

# 論文 ひずみ軟化を考慮したコンクリートの繰り返し変形挙動のモデル化

水野英二\*<sup>1</sup>・高瀬雄士\*<sup>2</sup>・畑中重光\*<sup>3</sup>

**要旨:** 本研究では、一軸圧縮下での漸増ひずみ繰り返し載荷の実験データのみを用いて、除荷および再載荷挙動のモデル化を行い、圧縮下でのコンクリートの繰り返し変形挙動を再現できるように、筆者らのひずみ軟化型構成モデルを拡張する。まず、除荷および再載荷挙動などによるコンクリートの変形に費やされる非弾性エネルギー量に基づいて、弾性係数（ヤング係数およびポアソン比）を変化させることにより非線形挙動を再現することを試みる。続いて、本提案モデルにより（1）漸増ひずみ繰り返し載荷、（2）定荷重繰り返し載荷、（3）定ひずみ繰り返し載荷下での検証解析を行い、実験から得られる挙動と比較・考察する。

**キーワード:** 繰り返し変形挙動, ひずみ軟化, 応力-ひずみ関係, 構成モデル

## 1. はじめに

コンクリートは、低い拘束圧下（2 MPa 程度）においては、最大応力以降は破壊の局所化を伴うひずみ軟化挙動が支配する。それゆえ、軟化域での繰り返し変形特性を如何に合理的にモデル化するかは鉄筋コンクリート(RC) 構造物の繰り返し変形解析を行う上で重要となる。

図-1 に示すような繰り返し圧縮下でのコンクリートの挙動が実験結果<sup>1)</sup>より知られている。図-1 (a) に示す漸増ひずみ繰り返し載荷では、軟化域

のある時点（最大応力時のひずみ  $\epsilon_m$  の2倍程度）を超えると、荷重を完全に除去した後の残留ひずみ  $\epsilon_p$  の増量  $d\epsilon_p$  は、漸増したひずみ増分量  $d\epsilon_c$  とほぼ一致する。また、図-1 (b) に示す定荷重繰り返し載荷では、上界ひずみ（各載荷ループでの最大ひずみ）の増分量は、繰り返し回数  $n$  の増加とともに徐々に減少し、ほぼ一定値になるが、ある時点から急激に増大し、最終的にコンクリートの破壊に至る。さらに、図-1 (c) に示す定ひずみ繰り返し

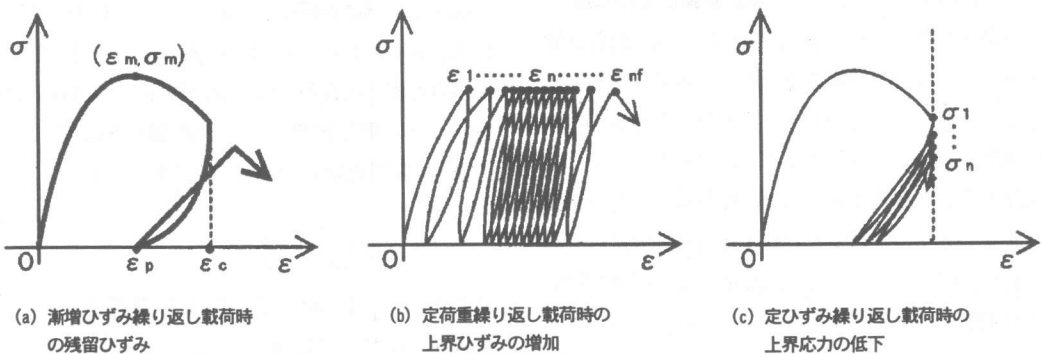


図-1 高応力繰り返し一軸圧縮時の応力-ひずみ曲線<sup>1)</sup>

\* 1 中部大学教授 工学部土木工学科 Ph.D. (正会員)  
 \* 2 岐阜大学大学院 工学研究科博士前期課程土木工学専攻  
 \* 3 三重大学教授 工学部建築学科 工博 (正会員)

