

論文 等価連続体化法による RC 柱の非線形動的解析

木全 博聖*1・Phamavanh Kongkeo*2・石川 靖晃*3・田辺 忠顕*4

要旨: 鉄筋コンクリート構造物の非線形解析手法のひとつである等価連続体化法を用いて、日本、アメリカ合衆国、ヨーロッパ、ニュージーランドの耐震設計基準により試設計された 16 本の柱の非線形動的解析を行った。その結果、等価連続体化法を動的解析へ適用する事が可能であることを確認できた。そして、解析結果を比較することにより 4 力国の耐震設計基準の特徴について考察を行った。

キーワード: 等価連続体化法, 平面格子, 耐震設計基準

1. はじめに

鉄筋コンクリート (RC) 構造物の性能照査や合理的な設計手法の確立のためには、より高度な解析技術が要求される。コンクリートの構成則に関する研究はこれまでも数多く行われており、その中には高精度な解析が可能なモデルが存在するものの、こういったモデルは厳密な理論構成の上に成り立っているためにその理論が複雑であり、解析上、仮に問題が発生してもその把握が難しい。また、計算時間や収斂性などに問題点を抱えている場合もある。

等価連続体化法は、RC 部材のひび割れたコンクリート部分と鉄筋を格子に置き換えることにより等価な連続体構成式を導く方法である。格子の材料モデルは単純な一軸応力-ひずみ関係を用いるために、通常の塑性解析のような複雑な理論を必要とせず、計算時間の短縮も期待できる。さらに、不具合が生じた時の問題の所在点がわかりやすいという特徴もある。本手法の妥当性は、柱やはり等の静的繰り返し実験の検討によって既に確認されている¹⁾²⁾。

RC 構造物の非線形動的解析が非常に重要である事は言うまでもないが、本研究では等価連続体化法を動的解析に適用し、その有用性を確

認する。解析対象とする構造物は、JSCE コンクリート委員会耐震設計基準国際比較検討委員会において、4 力国の耐震設計基準に基づいて設計された計 16 本の柱である。解析結果より、各設計基準の特徴についての考察も行う。

2. 等価連続体化法

等価連続体化法は、図-1 に示すように 2 次元連続体平面を複数の平面格子に置き換えて構成則を導く方法である¹⁾。連続体平面のひずみを $\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy}]^T$ 、応力を $\sigma = [\sigma_x \ \sigma_y \ \tau_{xy}]^T$ とすると、これらを $x-y$ 座標系から角度 ϕ だけ回転させた $\xi-\eta$ 座標系に変換すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{\xi} \\ \varepsilon_{\eta} \\ \gamma_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \sin^2 \phi & \sin\phi\cos\phi \\ \sin^2 \phi & \cos^2 \phi & -\sin\phi\cos\phi \\ -2\sin\phi\cos\phi & 2\sin\phi\cos\phi & \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{\xi} \\ \sigma_{\eta} \\ \tau_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \sin^2 \phi & 2\sin\phi\cos\phi \\ \sin^2 \phi & \cos^2 \phi & -2\sin\phi\cos\phi \\ -\sin\phi\cos\phi & \sin\phi\cos\phi & \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

n 本の格子の軸方向ひずみおよび応力成分を $\{\hat{\varepsilon}\} = [\varepsilon_1 \cdots \varepsilon_i \cdots \varepsilon_n]^T$, $\{\hat{\sigma}\} = [\sigma_1 \cdots \sigma_i \cdots \sigma_n]^T$

*1 名古屋大学大学院助手 工学研究科土木工学専攻 工修 (正会員)
 *2 名古屋大学大学院学生 工学研究科地圏環境工学専攻
 *3 名城大学専任講師 理工学部土木工学科 工博 (正会員)
 *4 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 工博 (正会員)

とおくと、

$$\{\hat{\varepsilon}\} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \sin^2 \alpha_1 & \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos^2 \alpha_i & \sin^2 \alpha_i & \sin \alpha_i \cos \alpha_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos^2 \alpha_n & \sin^2 \alpha_n & \sin \alpha_n \cos \alpha_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$= [L_\varepsilon] \{\varepsilon\}$$

$$\{\hat{\sigma}\} = \begin{bmatrix} r_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & r_n \end{bmatrix} \{\hat{\varepsilon}\} = [R] \{\hat{\varepsilon}\}, \quad r_i = \frac{E_i A_i}{b_i} \quad (4)$$

