

論文 表面ひび割れ深さの進展を予測する CP ひび割れ幅法の開発

石川靖晃*1・木全博聖*2・石川雅美*3・田邊忠顕*4

概要:従来の CP ひび割れ幅法を基に表面ひび割れ幅のみならず表面ひび割れ深さの進展もリアルタイムに追跡できる CP ひび割れ幅法を開発した。その結果、二次元 FEM と同様の精度で表面ひび割れの進展が予測できることを示した。さらに乾燥収縮を受けるコンクリート橋脚に対して表面ひび割れ進展解析を行った結果、材齢の経過と共に表面ひび割れ開口領域は断面内部に進展していく可能性もあることを解析的に示した。

キーワード:CP ひび割れ幅法, 表面ひび割れ, ひび割れ深さ, 温度応力, 乾燥収縮

1. はじめに

コンクリート構造物に生じる表面ひび割れは、コンクリート構造物の耐久性に極めて大きな影響を及ぼすため、表面ひび割れ幅やひび割れ深さの進展を正確に予測することは補修等の善後策を立てる上で非常に重要であることは論を待たない。ひび割れを予測する方法としては FEM が主流であるが、特に温度ひび割れ予測に関しては FEM の他の有力な方法として CP ひび割れ幅法¹⁾がある。CP ひび割れ幅法の利点は FEM に比べ極めて短い計算時間で、且つ設計の範囲内で十分なひび割れ幅の予測ができることである。その一方で、CP ひび割れ幅法は貫通したひび割れが対象であり、表面ひび割れ深さや表面ひび割れ進展状況を正確に予測することは出来ないことが現状である。

そこで本研究では、表面ひび割れ幅のみならずひび割れ深さの進展も追跡できる CP ひび割れ幅法の拡張を目的とした。まず従来の CP ひび割れ幅法を基に、ひび割れ深さの進展をリアルタイムに追跡できるように定式化を行った。

そして二次元 FEM による表面ひび割れ進展解析と比較を行い、最後に乾燥収縮を受ける橋脚の表面ひび割れ進展について解析的検討を行

った。なお、本研究は JCI 温度応力プログラム開発の委員会活動において表面ひび割れの CP 法への導入の一環として著者らが主体となって遂行したものであることを述べておく。

2. ひび割れ幅の進展を考慮に入れた CP ひび割れ幅法の定式化

2.1 定式化の基本的考え方

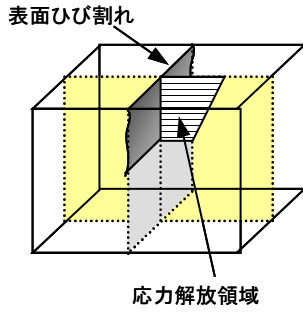
ここで提案するひび割れの進展を考慮に入れた CP ひび割れ幅法の基本的考え方は、幾つかの点を除いては従来の CP ひび割れ幅法と同じである。異なる点は 2 点ある。一つは、従来の CP ひび割れ幅法では、ひび割れ後の応力開放領域をひび割れ深さ方向に一定としていることに対し、本検討ではひび割れ進展をより精度良く予測するために、ひび割れ深さ方向に台形状に応力を開放することである。もう一つは、従来の CP ひび割れ幅法がひび割れ後、被拘束体全断面が貫通することを仮定し、ひび割れ幅を算定していることに対し、本検討では、ひび割れ深さを応力分布に応じて決定していることである。このことにより、ひび割れ進展状況を各時間ステップ毎に追跡できる。以上の 2 点に焦点を当て、ひび割れ進展を考慮する CP ひび割

*1 名城大学助教授 理工学部建設システム工学科 工博(正会員)

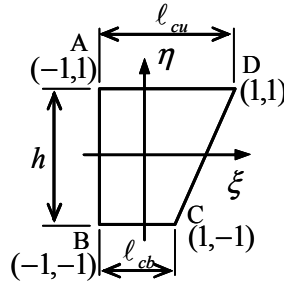
*2 名古屋大学大学院助手 工学研究科土木工学専攻 工修(正会員)

