

論文 要素サイズ依存性を解消した RC 柱のポストピーク FEM 解析

水野 英二^{*1}・松村 寿男^{*2}・関 直樹^{*3}・畑中 重光^{*4}

要旨：ひずみ軟化型構成モデルを用いて RC 柱の有限要素解析を行う場合，ポストピーク領域の変形挙動は分割要素長に大きく影響を受ける。本研究では，有限要素法による RC 柱のポストピーク挙動解析において要素サイズ依存性を解消できる数値解析手法ならびにそれに伴うひずみ軟化型構成モデルの提案を行い，その有効性について解析的に検証した。

キーワード：ひずみ軟化型モデル，限界ひずみ，圧縮破壊エネルギー，要素サイズ依存性

1. はじめに

鉄筋コンクリート (RC) 柱のポストピーク変形挙動に関するこれまでの解析的研究^{1), 2)}を通して，コンクリートのひずみ軟化型構成モデルを有限要素解析に採用する場合には，1 要素に対して用いるコンクリートの応力 - ひずみ関係の軟化勾配 (または限界ひずみ) が RC 柱のポストピーク変形挙動に大きく影響することが知られている。それゆえ，要素長さと最適限界ひずみとの関係を明確にして，要素サイズに依存しないユニークな有限要素解析結果を与える方法を模索することは重要な課題である。

以下が本論文の主な研究内容である。

- 1) 文献 1) にて報告した RC 柱の均等分割モデルに対する有限要素解析結果も踏まえてコンクリートの構成モデルにひずみ軟化型の応力 - ひずみ関係を導入する場合の有限要素解析上での注意点について言及する。
- 2) さらに，RC 柱の不均等分割モデルに対して上記 1) にて作成した提案式による最適限界ひずみを用いて有限要素解析を行う場合，ポストピークでの挙動解析結果が分割要素サイズに依存しないことを検証する。

2. 最適限界ひずみと要素長さとの関係
ひずみ軟化型構成モデルの欠点は，分割数 (要

素長さ) の違いがポストピークの解析結果に大きく影響することにある。文献 1) にもあるように，同じ軟化曲線を解析に用いる限り異なる分割要素数 (要素長さ) の下で様々な解析結果が出ることになり，何らかの使用条件を付けない限り妥当な解析結果を与える構成モデルとしては不十分である。例えば，コンクリートの応力 - ひずみ関係に圧縮破壊エネルギーの概念を導入した軟化型構成モデル²⁾が提案されており，有限要素解析結果が要素長さに依存性しないような工夫がなされている。

本章では，文献 1) で採り挙げた普通強度材料ならびに高強度材料から成る鉄筋コンクリート (RC) 柱の 4 供試体 (柱部材長：2,250 mm，部材断面：450 mm × 450 mm，せん断スパン比：5) の一方向載荷 (プッシュオーバー) 解析結果を基に，コンクリートのひずみ軟化型構成モデルに採り入れるべき「最適限界ひずみ」の評価式を設定する。RC 供試体 (H, HA, HB, および N 供試体) の強度等は表 - 1 に示すが，詳細は文献 1) および文献 3) を参照されたい。

2.1 最適限界ひずみ

図 - 1 にコンクリートのひずみ軟化型構成モデルを示す。図中にて，コンクリートの応力がゼロとなる軟化域でのひずみを本論文では限界ひずみ ϵ_f と称する。文献 1) では，RC 供試体

*1 中部大学教授 工学部土木工学科 Ph.D. (正会員)

*2 中部大学大学院 工学研究科博士課程後期課程 建設工学専攻 修士 (正会員)

*3 市川工務店 工務部

*4 三重大学教授 工学部建築学科 工博 (正会員)

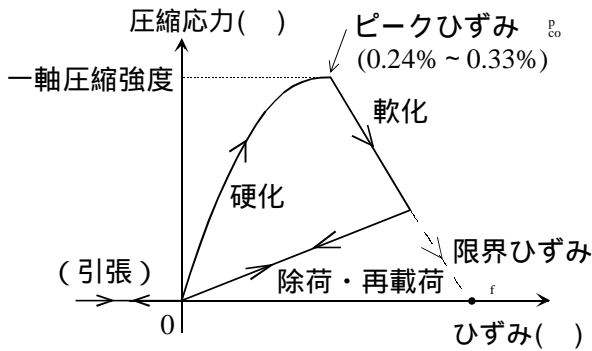


図 - 1 ひずみ軟化型モデル (コンクリート)