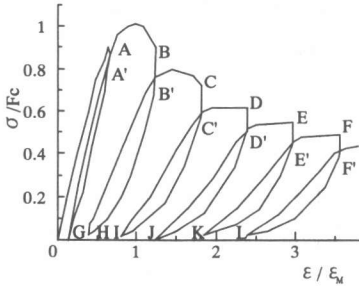


図-2 実験曲線 (小阪ら<sup>3)</sup>)

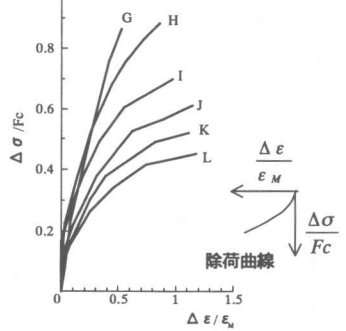


図-3 各種除荷曲線

載荷では、上界応力 (各載荷ループでの最大応力)  $\sigma_n$  は繰返し回数  $n$  の増加とともに低下する。本研究では、筆者らのひずみ軟化型構成モデルを拡張して、上述したような圧縮下でのコンクリートの繰返し挙動を再現することを試みる。

2. ひずみ軟化型構成モデルの概要とその拡張

筆者らのひずみ軟化型構成モデル<sup>2)</sup>は、負荷状態下において、ひずみ空間で定義された負荷曲面の弾塑性マトリックスを用いて、コンクリートのひずみ軟化挙動を精度よく再現することができる。しかし、除荷および再載荷状態では、弾性係数 (ヤング係数  $E$  およびポアソン比  $\nu$ ) が一定であると仮定してあるため、図-2に示すような除荷および再載荷時での非線形挙動を再現できない。それゆえ、以下に示す内容を取り入れることにより、本構成モデルを拡張する。

1) 負荷状態では、これまでのひずみ軟化型構成モデルによる弾塑性マトリックスを用い、その中に含まれる弾性定数 ( $E$  および  $\nu$ ) は一定とする。

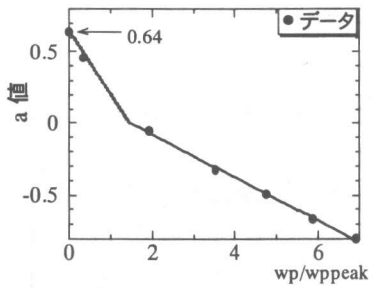


図-4 a-Wp/Wppeak 関係

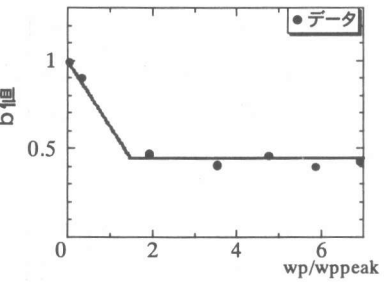


図-5 b-Wp/Wppeak 関係

2) 除荷および再載荷状態では、塑性吸収エネルギー量  $Wp$  と繰返し挙動により生ずる非弾性エネルギー  $-dWp$  によりヤング係数  $E$  とポアソン比  $\nu$  を変化させ、非線形挙動を再現することを試みる。

本研究の特徴は、一軸圧縮下での漸増ひずみ繰返し載荷実験データ<sup>3)</sup>を基に、側圧が変動するような一般的な三軸圧縮下での非線形繰返し挙動も再現できるようにモデル化することである。

3. 一軸圧縮下での繰返し載荷実験データに基づくモデル化

本節では、小阪らの実験データ<sup>3)</sup>を例に採り、除荷曲線および再載荷曲線のモデル化を示す。

3.1 除荷曲線のモデル化

図-2に示す各種除荷曲線 (A-G, B-H, C-I, D-J, E-K および F-L) に対して、A~F 点の除荷時点を取原点に取り、軸ひずみ増分  $\Delta \epsilon$  と軸応力増分  $\Delta \sigma$  との関係を整理した結果を図-3に示す。

