

論文 信頼性理論と構造最適化手法を用いた連続ラーメン橋の橋脚躯体の耐震設計

秋山 充良*1・松中 亮治*2・町 勉*3・鈴木 基行*4

要旨: 性能規定に基づく設計体系への移行が求められている。本研究では、信頼性理論と構造最適化手法を統合させて、設定する任意の目標破壊確率を満足できる設計フローを構築し、連続ラーメン橋の橋脚躯体の耐震設計に適用した。そして、目標破壊確率の変化が、最適設計より得られる断面諸元に与える影響を評価するなどして、現行示方書に基づき耐震設計された連続ラーメン橋の橋脚躯体の耐震性能を検討した。

キーワード: 信頼性理論, 構造最適化, 連続ラーメン橋橋脚, 耐震性能, 破壊確率

1. はじめに

構造設計においては、その規定された性能や安全性の照査法として、信頼性理論を適用する流れにある¹⁾。信頼性理論を用いた構造設計では、複数の限界状態を考慮した構造系としての破壊確率を目標破壊確率以内とするように設計される。さらに、構造系の破壊確率は、単に目標破壊確率を満足するだけではなく、経済性などを勘案し、可能な限りその目標破壊確率に近づけることが望ましい。そのためには、構造系の破壊確率を目標破壊確率以内とする制約条件のもとで、適当な目的関数値の最小化を図る構造最適化手法を援用する必要がある。

本研究では、複数の限界状態から構造系としての破壊確率を算定する構造系信頼性評価法²⁾と逐次2次計画法(SQP法)に基づく構造最適化手法³⁾を組み合わせることで、設計対象構造系が、目標破壊確率を満足し、かつ特定の目的関数を最小化することが可能な設計フローを構築した。また、提案手法を連続ラーメン橋の橋脚躯体の耐震設計に適用し、目標破壊確率の相違が設計断面に与える影響などについて考察した。なお、本研究の中では、供用期間内に発生する入力地震波の大きさやその生起確率などは考慮しておらず、想定地震動は、道路橋示方書⁴⁾に

規定されるレベルII地震動に限定している。つまり、本研究で提示する破壊確率は、いわゆる条件付きのものである。

2. 信頼性理論を用いた構造最適化手法

信頼性理論と構造最適化手法を組み合わせた設計問題は、以下のように定式化される。

$$\text{find } \{\mathbf{D}\} \quad (1)$$

$$\text{such that } Pf_{sys} = Pf_{sys}(\{\mathbf{D}, \mathbf{X}, \mathbf{Z}\}) \leq Pf_{all} \quad (2)$$

$$\text{and } W = W(\{\mathbf{D}\}) \rightarrow \min \quad (3)$$

$$D_i^l \leq D \leq D_i^u \quad (4)$$

ここに、 \mathbf{D} : 設計変数、 \mathbf{X} : 耐力や構造解析より得られる応答値などを表す確率変数、 \mathbf{Z} : 確定値とみなせる変数、 D_i^u, D_i^l : 設計変数の上下限值、 Pf_{sys} : 構造系信頼性評価法より算定される破壊確率²⁾、 Pf_{all} : 目標破壊確率。

式(1)~(4)で明らかのように、式(2)の確率値に基づく制約条件を除き、通常最適化手法を用いることで、目的関数 W を最小化する設計変数ベクトル \mathbf{D} を決定できる。そこで、本論文の中では、制約条件付き最小化問題の解法として、最も有力な手法の一つであるSQP法³⁾を用いた。

予め設定した目標安全性を設計対象構造物に付与することになる確率値に対する制約条件、式(2)は、単に設計変数に関する1階偏導関数を

*1 東北大学助手 大学院工学研究科土木工学専攻 工修 (正会員)

*2 鹿島建設(株) 建設総事業本部土木設計本部 工修 (正会員)

*3 オリエンタル建設(株) 本社技術部 工修 (正会員)

