琉球大学助教授 工学部環境建設工学科 工博(正会員)

*4 東京大学教授 工学部システム量子工学科 工博

要素の要素剛性マトリックスから中心節点に寄与する行成分を集め、全体剛性マトリックスを作成していく。このため FMM は、グローバルな要素生成を必要としない。具体的には、Fig.1 のように、中心節点 l 付近にある衛星節点 (m, n, o, p, \dots) を集め (中心節点 l の節点密度関数で定義される半径 R の領域)、中心節点 l に対して時計または反時計まわりに並べ、中心節点 l を中心に一時的に三角形要素 (lmn, lno, lop, \dots) を作る。各三角形要素 (例 lmn) について有限要素法と同様に要素剛性マトリックス $[K_e]_{lmn}$ を作成し、 $[K_e]_{lmn}$ の中心節点 l に寄与する行成分のみを全体剛性マトリックス $[K]$ に足し込んでいく。得られた全体剛性マトリックスをもとに連立一次方程式を解く方法は、従来用いられている直接法や反復法を用いることができる¹⁾。

本研究では、CG (共役勾配) 法を用いた。

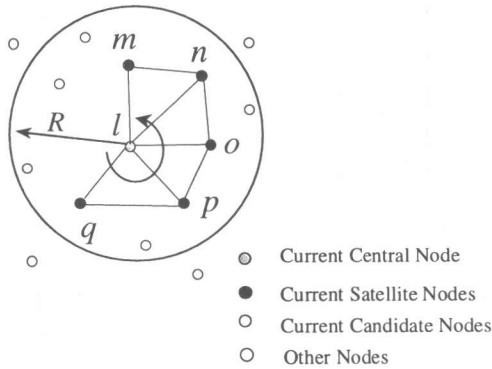


Fig.1 Local radial elements around node l

2.2 コンクリートのひび割れモデル

本解析手法は引張軟化を考慮したひび割れモデルとして、ひび割れ方向を任意に求めることの出来る Fig.2 に示すひび割れ帯モデル³⁾を用いた。また、Fig.3 のように引張軟化特性を考慮したモデルとして、引張応力-ひび割れ幅関係を2直線で表したモデルを引張応力-ひずみ関係に置き換えたモデルを採用した。ひび割れは、最大主応力がコンクリートの引張強度に達すると最大主応力と直交する方向に生じるとした。

ひび割れ発生後の応力-ひずみ関係は、Fig.2 に示す局所座標系 $n-t$ に対して式(1)を用いた。

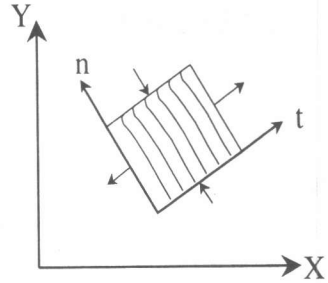


Fig.2 Idealization of a single crack

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} d\sigma_t \\ d\sigma_n \\ d\tau_{tn} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_{cr} & 0 & 0 \\ 0 & E_c & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_t \\ d\varepsilon_n \\ d\gamma_{tn} \end{Bmatrix} \\ &= [D_{cr}] \{d\varepsilon\} \end{aligned} \quad (1)$$

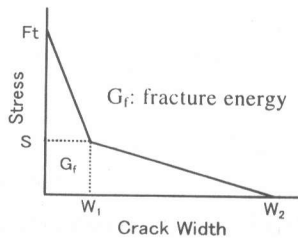
ここで、 E_{cr} は、ひび割れ発生後の引張軟化特性を示し、応力状態が軟化曲線の第一勾配時で $E_{cr} = E_c \cdot E_{cr1} / (E_{cr1} + E_c)$ 、第二勾配時で $E_{cr} = E_c \cdot E_{cr2} / (E_{cr2} + E_c)$ を用いる。 E_{cr1} 、 E_{cr2} は、それぞれ Fig.3(b) に示す軟化曲線の第一、第二勾配である。 E_c は、ヤング係数、 G は、せん断剛性係数、 β' は、せん断剛性低減係数で $\beta' = 0 \sim 1.0$ を用いた。また、ひび割れ要素の剛性マトリックス $[K_{cr}]_e$ は、全体座標系から局所座標系への応力、ひずみ座標変換マトリックス $[T_\sigma]$ 、 $[T_\varepsilon]$ を用いて X-Y 座標系に変換した式(2)を用いた。

$$[K_{cr}]_e = \int_V [B]^T [T_\sigma]^{-1} [D_{cr}] [T_\varepsilon] [B] dV \quad (2)$$