これら除荷曲線に対して、次式を適用する。

$$\Delta \sigma / F_c = e^a \left( \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_m} \right)^b \quad (1)$$

ここで、 $\epsilon_m$  は一軸圧縮下での最大圧縮応力時のひずみを、 $F_c$  は一軸圧縮強度を示す。また、係数  $a$  および  $b$  は最小二乗法によって求められる値である。

式 (1) の係数値 ( $a$  および  $b$ ) と各除荷時点 (例えば、A~F 点) までのエネルギー吸収量 ( $Wp/Wppeak$ ) との関係を、それぞれ図-4および図-5に示す。図中の●は、実験データより求めた点であり、実線は最小二乗法を用いて求めた直線で

ある。なお、 $W_p/W_{ppeak}$  は、除荷時点のエネルギー吸収量  $W_p$  をその時点の等価拘束圧<sup>2)</sup>  $\sigma_c$  下での応力-ひずみ曲線の最大応力時までのエネルギー吸収量  $W_{ppeak}$ <sup>2)</sup> により無次元化したものである。 $W_{ppeak}$  は、文献<sup>2)</sup> によれば、等価拘束圧  $\sigma_c$  の関数として与えられる。

式(1)から得られる除荷時でのヤング係数  $E^m$  は、

$$E^m = E \cdot e^{a-0.64} \cdot b \left( \frac{\Delta\sigma/Fc}{e^a} \right)^{1-\frac{1}{b}} \quad (2.a)$$

となり、一般応力状態下でも適用可能な式である。なお、 $E$  は初期ヤング係数であり、次式で示される。

$$E = e^{0.64} \left( \frac{1}{\varepsilon_m} \right) \cdot Fc \quad (2.b)$$

### 3.2 再載荷曲線のモデル化

図-2に示す再載荷曲線(例えば、G-A', H-B', I-C', J-D', K-E'およびL-F')に関し、再載荷時点(G~L点)をそれぞれ原点に取り、軸ひずみ増分  $\Delta\varepsilon$  と軸応力増分  $\Delta\sigma$  の関係を整理した結果を図-6に示す。

本研究では、再載荷曲線は直線と仮定して、それらの傾きと除荷時点(例えば、A~F点)でのエネルギー吸収量  $W_p$  との関係求めた。その結果を図-7に示す。なお、図中の●は、実験データより求めた点であり、実線は最小二乗法より求めた曲線である。傾きの基準には、初期のヤング係数  $E$  を用いる。また、負荷曲面の大きさに関する強度パラメータ  $F_p$  の値が42以下である初期弾性域内(見かけ

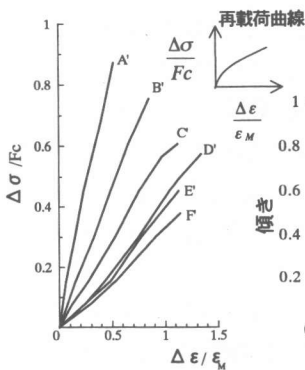


図-6 再載荷後の挙動

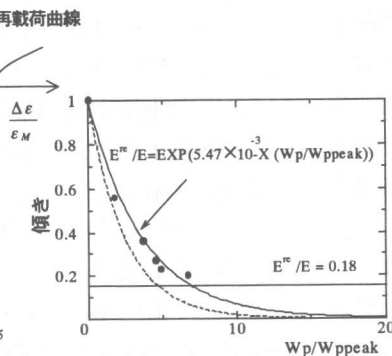


図-7 再載荷挙動の傾き

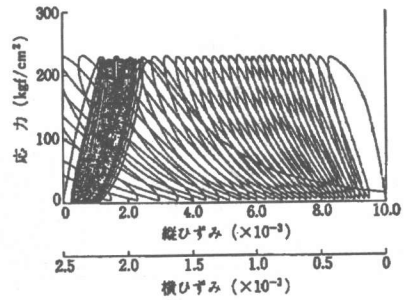


図-8 実験結果<sup>4)</sup> ( $1\text{kgf/cm}^2 = 0.098\text{MPa}$ )