*3 東急建設株式会社 工博(正会員)

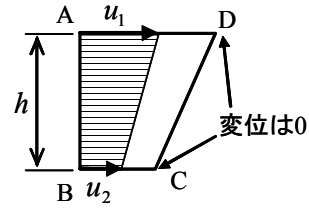
*4 名古屋大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 工博(正会員)



(a) 応力解放領域の位置



(b) 局所座標系の定義



(c) 応力開放により生じる変形

図-1 表面ひび割れと応力解放領域

れ幅法の定式化について以下に述べる。

2.2 応力開放領域のひずみ—変位適合条件

まず，図-1(a)のように構造物の表面部にひび割れが生じ，台形 ABCD で囲まれる領域で応力が解放されたと仮定する(図-1(b))。応力解放領域は表面部では長さ l_{cu} であり，ひび割れ先端部では長さ l_{cb} である。さらにひび割れ深さは h である。また，線分 AB に沿ってひび割れが入り A および B 点でそれぞれ変位 u_1 および u_2 が発生し，他の点(C および D 点)では変形は生じないとする(図-1(c))。

応力解放領域内のコンクリートおよび鉄筋部の変位が点 ABCD 上の変位の図-1(b)に示すような局所座標系 (ξ, η) による一次補間で与えられると仮定すると，応力解放領域内のコンクリートのひずみ ε_c は次式で与えられる。

$$\varepsilon_c = \frac{(-1-\eta)u_1 + (-1+\eta)u_2}{l_{cb} + l_{cu} + \eta(l_{cu} - l_{cb})} \quad (1)$$

一方 i 番目の鉄筋に生じるひずみ ε_{si} は，図-2 に示すように，鉄筋位置 (ξ_{si}, η_{si}) の変位を，鉄筋とコンクリートとの付着が完全に失われる長さ，即ち付着喪失長さ l_{si} で割ることにより次式で表わされる。

$$\varepsilon_{si} = \frac{(1-\xi_{si})(1+\eta_{si})u_1}{4l_{si}} + \frac{(1-\xi_{si})(1-\eta_{si})u_2}{4l_{si}} \quad (2)$$

ただし，鉄筋位置 (ξ_{si}, η_{si}) は構造物の全体座標系 (x, y) の y 成分を用いることにより，次式で表される。

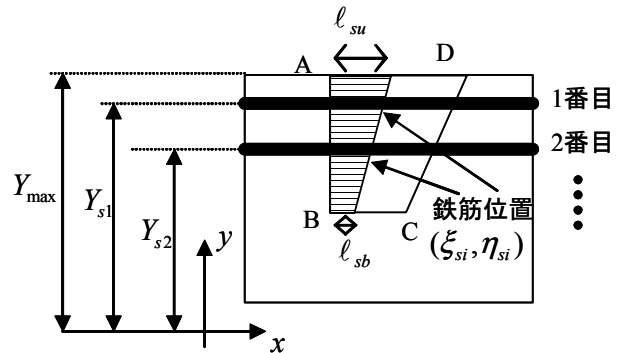


図-2 鉄筋の付着喪失領域

$$\xi_{si} = \left(2 \frac{l_{su}}{l_{cu}} - 1\right) \frac{Y_{si} - Y_{\max} + h}{h} + \left(2 \frac{l_{sb}}{l_{cb}} - 1\right) \frac{Y_{\max} - Y_{si}}{h} \quad (3)$$

$$\eta_{si} = (2Y_{si} - 2Y_{\max} + h)/h \quad (4)$$

ここで， Y_{si} および Y_{\max} は，それぞれ i 番目の鉄筋およびひび割れ表面部の y 座標である。

また，付着喪失長さ l_{si} は l_{su} および l_{sb} を鉄筋位置の局所座標 η_{si} で一次補間することにより，最終的に次式で表される。

$$l_{si} = l_{sb} + \frac{(l_{su} - l_{sb})(Y_{si} - Y_{\max} + h)}{h} \quad (5)$$