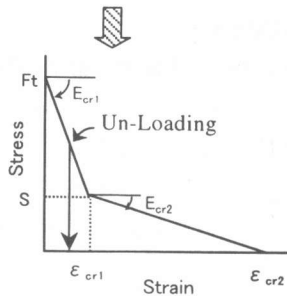
ここで、 $[B]$ は、ひずみ-変位マトリックスである。

ひび割れ帯モデルで問題となるのがひび割れの等価長さ l_{eq} である。本手法では、Fig.4 に示すように中心節点と衛星節点の距離を主応力 σ_1 方向に影した長さ l'_{eq} の最大の2倍を等価長さとした。

また、FMM は、節点単位で計算するため、中心節点がひび割れ節点と判定された場合は、Fig.5(c) のように中心節点周りの要素に一樣にひび割れが生じるとして計算した。



(a) Stress-Crack width relation



(b) Stress-Crack strain relation

Fig. 3 Tension softening diagram

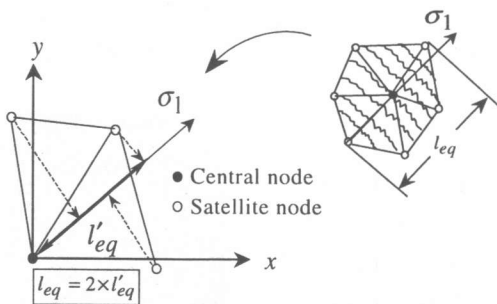


Fig. 4 Idealization of equivalent length l_{eq}

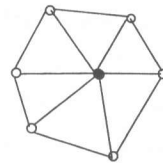
2. 3 中心節点の応力評価

FMM の節点応力評価法は、文献2)に示してあるので、ここでは簡単に示す。中心節点周りの要素パターンとして、Fig. 5 のように3パターンが考えられる。

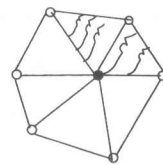
パターン1) 中心節点の応力は、中心節点周りのローカル要素の応力の平均値とする。

パターン2) 中心節点の応力は、健全なローカル要素だけの応力の平均値とする。

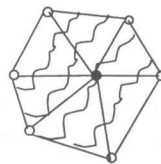
パターン3) での中心節点の応力は、中心節点周りのローカル要素の応力の平均値とする。



(a) Pattern.1



(b) Pattern.2



● : Considered central node

(c) Pattern.3

Fig. 5 Element pattern around considered central node

2. 4 増分解析

2. 4. 1 ニューマークのβ法による増分法

増分型運動方程式は、次式で表される²⁾。

$$[M]\{\Delta\ddot{u}\} + [C]\{\Delta\dot{u}\} + [K]\{\Delta u\} = \{\Delta P\} \quad (3)$$

ここで、 Δ は、増分記号、 P は荷重、 u 、 \dot{u} 、 \ddot{u} は、それぞれ変位、速度、加速度、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスである。