*4 東北大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

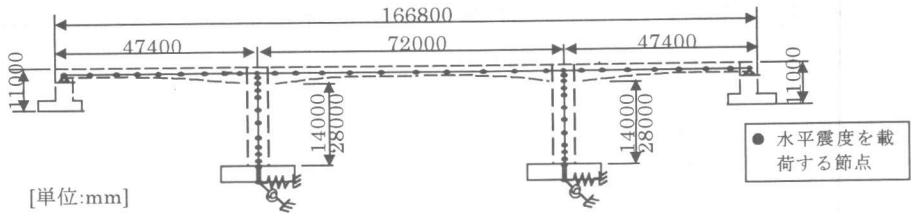


図-1 解析対象 PC3 径間連続ラーメン橋

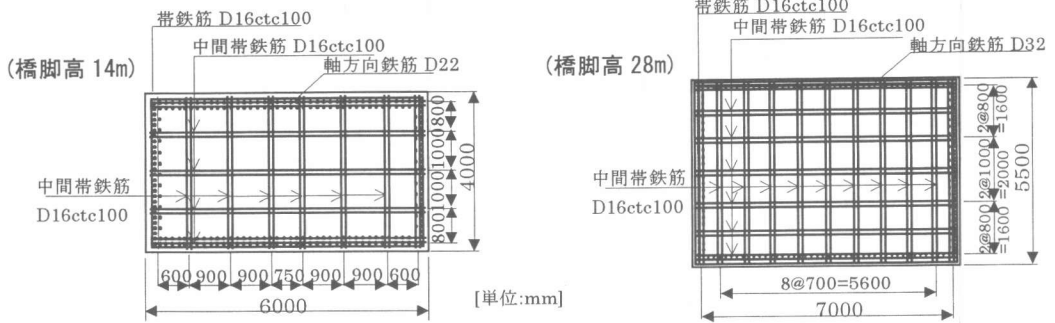


図-2 試設計された橋脚の断面および配筋状況(上下方向が橋軸方向に相当)

算定できれば、SQP 法に容易に組入れることができる。構造系信頼性評価法から算定される破壊確率は、設計変数に関し陽な数式で表現されないため、本研究では、差分近似で代替した値を用いることとした。

3. 解析条件

3.1 解析対象ラーメン橋

解析対象は、図-1 にモデル化される II 種地盤上の PC3 径間連続ラーメン橋である。橋脚高さとしては、14m と 28m の 2 ケース(橋脚高 14m, 28m を有する橋梁をそれぞれ橋梁 A, 橋梁 B と略す)を準備し、上部構造については、両橋梁とも「道路橋の耐震設計に関する資料⁵⁾」に示される PC ラーメン橋の設計計算例から引用した。

本研究のような信頼性理論に基づく構造設計を行う場合には、構造系に与える許容安全性レベルが問題となる。最も手近な方法としては、既に信頼性が保証されている既存構造物から算定される破壊確率を基準とすることである。そこでまず、道路橋示方書⁴⁾のタイプ II の地震動に対する安全性照査を過不足なく満足する橋脚躯体を試設計した。試設計された橋脚の断面および配筋状態を図-2 に示し、道路橋示方書に

基づく安全性照査結果を表-1 に示した。表-1 には、後述する限界状態式から構造系信頼性評価法により求められるタイプ II 地震動作用時の破壊確率(安全性指標)も併記している。本研究では、前述したように地震波の生起確率を考慮していないため、算定される破壊確率(安全性指標)は、地震危険度解析を総合して信頼性解析を行った場合に比べ、相当に大きくなっている。なお、安全性指標 β とは、式(5)のように破壊確率 P_f と対応関係を有するものである。

$$\beta \cong -\Phi^{-1}(P_f) \quad (5)$$

ここに、 Φ : 標準正規分布の累積分布関数

3.2 限界状態式の設定

式(6)~(8)のように定義されたせん断破壊、変形能および残留変位に対する限界状態式 g_i ($i=1\sim 3$: 橋軸方向, $i=4\sim 6$: 橋軸直角方向) から破壊確率 P_f を算定した。