2.3 ひび割れ進展を考慮に入れた力の釣り合い条件

従来の CP ひび割れ幅法と同様な方法論で力の釣り合いを考える。即ち，弾性解析で断面内の応力がある領域で引張強度を超えた場合，その領域深さを仮の h とする。そして応力解放領

域のCおよびD点を固定し応力解放領域内のみで力の釣り合いを考え(第一段階)、その後構造物全体で力の釣り合いを考える(第二段階)。

(1) 第一段階

第一段階においては、表面ひび割れ発生領域が鉄筋位置まで達している場合と、達していない場合の2通り考えられる。

まず、表面ひび割れ領域が鉄筋位置まで達している場合を考える。まず、前のステップまでに h だけひび割れ深さがあり、現ステップでさらに Δh の深さで引張強度に達したときの自由体図を考える(図-3)。ただし、本検討では、自由体において従来のCPひび割れ幅法で考慮していない鉄筋の断面力が加えられている。このとき軸力および曲げモーメントに関する力の釣り合い条件はそれぞれ次式で与えられる。

$$\int_{A_{c1}} (\sigma_c^{(0)} + E_c \Delta \varepsilon_c) dA_{c1} + \int_{A_{s1}} \sigma_{si}^{(0)} dA_{s1} = \int_{A_{s1}} (\sigma_{si}^{(0)} + E_s \Delta \varepsilon_{si}) dA_{s1} \quad (6)$$

$$\int_{A_{c1}} (\sigma_c^{(0)} + E_c \Delta \varepsilon_c) (y - y_g) dA_{c1} + \int_{A_{s1}} \sigma_{si}^{(0)} (y - y_g) dA_{s1} = \int_{A_{s1}} (\sigma_{si}^{(0)} + E_s \Delta \varepsilon_{si}) (y - y_g) dA_{s1} \quad (7)$$

また、次式が成り立つ。

$$\Delta \varepsilon_c + \varepsilon_c^{(0)} = \varepsilon_c, \quad \Delta \varepsilon_{si} + \varepsilon_{si}^{(0)} = \varepsilon_{si} \quad (8)$$

ここで、 $\Delta \varepsilon_c$ および $\Delta \varepsilon_{si}$ は、現ステップで解放されたコンクリートおよび i 番目の鉄筋のひずみ増分、 $\sigma_c^{(0)}$ および $\sigma_{si}^{(0)}$ は、それぞれ現在のステップまでの応力解放直前のコンクリートおよび i 番目の鉄筋の応力、 $\varepsilon_c^{(0)}$ および $\varepsilon_{si}^{(0)}$ は、

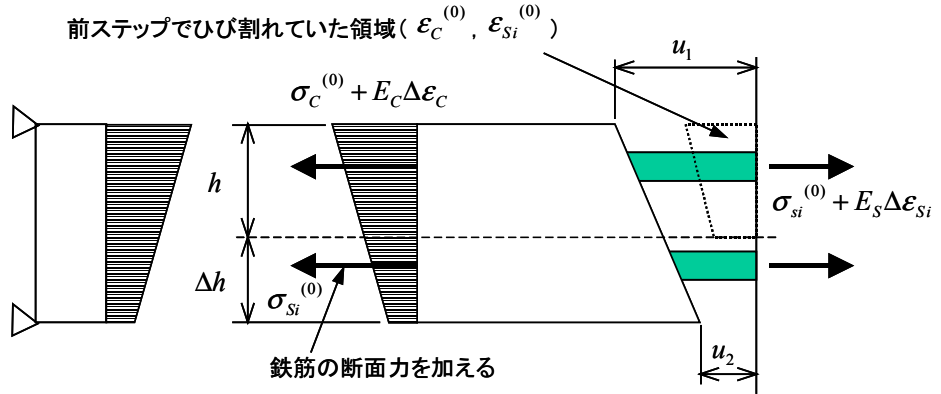


図-3 第一段階での応力解放領域の自由体図

それぞれ前のステップまで解放されたコンクリートおよび i 番目の鉄筋のひずみ、 E_c および E_s はそれぞれコンクリートおよび鉄筋の弾性係数である。また、 y_g はひび割れ発生領域の重心の y 座標であり、