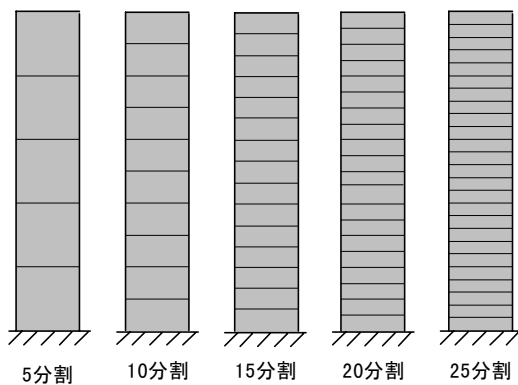


図 - 2 RC 柱の均等分割モデル

のポストピーク解析に用いるべき「最適な限界ひずみ」を定量的に評価するために、図 - 2 に示すように RC 供試体を柱軸方向に 5, 10, 15, 20, 25 均等分割し、一定軸力(累加軸圧縮耐力の 12% ~ 14%) 下で柱頂点に横方向変位を与えることによるプッシュオーバー解析を実施した。強度等を表 - 1, 解析モデルを図 - 3 に示す。

なお、解析手法ははり理論に基づいたファイバーモデル¹⁾であり、汎用有限要素法プログラム FEAP⁴⁾ にエレメントサブルーチンとして組み込まれている。また、鉄筋の構成モデルには筆者らの修正二曲面モデル⁵⁾を採用した。

文献 1) では、ポストピークでの解析曲線が繰り返し実験結果の包絡曲線と最も良く一致する場合の限界ひずみを最適限界ひずみとして設定した。4 供試体の各均等分割モデル (図 - 2 に示す 5, 10, 15, 20, 25 分割モデル) に対する解析結果より評価された最適限界ひずみの値を、それぞれ 印, 印, 印, および 印にて図 - 4 に示す。ここで、横軸は分割数、縦軸は最

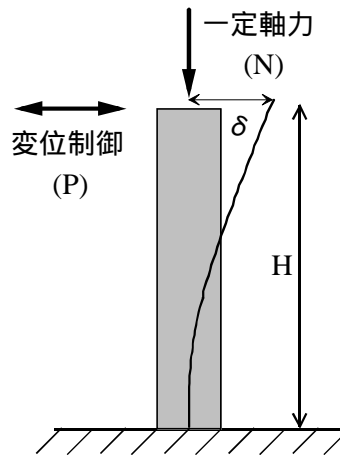


図 - 3 解析モデル

表 - 1 強度および帯鉄筋比

供試体	圧縮強度 (MPa)	帯鉄筋比 (%)
H	65.7	0.352
HA	66.8	0.523
HB	64.3	0.176
N	37.1	0.352

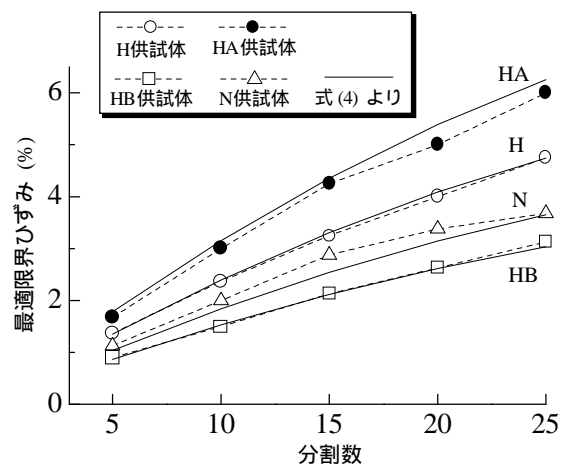


図 - 4 最適限界ひずみと分割数

適限界ひずみ値である。

図 - 4 から分かるように、各供試体の帯鉄筋によるコンクリートへの拘束効果の違いにより 10 分割での最適限界ひずみ値に違いはあるものの、分割数が多く (要素長さが短く) になれば最適限界ひずみ値は大きくなるという類似した傾向がある。さらに、各供試体の 10 分割における最適限界ひずみを基準として、縦軸に最適限界ひずみ比をプロットした結果を図 - 5 に示す。図から分かるように変化勾配についてもほぼ同じ傾向がある。