の塑性吸収エネルギー  $W_p = 0.014 W_{ppeak}$  までの再載荷挙動については、初期のヤング係数( $E$  すなわち、傾き1)を用いる。一方、再載荷曲線の初期弾性域以降( $F_p > 42$ )でのヤング係数  $E^m$  は、最小二乗法により次式で与えられる。

$$E^m = E \cdot \text{EXP} \left[ -X \cdot W_p / W_{ppeak} + 5.47 \times 10^{-3} \right] \quad (3)$$

$$(W_p \geq 5.47 \times 10^{-3} / X \cdot W_{ppeak})$$

ただし、 $E^m \geq 0.18E$  である。また、係数  $X$  は側圧  $\sigma_c$  により変動する係数である。すなわち、側圧  $\sigma_c$  が作用する場合には、図-7に示すような破線となる。係数  $X$  と側圧  $\sigma_c$  との関係を次式に示す。

$$X = -1.80 \times 10^{-4} \cdot \sigma_c^2 - 0.02 \cdot \sigma_c + 0.38 \quad (4)$$

なお、側圧  $\sigma_c$  が  $-6\text{MPa}$  (圧縮) 以降では、 $X$  の値を一定値(0.932)とする。

### 3.3 ポアソン比 $\nu$ の検討

図-8に示す定荷重繰り返し載荷の実測データ<sup>4)</sup> を基に、以下のようなポアソン比  $\nu$  のモデル化を行った。図中、縦軸には軸応力、横軸には左側を原点として縦ひずみ、右側を原点として横ひずみが示してある。

- 1) 強度パラメータ  $F_p$  値が42以下の初期弾性域内においては、コンクリートの弾性定数は変化しないものとしてポアソン比  $\nu = \text{一定}(0.2)$  を用いる。
- 2) 初期弾性域以降( $F_p > 42$ )での除荷および再載荷曲線に対するポアソン比  $\nu$  には、次式を用いる。

除荷曲線;

$$\nu = \beta (W_p / W_{ppeak} - \delta) + 0.2 \quad (5)$$

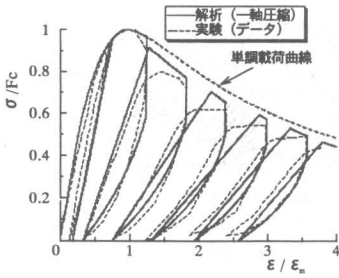


図-9 一軸圧縮下での漸増ひずみ繰返し載荷

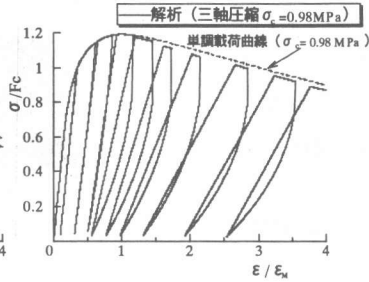


図-10 三軸圧縮下での漸増ひずみ繰返し載荷

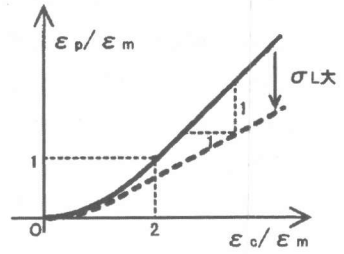


図-11 一軸および三軸圧縮下での挙動

再載荷曲線；

$$v = \gamma (Wp / Wppeak - \delta) + 0.2 \quad (6)$$

ここで、 $\delta = 0.54 \times 10^{-3} / X$  とする。また、実験データ<sup>4)</sup>を検証した結果、 $\beta = 0.9$  および  $\gamma = 1.0$  が妥当であることが分かった。