$$y_g = \frac{\left(\int_{A_{c1}} y dA_{c1} + \int_{A_{s1}} y dA_{s1} \right)}{A_{c1} + A_{s1}} \quad (9)$$

と表される。 A_{c1} および A_{s1} はそれぞれひび割れ発生領域におけるコンクリートおよび鉄筋領域である。式(1)(2)、および式(6)~(9)より変位 u_1 および u_2 を算定することが出来る。

表面ひび割れ領域が鉄筋位置まで達していない場合、領域内の解放されるコンクリートひずみはひび割れが発生する直前の応力分布に比例させて解放されると仮定する。即ち、解放するコンクリートのひずみ増分 $\Delta \varepsilon_c$ を次式で与える。

$$\Delta \varepsilon_c = -\sigma_c^{(0)} / E_c \quad (10)$$

なお、このときは変位 u_1 および u_2 は算定せず、第二段階にて算定すると仮定する。

(2) 第二段階

第一段階でひび割れ発生領域では鉄筋応力が変化するが、構造全体での力の釣り合いは満たさなくなる。ゆえに、力の釣り合いを満たすように構造全体の応力の再配分を行う必要がある。再配分によって生じるひずみ増分を $\Delta \varepsilon_2$ とすると、構造全体の軸力および曲げモーメントに関する釣り合い条件は次式となる。

$$\int_{A_{c2}} (\sigma_c^{(0)} + E_c \Delta \varepsilon_2) dA_{c2} + \int_{A_s} (\sigma_{si}^{(1)} + E_s \Delta \varepsilon_2) dA_s = N_R \quad (11)$$

$$\int_{A_{c2}} (\sigma_c^{(0)} + E_c \Delta \varepsilon_2) (y - y_k) dA_{c2} + \int_{A_s} (\sigma_{si}^{(1)} + E_s \Delta \varepsilon_2) (y - y_k) dA_s = M_R \quad (12)$$

ここで、 $\sigma_{si}^{(1)}$ は第一段階で変化した i 番目の鉄筋応力である。また、 y_k は構造全体の重心位置の y 座標であり

$$y_k = \frac{\left(\int_{A_{c2}} y dA_{c2} + \int_{A_s} y dA_s \right)}{A_{c2} + A_s} \quad (13)$$

と表される。また、 A_{c2} および A_s はそれぞれひび割れが発生していないコンクリート領域および鉄筋全体を表わす領域であり、 N_R および M_R はそれぞれ外部拘束による軸力および曲げモーメントである。なお、ひび割れが発生していない領域に含まれる鉄筋応力 $\sigma_{si}^{(1)}$ は $\sigma_{si}^{(0)}$ に一致する。

また、平面保持の仮定から次式が成り立つ。

$$\Delta \varepsilon_2 = \Delta \bar{\varepsilon}_2 + \Delta \phi_2 (y - y_k) \quad (14)$$