となる。また応力の回転マトリクスより、連続体の応力 $\{\sigma\}$ は格子の応力 $\{\hat{\sigma}\}$ により表すことができる。

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_1 & \cdots & \cos^2 \alpha_i & \cdots & \cos^2 \alpha_n \\ \sin^2 \alpha_1 & \cdots & \sin^2 \alpha_i & \cdots & \sin^2 \alpha_n \\ \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 & \cdots & \sin \alpha_i \cos \alpha_i & \cdots & \sin \alpha_n \cos \alpha_n \end{bmatrix} \{\hat{\sigma}\} = [L_\sigma] \{\hat{\sigma}\} \quad (5)$$

式(5)に式(3), (4)を代入すると、

$$\{\sigma\} = [L_\sigma] [R] [L_\varepsilon] \{\varepsilon\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (6)$$

となり、連続体の2次元平面の応力-ひずみマトリクス $[D]$ は次のように得られる。

$$[D] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n r_i \cos^4 \alpha_i & \sum_{i=1}^n r_i \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i & \sum_{i=1}^n r_i \sin \alpha_i \cos^3 \alpha_i \\ \sum_{i=1}^n r_i \sin^4 \alpha_i & \sum_{i=1}^n r_i \sin^3 \alpha_i \cos \alpha_i & \\ \text{sym.} & & \sum_{i=1}^n r_i \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

$[D]$ マトリクスは応力状態により更新され、連続体平面要素の剛性マトリクスが逐次導かれる。

今回の解析で用いたコンクリートおよび鉄筋の一軸繰り返し構成則を図-2に示す。

3. 4 各国耐震設計基準による柱の試設計

日本 (JSCE コンクリート標準示方書, 以下 JSCE), アメリカ合衆国 (Caltrans), ヨーロッパ (Euro Code8, 以下 EC8), ニュージーランド (New Zealand Standard, 以下 NZ) の各設計基準を用いて単柱の試設計を行った³⁾。柱の設計はそれぞれ別の設計者が、各基準の条件

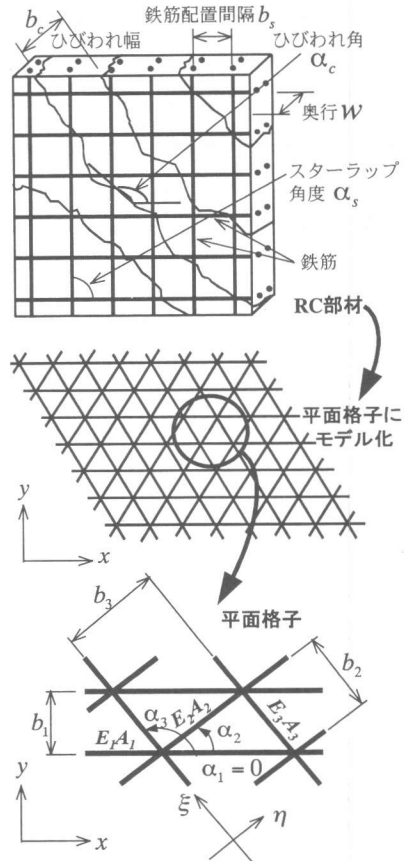
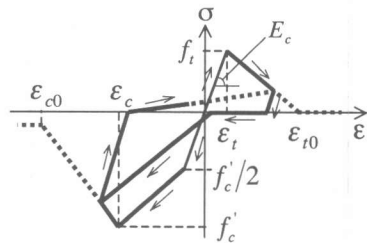
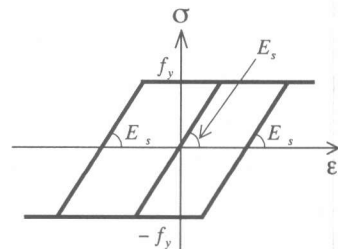