$$g_i = \alpha_1 V_C + \alpha_2 V_S - \alpha_3 V_{act}, \quad (i=1,4) \quad (6)$$

$$g_i = \alpha_4 \delta_U - \alpha_5 \delta, \quad (i=2,5) \quad (7)$$

$$g_i = \delta_{Ra} - C_R(\alpha_5 \delta - \delta_y), \quad (i=3,6) \quad (8)$$

ここに、 V_C : 帯鉄筋以外が受け持つせん断耐力⁶⁾, V_S : 帯鉄筋が負担するせん断耐力⁵⁾, V_{act} : 作用せん断力, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: V_C, V_S および V_{act} の算定に伴うばらつきを考慮する係数,

表-1 タイプII地震動に対する設計

橋梁タイプ	A(橋脚高14m)	B(橋脚高28m)	
橋軸方向	固有周期(sec)*	0.68	1.11
	終局水平耐力	16.2MN	23.7MN
	せん断耐力	26.4MN	47.4MN
	破壊形態	曲げ	曲げ
	等価水平震度	0.58	0.70
	終局時水平震度	0.56	0.71
	許容残留変位	0.16m	0.30m
	残留変位	0.11m	0.28m
	判定	OK	OK
	橋軸直角方向	固有周期(sec)*	0.55
終局水平耐力		8.6 MN	13.7MN
せん断耐力		27.5 MN	42.4 MN
破壊形態		曲げ	曲げ
許容塑性率		5.26	5.89
地震慣性力		6.40 MN	13.4 MN
許容残留変位		0.16m	0.30m
残留変位		0.07m	0.29m
判定		OK	OK
破壊確率 Pf (安全性指標 β)		4.8×10 ⁻² (1.67)	1.0×10 ⁻¹ (1.26)

*)降伏剛性を用いて算定

δ_U : 終局変位, δ : エネルギー一定則により推定される応答変位, α_4 : 終局変位算定過程に含まれるばらつきを考慮する係数, α_5 : 地震時応答変位を推定するための係数, δ_{Ra} : 許容残留変位, C_R : 残留変位比応答スペクトル⁴⁾, δ_y : 降伏変位。

なお本研究では、橋軸方向と橋軸直角方向に対する作用せん断力 V_{act} は、それぞれ橋脚上下端および橋脚下端が終局曲げモーメントに達するときの水平力とした。各確率変数のパラメータの一覧を表-2に示した。 V_C , V_S , V_{act} , δ_U , δ_y の変動係数は、材料強度の持つばらつきが、算定される耐力や変形能などに与える影響を表したものである。その他の α_1 , α_2 などの平均値および変動係数は、実験結果に基づき提案された耐力算定式の持つばらつきなどを考慮したもので、既往の文献を用いて設定した。

3.3 目的関数と制約条件の設定

本研究では、せん断力に換算した橋脚上下端の曲げ耐力とせん断耐力の線形和が最小となることを最適な設計状態と考え目的関数 W を定義した。なお、ここで提示する最適化過程では、断面寸法や橋脚高さなどの幾何学的諸元は変更

しておらず、後述するように鉄筋量のみを変化させている。この場合、せん断耐力と曲げ耐力の比を最小化するように目的関数 W を定義するなどした検討も行ったが、断面諸量が最小の解を得ることを目的とした場合には、一様に不合理なものであった。なお目的関数 W の各耐力値は、橋軸方向に対して算定した。このとき、連続ラーメン橋の橋脚躯体の最適設計は以下のように定式化される。

$$\text{find } \{\mathbf{D}\} \quad (9)$$

$$\text{such that } Pf_{sys} = Pf_{sys}(\{\mathbf{D}, \mathbf{X}, \mathbf{Z}\}) \leq Pf_{all} \quad (10)$$