ニューマークのβ法より速度増分 $\{\Delta\dot{u}\}$ 、加速度増分 $\{\Delta\ddot{u}\}$ は式(4)(5)で表される。それらを式(3)に代入して得られた式(6)が本解析に用いた基本式である。

$$\{\Delta\dot{u}\} = \frac{1}{2\beta\Delta t}\{\Delta u\} + \frac{1}{2\beta}\{\dot{u}\} + \Delta t\left(1 - \frac{1}{4\beta}\right)\{\ddot{u}\} \quad (4)$$

$$\{\Delta\ddot{u}\} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} + \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\} + \frac{1}{2\beta}\{\ddot{u}\} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\beta\Delta t}[C] + [K] \right] \{\Delta u\} \\ &= \{\Delta P\} + [M] \left\{ \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\} + \frac{1}{2\beta}\{\ddot{u}\} \right\} \\ & \quad + [C] \left\{ \frac{1}{2\beta}\{\dot{u}\} + \left(1 - \frac{1}{4\beta}\right)\Delta t\{\ddot{u}\} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

なお、減衰項は無視し、 $\beta = 0.5$ としている。

2.4.2 解析方法

増分計算は、時間間隔 Δt 毎に計算する方法で、各増分の段階で、節点の最大引張主応力が、引張強度に達したかどうかを判定し、引張強度を越えた場合は、軟化を考慮した $[D_{cr}]$ マトリックスを用いて増分解析を行った。なお、時間増分 Δt は、解析対象構造物の固有周期 T を参考にして決めている。

3. フリーメッシュ法の並列化

従来の FEM の並列計算に関する研究は、解析領域を複数の部分領域に分けて解析を行う領域分割法 (DDM) と連立一次方程式を解く部分を並列にする方法に大別される⁴⁾。しかし、自動メッシュ生成の並列化の研究は、遅れている。その点 FMM は、データ参照の局所性が存在するため、節点ごとの処理を独立して行うことができ、ローカル要素生成、全体剛性マトリックスの作成および求解の並列化が可能である。FMM と FEM の領域分割の違いは Fig.6 のようになり、FMM は FEM に比べ領域分割が容易であるのがわかる。

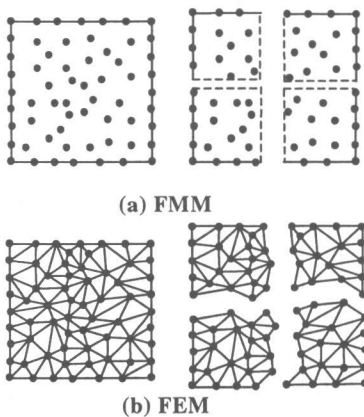


Fig.6 Different domain decomposition of FEM and FMM

また、並列処理を評価する場合に用いる指標としてスピードアップ S_n と並列効率 E_n がある。 S_n 、 E_n を次式に示す⁴⁾。

$$S_n = \frac{t_1}{t_n} \quad (7)$$

$$E_n = \frac{S_n}{n} = \frac{t_1}{n \cdot t_n} \quad (8)$$

ここで、 t_1 、 t_n は、それぞれ1プロセッサ、 n プロセッサを用いて計算したときの処理時間を示す。

使用した計算機は、Pentium II、400MHz、256M 5台 (PC クラスタ)、通信の制御は、PVM を用いた。

4. 数値解析例

4.1 コンクリートの応力解析による検討

ここでは、文献5)に示したデジタル画像から FMM 用解析データ作成法によって作成した Fig.7 に示すコンクリート断面 (円柱供試体の中央付近から $5 \times 5 \text{cm}$ の正方形を取り出したもの) の割裂試験時の弾性応力解析を行った。

解析は節点数 (961, 2161, 8556, 19320, 77004 節点) の異なる5ケースをプロセッサ数1~5まで増やしていき、スピードアップと並列効率について考察した。なお、節点分布は、格子状に配置した。

<Mortal >
 $E=200000 \text{kgf/cm}^2$
 $\nu=0.21$
 <Aggregate >
 $E=561224.5 \text{kgf/cm}^2$
 $\nu=0.15$