図-1 連続体平面と平面格子



(a) コンクリートの圧縮・引張



(b) 鉄筋の圧縮・引張

図-2 材料の構成則

を満たし、かつその特徴を損なわないよう注意を払いながら行った。そのため柱断面の大きさ及び配筋方法はそれぞれ異なる結果となった。

建設地点の地盤条件等の扱いが基準により異なるため、設計地動加速度は、弾性応答がそれぞれ 1[G]、2[G]となるものを共通に選択した（最大加速度は約 400[gal]、800[gal]）。**図-3**にその波形を示す。構造物と地盤の連成効果の考慮は非常に難しいため、今回は堅い地盤上に柱を設置し、柱に地震動が直接作用するような状態を想定した。また、上部構造の重量を 7000[kN]とし、活荷重は考慮しない。

柱は矩形断面とし、長さは 7[m]と 30[m]の 2種類を選択した。2種類の地震が作用する条件で設計されるため、柱は各基準につき 4[本]設計される。例として、今回設計された JSCE Case A の柱（長さ 7[m]、入力加速度 400[gal]）を**図-4**に示す。共通の設計条件を表-1に、また設計された 16[本]の柱の諸元を表-2に示す。

表-1 設計条件（共通）

構造形式	RC 単柱 (矩形断面、長さ 7m, 30m)
基礎形式・条件	直接基礎、岩盤上
上載荷重	7000 [kN]
入力加速度	400, 800 [gal]
コンクリート圧縮強度	24 [N/mm ²]
鉄筋降伏強度	345 [N/mm ²] (SD345, JIS)

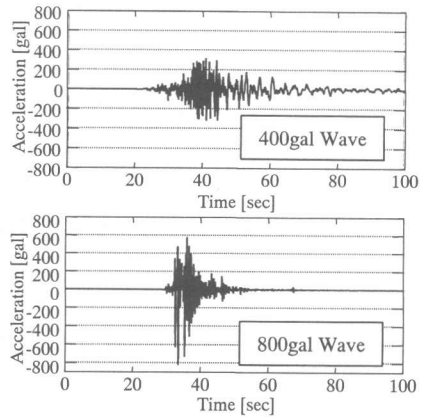


図-3 入力地震波

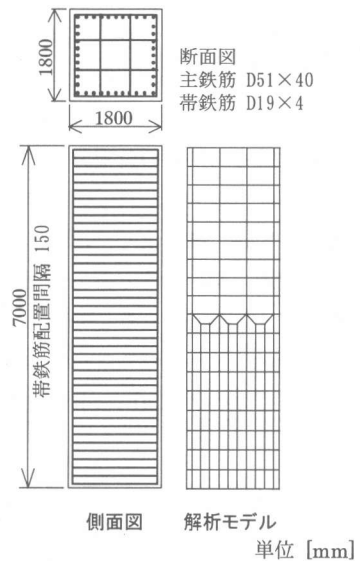


図-4 柱の形状と解析モデル (JSCE-A)

表-2 4カ国の耐震設計基準により設計された柱の諸元³⁾

	Case A (7m column, 400gal wave)				Case B (7m column, 800gal wave)			
	JSCE	Caltrans	Euro	NZ	JSCE	Caltrans	Euro	NZ
断面[mm×mm]	1800×1800	1500×1500	2000×2000	1500×1500	2000×2000	3000×3000	3000×3000	2400×2400
主鉄筋	40-D51	96-D32	136-D29	40-D32	48-D51	136-D41	216-D38	88-D41
主鉄筋比[%]	2.50	3.39	2.18	1.41	2.43	2.02	2.74	2.05
帯鉄筋	4-D19	8-D16	12-D16	8-D13	4-D25	4-D19+ 6-D16	19-D19	10-D19
帯鉄筋比[%]	0.42	0.71	0.79	0.38	1.01	0.80	0.91	0.60
	Case C (30m column, 400gal wave)				Case D (30m column, 800gal wave)			
	JSCE	Caltrans	Euro	NZ	JSCE	Caltrans	Euro	NZ
断面[mm×mm]	2400×2400	2500×2500	2500×2500	2100×2100	2800×2800	2500×2500	3500×3500	3000×3000
主鉄筋	56-D51	60-D51	176-D32	48-D38	68-D51	112-D51	168-D51	168-D41
主鉄筋比[%]	1.97	1.95	2.24	1.24	1.76	3.63	2.78	2.50
帯鉄筋	3-D19	2-D22+ 4-D16	14-D16	10-D16	4-D22	8-D16	16-D25	16-D19
帯鉄筋比[%]	0.18	0.63	0.74	0.42	0.28	0.64	0.93	0.64