$$\text{and } W = \left(V + \frac{M_{up}}{h_s} \right) + \left(V + \frac{M_{do}}{h_s} \right) \rightarrow \min \quad (11)$$

$$M_{c,up} \leq M_{up}, \quad M_{c,do} \leq M_{do}, \quad V \leq V^u \quad (12)$$

$$\{\mathbf{D}\} = \{M_{up}, M_{do}, V\} \quad (13)$$

ここに、 M_{up} , M_{do} : 橋脚上端および下端の曲げモーメント, $V(V = V_C + V_S)$: せん断耐力, \mathbf{X} : 表-2に示す $\alpha_i (i = 1 \sim 4)$ などの確率変数, \mathbf{Z} : α_5 , δ_{Ra} (確定値), $M_{c,up}$, $M_{c,do}$: 橋脚上端および下端のひび割れ曲げモーメント, V^u : せん断耐力の上限値, h_s : 橋脚高さの1/2。

3.4 提案手法に基づく耐震設計フロー

提案手法に基づく耐震設計フローを図-3に

表-2 各確率変数の分布形およびパラメータ

限界状態式での記号	確率分布	確率分布パラメータ	
		平均値	変動係数
V_C	正規分布	耐力算定式	10.0%
V_S	正規分布	耐力算定式	8.0%
V_{act}	正規分布	曲げ耐力より逆算	4.6%
α_1	正規分布	1.02	8.2%
α_2	正規分布	1.22	14.5%
α_3	正規分布	1.00	30.0%
δ_U	正規分布	終局変位	6.1%
δ	正規分布	エネルギー一定則より推定	30.0%
α_4	正規分布	1.16	25.0%
α_5		動的解析結果への補正係数	(確定値)
δ_{Ra}		$(h_a^*)/100$	(確定値)
δ_y	正規分布	降伏変位算定値	8.2%
C_R	正規分布	残留変位比応答スペクトル(=0.6)	50.0%

*) h_a : 橋脚基部から上部構造慣性力作用位置までの距離

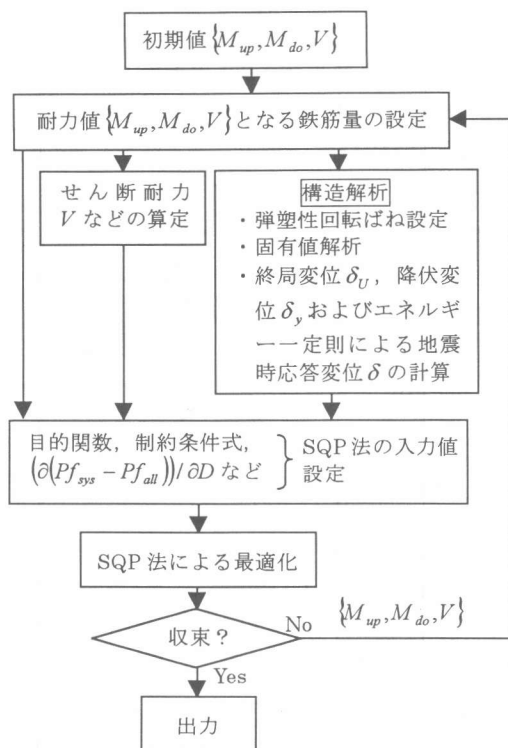


図-3 提案手法に基づく耐震設計フロー

まとめて示した。設計変数は、式(9)~(13)にある曲げ耐力およびせん断耐力としたが、実際の最適化過程では、図-3に示されるようにSQP法から得られる次のステップの耐力値が決定されると、図-2に示される橋脚諸元のうち、軸方向鉄筋量と帯鉄筋量をパラメータにとり、その耐力値を満足するように鉄筋量を修正している。従って、式(11)に基づき目的関数を最小化することは、使用鉄筋量の最小化を図っているとも言える。そして、新たな鉄筋量を持つ断面諸元からラーメン橋をモデル化し、終局変位 δ_U などを算定した。またあわせて、表-2中の他の変数の平均値を更新し、破壊確率を計算するために必要な入力値を算定した。なお、ラーメン橋のモデル化は、橋軸方向の解析では、上部構造を弾性梁要素とし、橋脚は塑性化が集中する柱の上部と下部に塑性ヒンジ領域を設け、その中心に弾塑性回転ばねを配置した。 δ_U は、高さ方向に一樣な水平震度を逐次増分させる荷重漸増法により算定した。ラーメン橋としての終