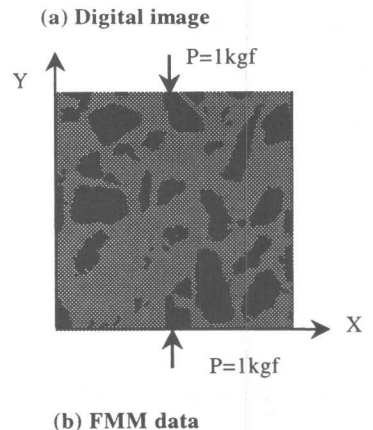
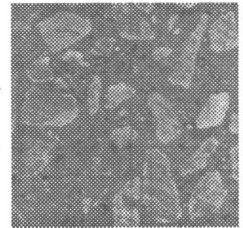


Fig.7 Analysis domain

次に解析結果を示す。

Fig.8 に解析領域全体の主応力分布を示す。

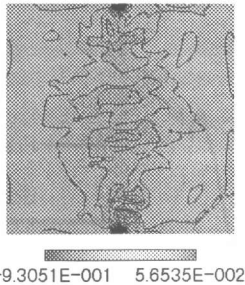


Fig.8 Distribution of principal stress(kgf/cm²)

Fig.8 に示すように粗骨材の影響による主応力のばらつきをFMMを用いると簡単に計算できる⁵⁾。

次に、Fig.9, 10 に全解析時間に対するスピードアップ、並列効率を示す。

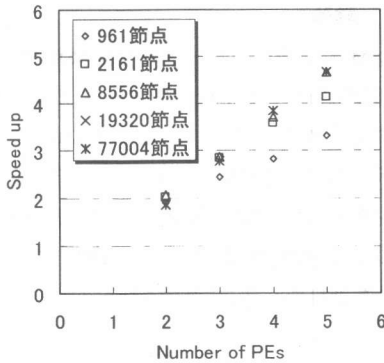


Fig.9 Relation between Speed up and Number of PEs

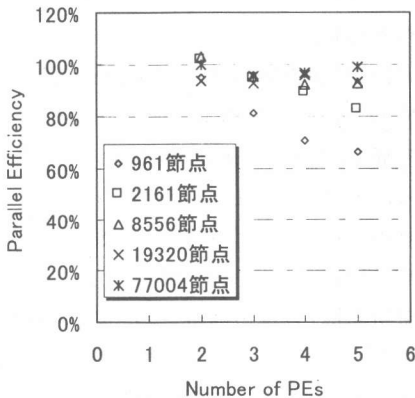


Fig.10 Relation between Parallel efficiency and Number of PEs

Fig.9 よりスピードアップは、プロセッサ数、節点数共に多ければ多いほど大きな値を示しているのがわかる。しかし、2プロセッサでは、どの節点数でも2倍ほど出ているが、節点数が多くなるに従い、倍率は下がる傾向にある。Fig.10 より並列効率は、節点数が少ないとプロセッサ数が増えるに従い、並列効率は悪くなるのがわかる。しかし、節点数が77004節点では、2~5プロセッサで100%近い並列効率が得られた。

並列効率が100%を越えるところがあるが、これはキャッシュメモリの影響であると考えられる。

なお、今回の考察は、あくまでも5プロセッサまでの並列処理に限る。

4.2 ひび割れ解析への適用

ここでは、文献2)で示したFMMを用いたコンクリートのひび割れ解析手法の並列化を行った。ただし、今回は、ひび割れ判定、変位以外の増分値の求解および各増分値の足し合わせは、メインのプロセッサ1台で行っている。

解析は、1993年にJCIが実施した「コンクリート構造物の破壊に関する共通解析および実験」³⁾の無筋コンクリートの曲げ破壊に用いられた供試体#1の解析を節点数(1701節点)と増分解析における繰返し数(150回:最大荷重後約8%荷重低下までを比較)を固定して行い、プロセッサ数の違いによるスピードアップおよび並列効率について検討した。解析に用いたコンクリートの材料特性をTable.1に供試体とその節点分布をFig.11に示す。また、Fig.12,13にスピードアップ、並列効率を示す。