4. 解析結果

試設計された16[本]の柱の解析を、等価連続体法を用いて行った。図-5は静的解析の結果である。柱の破壊モードは全て曲げ破壊である。

柱断面の大きさがそれぞれ異なるために比較が難しいが、一般に EC8 により設計された柱は高い曲げ耐荷力を示しており、それに比べ JSCE および NZ は低い値を示している。

また表-3には、静的解析より得られた曲げ耐荷力と、各設計基準に記されている算定式より求められたせん断耐荷力との比を、せん断耐力比として示している。この数値が大きいくほど、柱がせん断破壊に対し安全側であることを示している。なおせん断耐荷力の算定方法は、コンクリートの負担分については各基準で若干異なるものの、横方向鉄筋の負担分はいずれもトラスモデルに基づいて導かれているため、それぞれに大差はない。表-3より、比較的曲げ耐荷力の低い JSCE, NZ の柱であるが、せん断力については十分な余裕度を有していることがわかる。Caltrans, EC8 の柱もせん断力に対する余裕度は十分であるが、Caltrans の実際の設計で

表-3 柱のせん断耐力比

Case A (7 [m] Column, 400 [gal] wave)

	JSCE	Caltrans	EC8	NZ
解析値 V_a [kN]	4430	3501	5122	1399
算定式 V_d [kN]	4627	4844	7936	4507
耐力比 V_d / V_a	1.044	1.384	1.549	3.222

Case B (7 [m] Column, 800 [gal] wave)

	JSCE	Caltrans	EC8	NZ
解析値 V_a [kN]	5715	16090	20420	8567
算定式 V_d [kN]	11456	20709	20940	10608
耐力比 V_d / V_a	2.005	1.287	1.025	1.238

Case C (30 [m] Column, 400 [gal] wave)

	JSCE	Caltrans	EC8	NZ
解析値 V_a [kN]	1745	1947	2105	751
算定式 V_d [kN]	4477	11231	11761	5992
耐力比 V_d / V_a	2.566	5.768	5.587	7.979

Case D (30 [m] Column, 800 [gal] wave)

	JSCE	Caltrans	EC8	NZ
解析値 V_a [kN]	2501	3254	7107	4010
算定式 V_d [kN]	7861	12075	29110	18945
耐力比 V_d / V_a	3.143	3.711	4.096	4.724