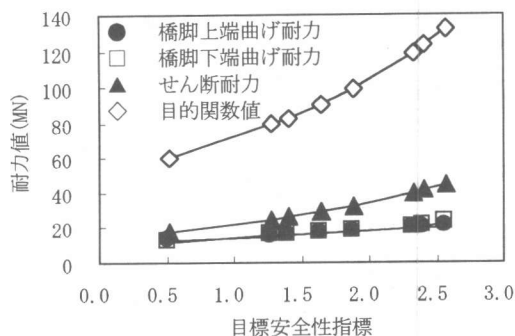


図-4 目標安全性と設計変数の関係(橋梁 A)

局状態は、想定した複数の塑性ヒンジのうち1つが終局回転角を超過するときとした。橋軸直角方向は、一本柱形式のRC橋脚として解析した。弾塑性回転ばねの曲げモーメント-回転角関係の算定には、帯鉄筋による拘束効果を考慮したコンクリートの応力-ひずみ曲線⁴⁾を使用し、鉄筋の応力-ひずみ曲線は完全弾塑性型とした。ただし、鉄筋降伏点などの値は、規格値に対し増減させている。これは、確率的な考察をするため、安全係数などを取り除いた最も平均的な値を用いた構造モデルから応答値を計算するためである。また基礎は、道路橋示方書に基づき線形ばね(水平: $K_H = 2.71 \times 10^5$ (MN/m), 回転: $K_\theta = 6.21 \times 10^4$ (MNm/rad))でモデル化した。

4. 解析結果

4.1 目標安全性と橋脚耐力比の関係

橋梁 A を対象として、式(10)に示される目標破壊確率と各設計変数および目的関数値 W の関係を図-4に示した。図-4の横軸は、規定される目標破壊確率 Pf_{all} を式(5)により安全性指標に変換している(以下、この安全性指標を目標安全性指標と略す)。図-4から、目標安全性指標が高くなるにつれて、橋脚上下端の曲げ耐力の値に比べ、せん断耐力の増加分が大きいことが分かる。そこで、式(14)により橋脚の耐力比 γ を計算し、橋梁 A および橋梁 B に対して、目標安全性指標と耐力比の関係を図示したものが、図-5である。なお、耐力比の計算には、橋軸方向の耐力値を用いた。また図-5には、最適化後の目的関数値も併記してある。

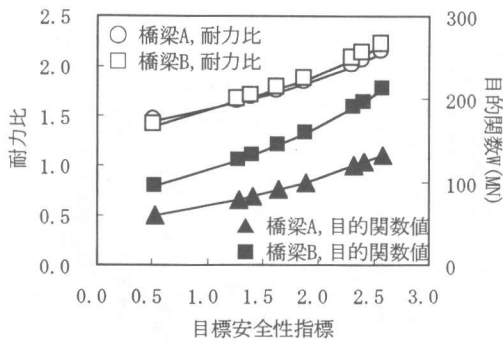


図-5 目標安全性指標と耐力比の関係

$$\gamma = \frac{V \cdot h_a}{M_{up} + M_{do}} \quad (h_a : \text{橋脚高さ}) \quad (14)$$

著者らは、単柱式RC橋脚を対象とした信頼性解析を行い、耐力比が耐震性能を表す有用な指標であることを提示した²⁾。一方、提案手法に基づいて連続ラーメン橋を最適設計した場合でも、図-5に示されるように目標安全性指標と耐力比には、ほぼ線形関係が認められ、橋脚高さに関わらず、ある目標安全性指標を得るために必要な耐力比が概ね等しいことが分かる。