ここで、 $\Delta \bar{\varepsilon}_2$ および $\Delta \phi_2$ は応力の再配分によって生じる軸ひずみおよび曲率である。式(11)~(14)より $\Delta \bar{\varepsilon}_2$ および $\Delta \phi_2$ が算定できる。このとき変位 u_1 および u_2 は次式で更新される。

i) ひび割れが鉄筋位置より深い場合

$$u_1 = u_1 + \ell_{su} \{ \Delta \bar{\varepsilon}_2 + \Delta \phi_2 (Y_{\max} - y_k) \} \quad (15)$$

$$u_2 = u_2 + \ell_{sb} \{ \Delta \bar{\varepsilon}_2 + \Delta \phi_2 (Y_{\min} - y_k) \} \quad (16)$$

ii) ひび割れが鉄筋まで達していない場合

$$u_1 = u_1 + \ell_{cu} \{ \Delta \bar{\varepsilon}_2 + \Delta \phi_2 (Y_{\max} - y_k) \} \quad (17)$$

$$u_2 = u_2 + \ell_{cb} \{ \Delta \bar{\varepsilon}_2 + \Delta \phi_2 (Y_{\min} - y_k) \} \quad (18)$$

ただし、 Y_{\min} はひび割れ先端部の y 座標である。

第二段階終了時にはコンクリートおよび鉄筋

表-1 温度解析条件

	コンクリート	岩盤
比熱 [J/gK]	0.92	2.07
熱伝導率 [W/mK]	2.33	1.40
熱伝達率 [W/m ² K]	11.7	11.7
密度[kg/m ³]	2300	1720
初期温度[]	20	20
外気温[]	15(一定)	
単位セメント量 [kg/m ³]	300	
断熱温度 上昇式	K	40
		0.889

表-2 温度応力解析条件

線膨張係数(/)	0.000006
設計強度 f'_c [N/mm ²]	24
コンクリートの ヤング係数 [N/mm ²]	$3500\sqrt{f'_c}$ $t < 3$ 日 $4740\sqrt{f'_c}$ $t \geq 3$ 日
ひび割れ発生条件	引張強度が 1.31[N/mm ²]以上
R_N	0.07
R_M (ピーク前)	0.60
R_M (ピーク後)	0.60
鉄筋のヤング係数 [N/mm ²]	210000
ℓ_{sb}, ℓ_{cb} [mm]	0.01
ℓ_{su} [mm]	200

の応力も更新されるが、更新されたコンクリート応力分布内に新たに引張強度を超える領域が発生した場合、第一段階まで戻り、 Δh を更新させる。そして、第二段階終了時に引張強度を超える領域が無くなるまで繰り返し計算を行う。以上の定式化より、ひび割れ変位 u_1 および u_2 を各ステップ毎に算定することが可能であり、従来の CP ひび割れ幅法では考慮されていなかった

たひび割れ深さの進展を逐次算定できる。

3. 二次元 FEM ひび割れ解析との比較

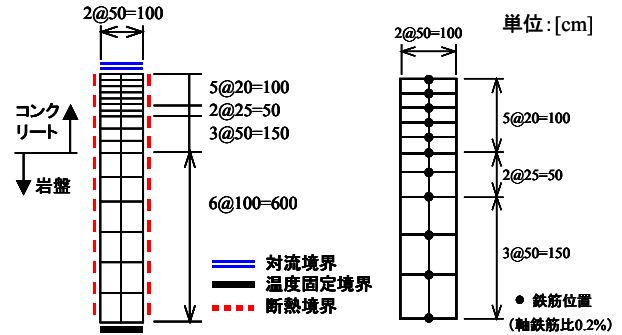
本手法の妥当性を検討するために、まず、マスコンクリート構造物の二次元 FEM 温度応力解析結果¹⁾との比較を行った。

まず、図-4(a)に示す解析対象断面に対して温度解析を行った。解析条件を表-1に示す。温度応力解析モデルおよび解析条件をそれぞれ図-4(b)および表-2に示す。文献¹⁾によれば鉄筋の付着喪失領域は実測において大体 10cm から 20cm 程度であり、コンクリートの応力解放領域長さはひび割れ間隔に対応し大体 40cm ~ 200cm ぐらいであると報告されている。本解析においては l_{su} は 20cm と固定し、 l_{cu} を 40, 80, 120, 160, 220 [mm] と 5 パターン与えた。