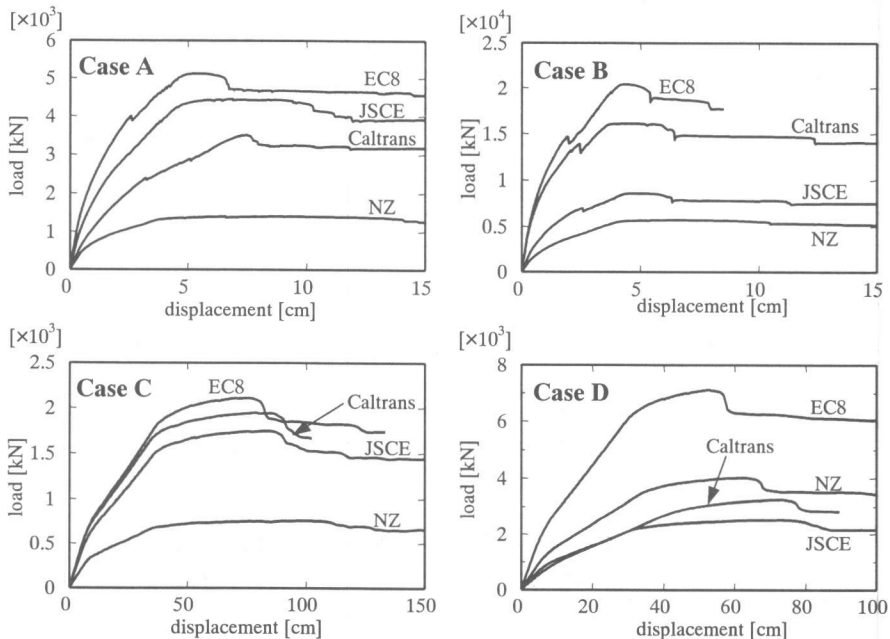


図-5 静的解析の結果

は円形断面が選択されるため、現実の柱はこの結果よりもさらに高いせん断能を有していると予想される。

また、図-6~9 は動的解析の結果である。動的解析では、柱の特性をより明確に評価するために減衰マトリクスを0としている。

これらの結果を見ると、JSCE および NZ の柱には比較的大きな変形が発生していることがわかる。それは、これらの基準は設計時に部材のじん性率を直接考慮しており、地震荷重作用時の塑性変形を許容しているためである。それに対し Caltrans は材料の最大ひずみの規定はあるものの、部材じん性に関する直接的な記述はないため、全体的に変形量が小さくなったと予想される。同様に、EC8 の柱は剛性が大きいために地震時の水平力が大きい、変形量はそれほど大きくない。これは、終局モーメント算定の際に使用する材料強度を低く見積もるなど、EC8 は他の基準と比べ全体的に安全側の設計方針をとっているためである。

5. まとめ

本研究では等価連続体化法の動的解析への適用を試みたのであるが、解析上の問題点は特に見あたらず、その結果は妥当であると判断した。柱のポストピーク挙動を明確に捉えることは難しいが、今後それを可能とするためには、横方向鉄筋により拘束を受けるコアコンクリートおよびコンクリート中の鉄筋の構成則をより明らかにすることが重要である。

また、本研究では4つの基準で設計された柱の数値解析を行うことにより柱の動的特性を示すことができたものの、各基準の特徴を十分に説明できたとは言いきれない。それは、数値解析結果を比較することによって設計基準の特徴を明らかにすることを目的とするのであれば、試設計の段階で柱断面の大きさを基準間で統一することが望ましいのであるが、今回試設計された柱は断面の大きさがそれぞれ異なっているからである。しかし、今回の試設計は限られた

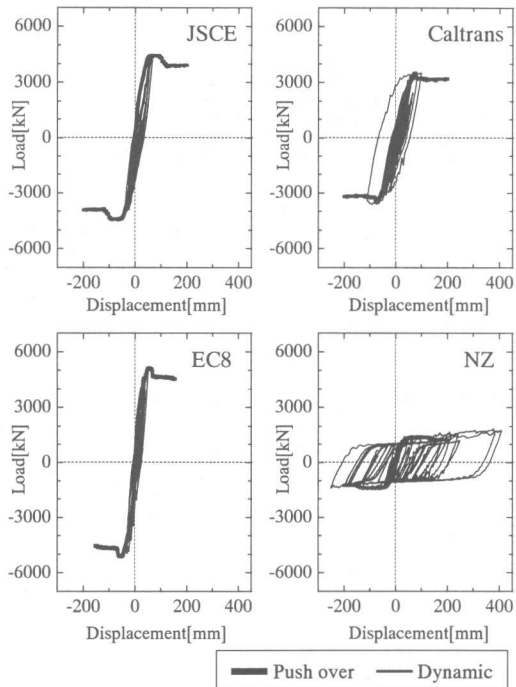


図-6 動的解析の結果 (Case A)

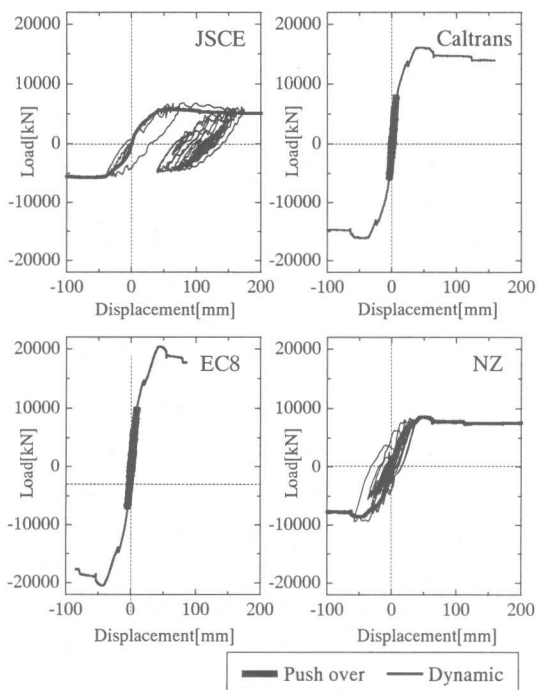


図-7 動的解析の結果 (Case B)