目標安全性指標を高く設定すると、それを満足するために必要となる耐力比が大きくなるのは、式(6)~(8)で定義される限界状態式の耐力項(式(6)の耐力項($\alpha_1, V_c, \alpha_2, V_s$), 式(7)の耐力項(α_4, δ_U), 式(8)の耐力項(δ_{Ra}))と荷重項(式(6)の荷重項(α_3, V_{act}), 式(7)の荷重項(α_5, δ), 式(8)の荷重項($C_R, \alpha_5, \delta, \delta_y$))の差を大きくする必要があるためである。つまり、個々の設計変数をみると、せん断耐力の増加は、せん断破壊に対する照査 g_1 および g_4 の耐力項を増加させる。また前述したように、帯鉄筋の拘束効果を考慮して、弾塑性回転ばねをモデル化しているため、せん断耐力を増加、すなわち帯鉄筋量を増加させると、その終局回転角が大きくなり、変形能に対する照査 g_2 および g_5 の耐力項も増加させる。一方、曲げ耐力を増加させると、作用せん断力が増加するため、せん断破壊に対する照査 g_1 および g_4 の外力項を増加させるが、地震時応答変位が減少するために、残留変位に対する照査 g_3 と g_6 および変形能に対する照査 g_2 と g_5 の外力項が減少する。ただし、

耐力の増加に伴い、変形能が乏しくなるため、変形能に対する照査 g_2 および g_5 の耐力項が減少する。結局、目標安全性指標が高く設定された最適化過程では、せん断耐力を大きく増加させ、せん断破壊と変形能に対する安全性を確保する。その一方で過度に作用変位が大きくなり、残留変位に対する安全性が低下しないように曲げ耐力を最小限増加させ、全ての限界状態を同時に考慮した構造系の安全性指標が、目標安全性指標を満足する中で、式(11)で定義される目的関数値が最小となる解を探索している。このため、目標安全性が高く設定されるとより大きな耐力比が必要になる。

このように提案手法は、保有する構造系の安全性を確率値として把握でき、定義した目的関数を最小化する中で、橋梁Aと橋梁Bなどの構造物毎の安全性レベルを容易に整合させる設計が可能になるなど、確率論に基づく構造設計¹⁾を具現化した有力な手法であると考えられる。

4.2 終局変位の定義が設計断面に与える影響

橋軸方向を対象とした荷重漸増解析を行うとき、ラーメン橋の終局状態の定義の相違が、最適解に与える影響を検討した。ここでは、複数の塑性ヒンジのうち1つが終局に達するとき(定義1)と4つが終局に達するとき(定義2)をラーメン橋の終局状態として定義した最適設計を行った。なお、定義2のもとで荷重漸増解析を行うときの弾塑性回転ばねは、終局回転角を超過しても剛性低下は生じないと仮定している。

橋梁Aおよび橋梁Bに対する結果をそれぞれ図-6(a)および図-6(b)に示す。両図は、設定される目標安全性指標毎の耐力比および目的関数値の推移を示している。また図-6(c)は、橋梁Aに対する定義1の解析で、目標安全性指標と最適化終了時における各限界状態毎の安全性指標の関係を示したものである。橋梁Aおよび橋梁Bともに、終局状態の定義を変更することによる最適設計結果への影響はほとんどない。本研究で対象とした橋梁規模の場合、定義2のときに荷重漸増解析から算定される終局変位は、