提案した CP ひび割れ幅法および二次元 FEM による材齢 7 日までの表面部におけるひび割れ幅およびひび割れ深さの経時変化を、それぞれ図-5 および図-6 に示す。図より、提案したひび割れ幅法による表面ひび割れ幅およびひび割れ深さの経時変化は、FEM のそれらと極めて類似することが確認された。

4. 乾燥収縮を受けるコンクリート橋脚の表面ひび割れ進展解析

次に、乾燥収縮を受けるコンクリート橋脚に対して、提案した CP ひび割れ幅法によるひび割れ進展解析を行った。図-7 に解析対象橋脚を示す。ひび割れ進展解析の手順は以下の通りである。まず、材齢 3.5 日までは提案した CP ひび割れ幅法による温度応力解析を行い、初期応力、初期ひずみ分布、表面ひび割れ幅およびひび割れ深さを与えた。そして材齢 3.5 日以降は相対湿度分布および経時変化をひずみに変換し、材齢 50 年まで引き続き解析を行った。相対湿度分布および経時変化は別に湿度解析²⁾を行い算定されたものを用いた。なお、相対湿度のひずみへの変換は次式で行っている。



(a) 温度解析 (b) 温度応力解析
図-4 解析対象断面

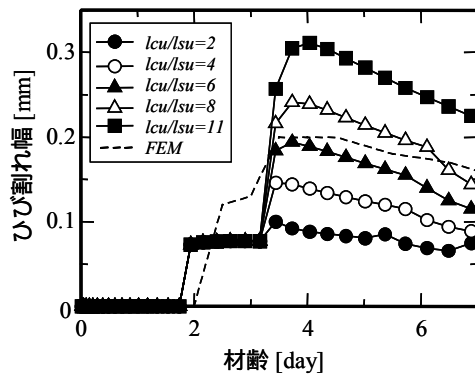


図-5 ひび割れ幅の経時変化比較

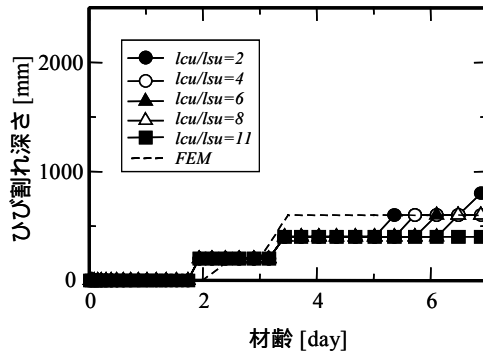


図-6 ひび割れ深さの経時変化比較

$$\dot{\epsilon}_{sh} = \alpha_s \dot{H} \quad (19)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_{sh}$ は相対湿度によるひずみ速度、 \dot{H} は相対湿度速度であり、 α_s は収縮係数である。修正 CP ひび割れ幅法によるひび割れ解析条件を表-3に示す。ただし、付着喪失領域パラメータは 3. で延べた範囲で 1 つの例として与えたに過ぎないことを強調しておく。算定された表面ひび割れ幅およびひび割れ開口領域の経時変化を図-8 および図-9 に示す。ただし、材齢は 3.5 日