2.2 最適限界ひずみの定式化

以上のことを考察すると、最適限界ひずみ $f_{c,lim}$ は横補強筋からの拘束圧 (面積帯鉄筋比: ρ_a × 帯鉄筋降伏強度: f_{sy} に比例) によって大きくなる傾向にあり、さらに一軸圧縮強度 f_c の小さいコンクリートほどその傾向は大きいと推測

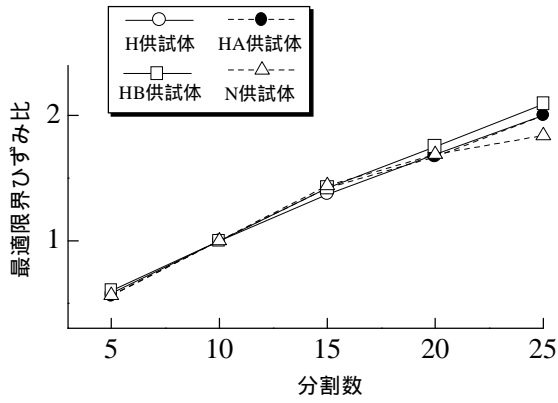


図 - 5 最適限界ひずみ比と分割数

できる。要素分割数 10 における最適限界ひずみ ϵ_{f10} を考察するための指標として次式が考えられる。

$$\alpha = \frac{\epsilon_{f10} - \epsilon_{co}^p}{\epsilon_{co}^p} \left(\frac{f'_c}{\rho_a \sigma_{sy}} \right)^\beta \quad (1)$$

ここで、 ϵ_{co}^p はピーク圧縮強度時におけるひずみ、 ρ_a は面積帯筋比 (%) である。4 供試体のデータに対する回帰分析結果を図 - 6 に示す。これより、 $\alpha = 2.564$ 、 $\beta = 0.778$ であることが分かった。よって、 ϵ_{f10} は次式によって与えられる。

$$\epsilon_{f10} = \epsilon_{co}^p [\alpha (\rho_a m)^\beta + 1] \quad (2)$$

ここで、 m は強度比 (帯鉄筋降伏強度 σ_{sy} / コンクリート軸圧縮強度 f'_c) である。さらに、図 - 5 に示す限界ひずみ比 (分割数 10 にて最適限界ひずみ比 = 1) と分割数 (分割長) の関係を最小二乗法により二次曲線近似で求めると、

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f10}} = a \left(\frac{L}{l_{elm}} \right)^2 + b \left(\frac{L}{l_{elm}} \right) + c \quad (3)$$

ここで、 $a = -1.071 \times 10^{-3}$ 、 $b = 1.030 \times 10^{-1}$ 、 $c = 7.675 \times 10^{-2}$ 、 l_{elm} : 一要素長、 L : 部材長 (本解析の場合には、2,250 mm) である。それゆえ、強度比、面積帯筋比 (%), コンクリートのピークひずみ、有限要素解析で用いる一要素長が決まれば、式 (2) を式 (3) に代入して、限界ひずみ ϵ_f を次式のように定めることができる。