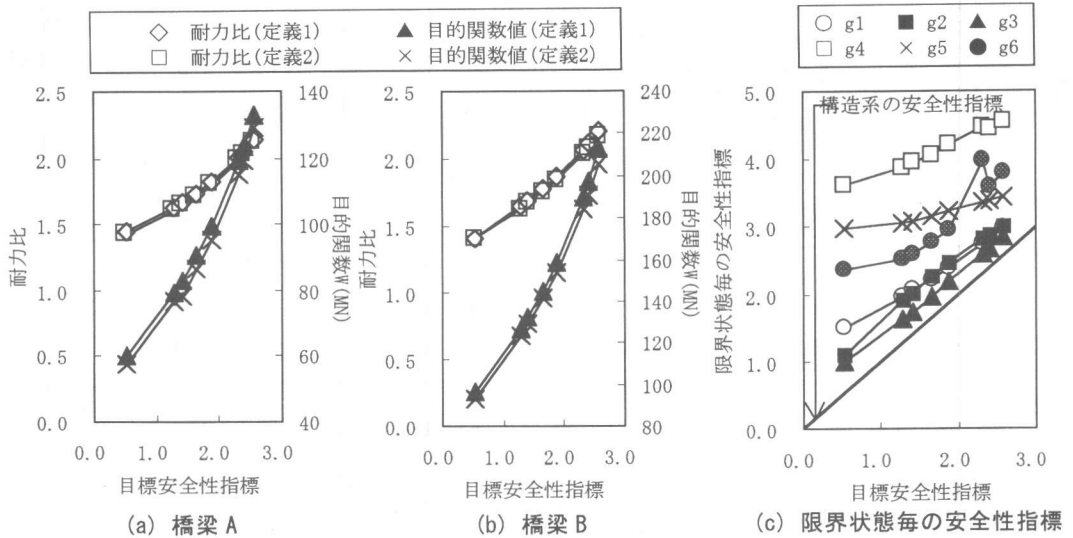


図-6 終局変位の定義の相違が設計断面に与える影響

定義 1 のそれに比べ概ね 1.3 倍以上となるが、このような終局変位を大きく評価する仮定は、設計上何ら有効な結果をもたらしていない。

このように終局変形能の増加が、設計上有利な方向に働かなかつた理由は、構造系の破壊確率を支配する限界状態が、図-6(c)に示されるように、橋軸方向の変形能の照査として定義される g_2 のみとなっていないことによる。つまり、単に限界状態 g_2 の安全性が向上する定義 2 を採用しても、橋軸方向の残留変位およびせん断破壊に対する限界状態から算定される破壊確率が変化せず、結果として、構造系の破壊確率がほとんど変化しないため、最適設計される橋脚断面は橋軸方向の終局状態の定義に関わらずほぼ同一断面となった。

5. 結論

本研究により得られた結論を以下に示す。

- (1) 構造系信頼性評価法と SQP 法に基づく構造最適化手法を組み合わせることで、設定した目標破壊確率を満足し、かつ特定の目的関数を最小化する構造設計フローを構築した。
- (2) 目標安全性指標と耐力比には、ほぼ線形関係が認められ、橋脚高さに関わらず、ある目標安全性指標を得るために必要な耐力比が概ね等

しいことが分かった。

(3) 構造系の破壊確率を目標破壊確率以下に抑えることを条件としたラーメン橋橋脚の耐震設計では、単に橋脚の変形能を大きく評価できるような構造解析上の仮定を採用しても、他の限界状態の制約により、必ずしも断面諸量の減少に結びつかない場合があることを確認した。

参考文献

- 1) 鈴木誠：構造物設計の国際標準化の動向-ISO 2394 構造物の信頼性に関する一般原則-、第 25 回地震工学研究発表会特別講演、1999.7
- 2) 鈴木基行、秋山充良、山崎康紀：構造系の信頼性評価法および RC 橋脚の耐震設計への適用に関する研究、土木学会論文集、No. 578/V-37、pp. 71-87、1997. 11
- 3) ASNOP 研究会編：非線形最適化プログラミング、日刊工業新聞社、1991. 4
- 4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編、1996. 12
- 5) 日本道路協会：道路橋の耐震設計に関する資料、1998. 10
- 6) 二羽淳一郎ほか：せん断補強筋を用いない RC はりのせん断強度式の再評価、土木学会論文集、No. 372/V-5、pp. 167-176、1986. 8