#### 4. 検証解析

一例として、一軸圧縮強度  $F_c = 32.0 \text{ MPa}$  および初期ヤング係数  $E = 29.4 \text{ GPa}$  を有するコンクリートに対して、1) 漸増ひずみ繰返し載荷 (図-1 (a)), 2) 定荷重繰返し載荷 (図-1 (b)), および 3) 定ひずみ繰返し載荷 (図-1 (c)) 下での検証解析を行い、既存の実験から知られている知見と比較・考察をする。

##### 4.1 漸増ひずみ繰返し載荷

一軸圧縮載荷下での解析結果を図-9に、三軸圧縮 ( $\sigma_c = 0.98 \text{ MPa}$ ) 下での繰返し載荷に対する解析結果を図-10に示す。図中、実験から観察されるようなコモンポイント、除荷および再載荷曲線の剛性の低下が見られる。また、除荷および再載荷挙動に伴う1サイクル中での非弾性エネルギー量に重み (本節では、一例として2倍の重み) を課すことにより、本提案モデルの負荷曲面の低下を助長させ、図-9および図-10に示す単調載荷曲線よりも小さな包絡線を再現できた。

次に、繰返し回数に伴う残留ひずみの増加に関する圧縮実験から得られる挙動を図-11に、その解析結果を図-12に示す。図-12の  $\epsilon_m$  は最大応力時のひずみを、 $\epsilon_p$  は再載荷時でのひずみを、 $\epsilon_c$  は除荷時のひずみを示す。なお、一軸圧縮下で

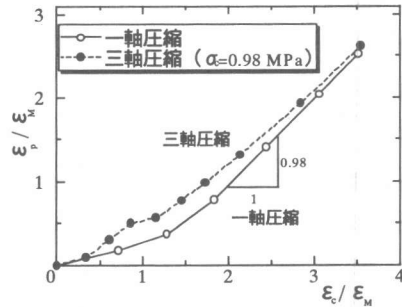


図-12 残留ひずみの増加

の  $\epsilon_m$  は  $0.0021$ 、三軸圧縮 ( $\sigma_c = 0.98 \text{ MPa}$ ) 下での  $\epsilon_m$  は  $0.0044$  である。図-11に示すような一軸圧縮下での実験結果 (実線) では、最大応力時のひずみ  $\epsilon_m$  の2倍程度を越えると、応力を取り除いた後の残留ひずみの増分量  $\Delta \epsilon_p$  は、漸増したひずみ増分量  $\Delta \epsilon_c$  とほぼ一致している。このことは、ひずみが増大したことによりコンクリートが、ほぼ塑性ひずみだけを生ずる組織になったと考えられる。一方、三軸圧縮下での関係 (破線) は、一軸圧縮下での関係 (実線) より下がる傾向が見られる。しかし、図-12から分かるように、本検証解析からは、反対に若干高くなる傾向が見られた。

##### 4.2 定荷重繰返し載荷

一軸圧縮および三軸圧縮下での最大応力の80%の応力を定荷重として、解析を行った結果を図-13 (a) および (b) に示す。定荷重繰返し載荷の実験での挙動は、図-14に示すように、三軸圧縮下 (破線) では、一軸圧縮下 (実線) の場合に比べ、破壊に至るまでの繰返し回数が増える特徴がある。一軸圧縮下および三軸圧縮下 ( $\sigma_c = 0.98 \text{ MPa}$ )