Table.1 Property of concrete

弾性係数 $E_c(N/mm^2)$	27500.0
引張強度 $f_t(N/mm^2)$	2.9
圧縮強度 $f_c(N/mm^2)$	34.3
単位体積重量 $\gamma(N/mm^3)$	2.3×10^{-6}
重力加速度 $g(mm/sec^2)$	9800.0
破壊エネルギー $G_f(N/mm)$	0.1
引張軟化曲線モデル	1/4モデル
一次の固有周期 $T(sec)$ #1	1.83×10^{-4}

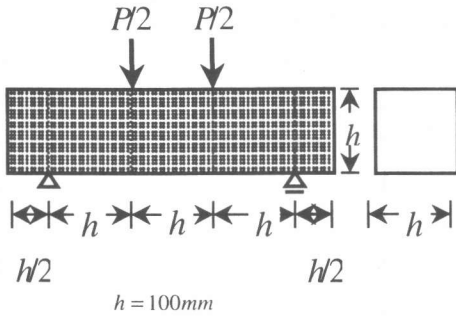


Fig.11 Specimen and Nodes distribution(1701)

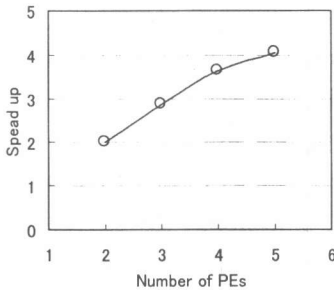


Fig.12 Relation between Speed up and Number of PEs

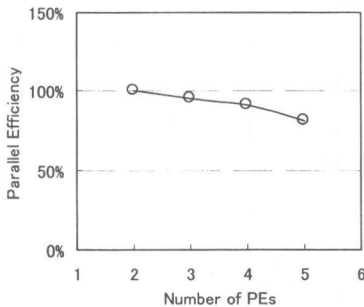


Fig.13 Relation between Parallel efficiency and Number of PEs

Fig.12より弾性解析のような直線的なスピードアップは見られないが、5 プロセッサで4倍程度のスピードアップが得られた。また、Fig.13の並列効率は、2プロセッサで100%出ているが、プロセッサ数が増えるに従って並列効率は低下している。これは、今回の解析規模が比較的小さいため、増分毎に各プロセッサ内で行われる並列処理に比べプロセッサ間の通信や同期を取る部分の影響がプロセッサ数

の増加に従い顕著に現れたものと考えられる。

増分数 150 回での荷重-変位曲線を Fig.14 に示す。比較のため内田らの行った解析値も同時に示した。

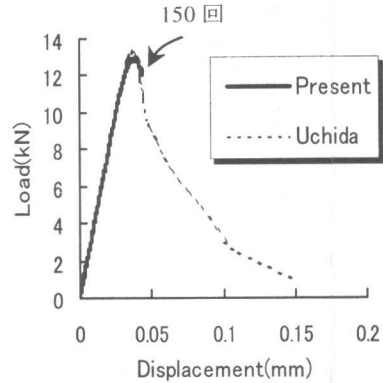


Fig.14 Load-Displacement curve

5. 結論

FMMによるコンクリートの引張破壊解析手法の並列化を行い、その有効性を検討した。プロセッサ台数倍のスピードアップは得られなかったが、弾性解析においては解析規模が大きくなるほど、その有効性を示した。また、増分法を用いたひび割れ解析のように繰り返し計算の必要な場合でも、並列計算の有効性を示すことができた。

参考文献

- 1) 山田知典:フリーメッシュ法の並列化, 東京大学修士論文, 1997
- 2) 富山潤, 伊良波繁雄, 矢川元基, 矢吹哲哉:フリーメッシュ法によるコンクリートの引張破壊挙動の解析, コンクリート工学年次論文集, 第11巻1号, pp.1-2, 2000.1
- 3) 日本コンクリート工学協会:破壊力学の応用研究委員会報告書, 1993.10
- 4) 矢川元基, 曾根田直樹:パラレルコンピューティング, 培風館, 1991
- 5) 松本洋, 伊良波繁雄, 富山潤, 矢川元基, 簡単な画像処理を用いたフリーメッシュ法の二次元問題への応用, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, pp.31-36, 1999