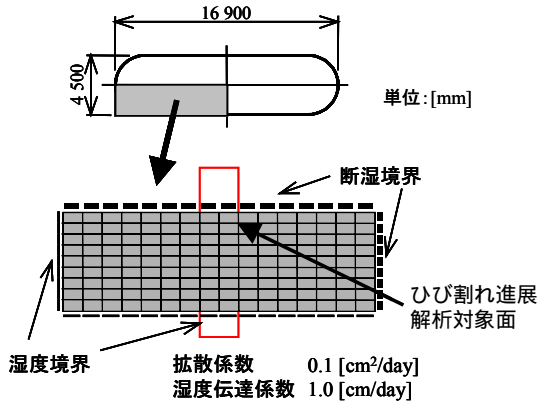


図-7 解析対象橋脚断面

表-3 温度応力解析条件

線膨張係数(ν)	0.000008
収縮係数 α_s	0.0007
一軸圧縮強度 [N/mm ²]	$\frac{24t}{0.95t + 4.5}$ t: 材齢(日)
コンクリートの 弾性係数 [N/mm ²]	$3500\sqrt{f'_c}$ t<3 日 $4740\sqrt{f'_c}$ t>=3 日
一軸引張強度 [N/mm ²]	$0.45\sqrt{f'_c}$
R _N	0.00
R _M (ピーク前)	1.00
R _M (ピーク後)	1.00
鉄筋の弾性係数 [N/mm ²]	210000
l_{sb}, l_{su} [mm]	100
l_{cb}, l_{cu} [mm]	1000

以降から描かれている。図-8 から、乾燥開始時点の表面ひび割れ幅は 0.12[mm]であるが、時間の経過と共に減少し、解析開始後約 2 ヶ月以降では負の値となることがわかる。それに対し、材齢 1 年を越えたところから最深部のひび割れが開く。すなわち、表面ひび割れは閉じ、最深部のひび割れは逆に開くという傾向となる。図-9 は、ひび割れ開口領域の進展状況を示している。解析開始時では開口領域は表面部のみであるが材齢が経つにつれ断面内部に開口領域が移行していく様子が伺える。このような現象は、現在のところ十分に明らかにされていないが、大型のコンクリート製ケーソンにおいて内部に大規模なひび割れ開口領域が存在していることが確認されており、実際にこの現象が発生する事はあると思われる。

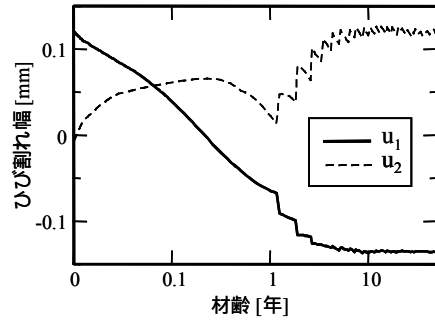


図-8 表面ひび割れ幅の経時変化

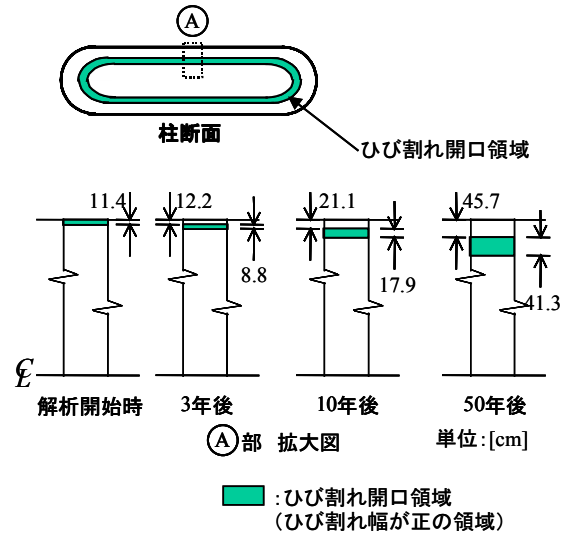


図-9 ひび割れ開口領域の進展状況

5. おわりに

以上のことから以下のことが要約される。

1. 従来の CP ひび割れ幅法を基に、表面ひび割れ幅だけでなく表面ひび割れ深さの進展もリアルタイムに追跡できる CP ひび割れ幅法を開発した。
2. 提案した CP ひび割れ幅法で l_{cu} / l_{su} を適切にとれば二次元 FEM と同様の精度で表面ひび割れの予測が可能である。
3. 表面ひび割れは材齢の変化と共に閉じ、断面内部に開口領域が進展する可能性があることを解析的に示した。

参考文献

- 1) 日本コンクリート工学協会: マスコンクリート温度応力委員会報告書, 1992
- 2) 木全博聖ほか: 不飽和モルタル中の水分異動に関する実験的研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No.1, pp.591-596, 1996.6