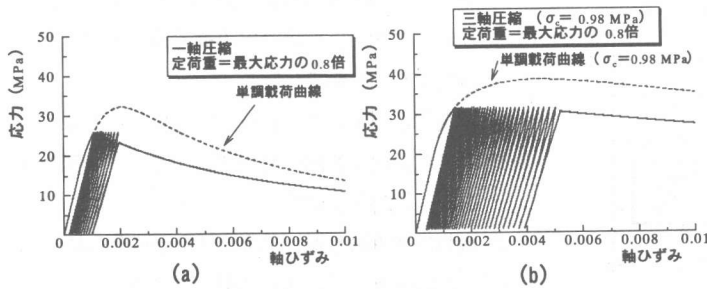


図-13 定荷重繰り返し載荷

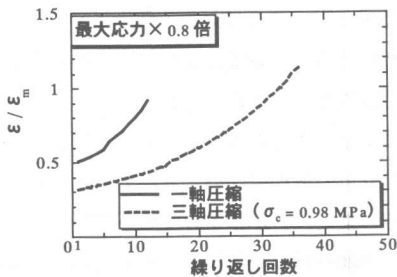


図-15 上界ひずみの増加

にて、最大応力の 80 % を上界応力として定荷重繰り返し載荷解析を行った結果、図-15 に示すような、上界ひずみの増加と繰り返し回数との関係が得られた。本検証解析では、図-15 に示すように、三軸圧縮下では、実験時に得られる特徴と同様に破壊に至るまでにより多くの繰り返し回数を必要とする。

### 4.3 定ひずみ繰り返し載荷

一軸圧縮下において、定ひずみ（上界ひずみ） $\varepsilon$  を  $1.5\varepsilon_m$ 、 $2.0\varepsilon_m$  および  $2.5\varepsilon_m$  として、上界応力（除荷時での応力）の低下と繰り返し回数との関係を調べた解析結果を図-16 (a)、(b) および (c)

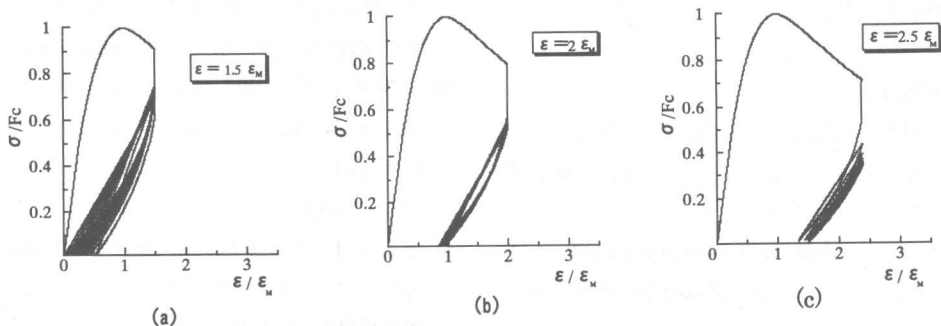


図-16 一軸圧縮下での定ひずみ繰り返し載荷

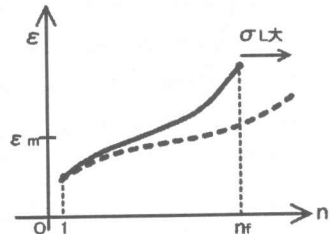


図-14 一軸および三軸圧縮下の挙動

に示す。 $\sigma_1$  は繰り返し開始時点での上界応力であり、 $\sigma_n$  は 2 回目以降での上界応力を示す。上界応力の低下は除荷を行う時点での定ひずみ量が大きい程大きくなる。

実験結果<sup>1)</sup>によれば、 $\varepsilon = 2\varepsilon_m$  の場合、10 回程度の繰り返しの後、上界応力は 55 % 程度まで減少する。一方、本検証解析では、図-17 に示すように、定ひずみを  $\varepsilon = 1.5\varepsilon_m$  に設定して解析を行うと、繰り返し回数が 10 回程度で、繰り返し開始時応力  $\sigma_1$  の 80 % 程度に、 $\varepsilon = 2\varepsilon_m$  では 65 % 程度に、 $\varepsilon = 2.5\varepsilon_m$  では 50 % 程度まで低下するという結果が得られた。実験結果と比較すると、本検証解析での上界応力の低下は小さいが、これは除荷および再載荷での剛性の低下が実験時のそれよりも小さいためと考えられる。

次に、軸ひずみ 0.8 % を上界ひずみとして、一軸圧縮および三軸圧縮 ( $\sigma_c = 0.98 \text{ MPa}$  および  $1.96 \text{ MPa}$ ) 下での検証解析を行い、上界応力の低下と繰り返し回数との関係を調べた結果を図-18 に示す。図-19 に示すように実験から得られる挙動では、側圧が大きくなるほど、定ひずみ繰り返し載荷時の