条件下で可能な限り設計基準の特徴を生かすというコンセプトで行われおり、その目的が異なっているという事をここに記しておく。

最後に、本研究の結論を示す。

- (1) RC 構造物の非線形動的解析に等価連続体化法が適用可能であることを確認した。
- (2) RC 構造物のポストピーク挙動の解析を可能とするためには、コアコンクリート、およびコンクリート中の鉄筋の構成則をより明らかにする必要がある。
- (3) 解析結果の比較から、4つの設計基準の特徴を示した。JSCE および NZ では、比較的大きな塑性変形を許す設計が行われる。また Caltrans, EC8 では、それらと比べ安全側の設計が行われている。

謝辞

各国の設計基準について多くの助言をいただきました東京工業大学の二羽淳一郎先生、ピーシー橋梁(株)の中村定明氏、日本技術開発(株)の森敦氏、解析についての助言を頂きましたオリエンタル建設(株)の余国雄氏に感謝いたします。

参考文献

- 1) 久米敦子, 余国雄, 田辺忠顕: 平面格子の等価連続体化法による構成則を用いた繰り返し荷重を受ける RC はりの解析, コンクリート工学年次論文報告集 Vol.21, No. 3, pp.103-108, 1999
- 2) T.Tanabe and S.I.Ahmad: Development of Lattice Equivalent Continuum Model for Analysis of Cyclic Behavior of Reinforced Concrete, Proceedings of the Seminar on Post-Peak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Loads Vol.2, pp.105-124, 1999
- 3) T.Tanabe: Comparative Performances of Seismic Design Codes for Concrete Structures, pp.129-190, Elsevier, 1999

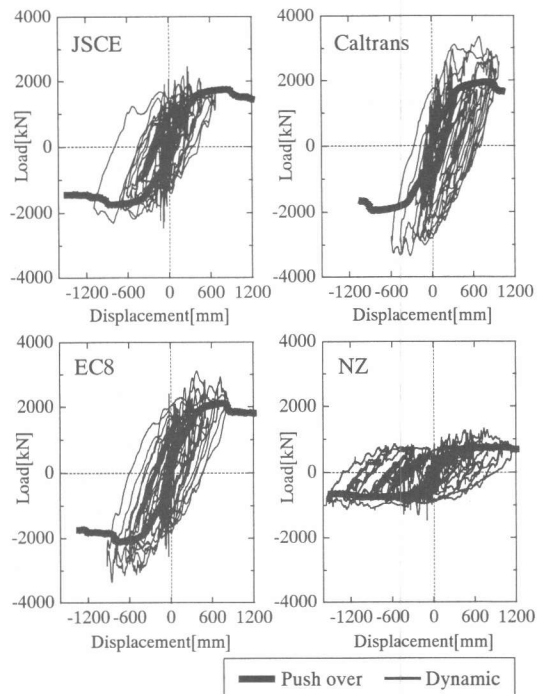


図-8 動的解析の結果 (Case C)

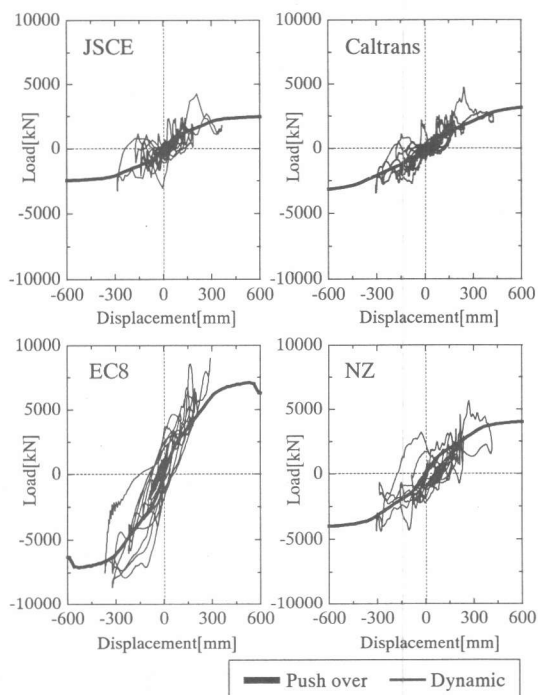


図-9 動的解析の結果 (Case D)