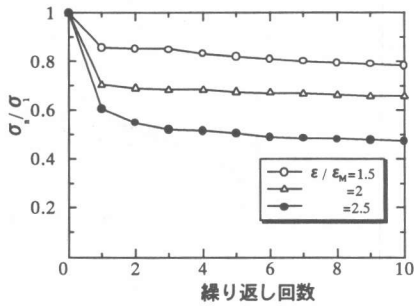


図-17 一軸圧縮下での上界応力の低下

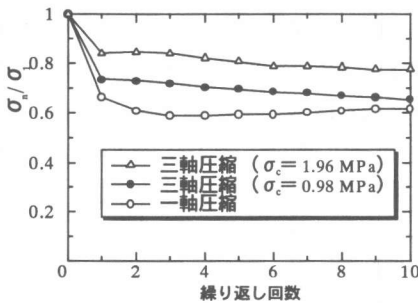


図-18 一軸および三軸圧縮下での上界応力の低下

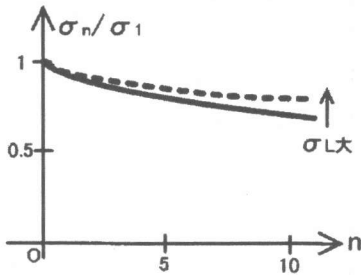


図-19 一軸および三軸圧縮下での挙動

上界応力の低下は小さくなる傾向(破線)があり、図-18に示す本検証解析結果においても同じような傾向が得られた。

## 5. まとめ

本研究結果をまとめると以下のようである。

- 1) 本研究で提案したモデル化は、一般応力状態下での挙動予測に適用可能である。
- 2) 一軸圧縮下での漸増繰返し載荷実験データのみを用いて、筆者らのひずみ軟化型構成モデルを拡張することにより、圧縮下でのコンクリー

トの i) 漸増ひずみ繰返し載荷, ii) 定荷重繰返し載荷, iii) 定ひずみ繰返し載荷挙動を再現することを試みた。

- 3) 除荷および再載荷においては、ヤング係数  $E$  とポアソン比  $\nu$  を除荷時点でのエネルギー吸収量を用いて低下させた。
- 4) 漸増ひずみ繰返し載荷に対する解析において、一軸圧縮下では最大応力時ひずみ  $\varepsilon_m$  の2倍程度を越えると、残留ひずみの増分は塑性ひずみとなることを確認した。
- 5) 定荷重繰返し載荷に対する解析において、側圧の増加に伴い、破壊に至るまでの繰返し回数は増加することを確認した。
- 6) 定ひずみ繰返し載荷に対する解析において、定ひずみ量の増加に伴い上界応力の低下は大きくなる。また、一定ひずみでの三軸圧縮下での定ひずみ繰返し載荷に対する解析において、側圧の増加にともない上界応力の低下は小さくなることを確認した。

謝辞：本研究を行うにあたり、中部大学総合工学研究所の補助部門から研究費の交付を受けた。ここに、謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 日本コンクリート工学協会：塑性域の繰返し劣化性状に関するシンポジウム，委員会報告書，2.2.1 繰返し載荷時の応力-ひずみ曲線（担当：畑中重光），pp.115-128，1998
- 2) 水野英二，森本康介，畑中重光：中心軸圧縮力を受けるコンファインドコンクリートの拘束効果に関する三次元 FEM 解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.20-3，pp.85-90，1999
- 3) 小阪義夫・谷川恭雄・山田和夫・畑中重光：一軸圧縮下のコンクリートの応力-ひずみ曲線に関する研究，セメント技術年報，Vol.37，pp.272-282，1983
- 4) 谷川恭雄・小阪義夫：高圧縮ひずみ領域におけるコンクリートの履歴特性，建築学会大会学術講演梗概集，構造系，pp.449-450，1978