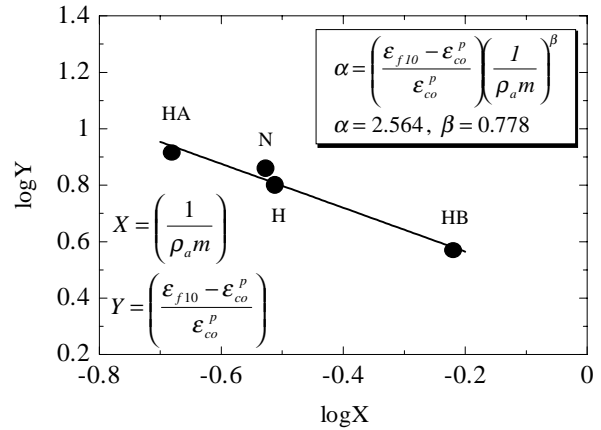


図 - 6 回帰分析 (式(1))

$$\epsilon_f = \epsilon_{co}^p [\alpha (\rho_a m)^\beta + 1] \left(\frac{\gamma}{l_{elm}^2} + \frac{\delta}{l_{elm}} + \lambda \right) \quad (4)$$

ここで、 $\gamma = -54.22 \text{ cm}^2$ 、 $\delta = 23.18 \text{ cm}$ 、 $\lambda = 7.675 \times 10^{-2}$ である。なお、面積帯筋比 ρ_a は % 表示であることに注意されたい。本解析の RC 供試体のせん断スパン比は 5、 $\rho_a m$ は 1.65 % ~ 4.77 % であるので、式 (4) はこの範囲にある RC 柱に対しては適用できる可能性があることを特記しておく。式 (4) を用いて最適限界ひずみを計算した結果を図-4 に実線で示す。

2.3 圧縮破壊エネルギー

図 - 7 に示すようなコンクリートの応力 - ひずみ関係における、ピーク応力以降の軟化域のひずみエネルギー W_s (灰色部分) を用いて、1 要素体積 V あたりに入る圧縮破壊エネルギー ($W_s \cdot V$) と分割数との関係を 4 供試体に対してプロットした結果を図 - 8 に示す。図から分かるように、HB 供試体を除いた 3 供試体 (H, HA, および N 供試体) の圧縮破壊エネルギー

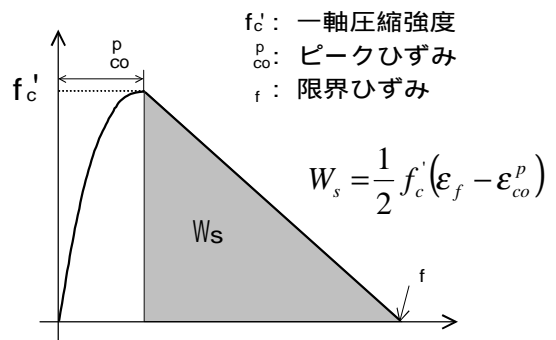


図 - 7 軟化域でのひずみエネルギー

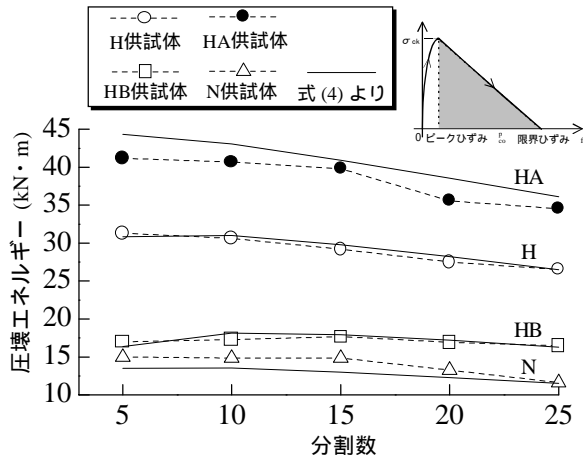


図 - 8 圧縮破壊エネルギー（一要素あたり）と分割数

は分割数の増加に伴い減少する傾向を示す。普通強度コンクリートから成る N 供試体，高強度コンクリートから成り横拘束筋間隔が広い HB 供試体では，全体的に圧縮破壊エネルギーは低い。一方，高強度コンクリートである H 供試体さらに横拘束筋間隔が狭い HA 供試体になると圧縮破壊エネルギーが大きくなる。式(2)～式(4)を用いて 1 要素あたりの破壊エネルギーを計算すると図 - 8 に示すような実線になる。

2.4 考察

これまでの議論をまとめると，ひずみ軟化型構成モデルを RC 柱の曲げ解析などに採用する場合には，単位体積当たりに入る圧縮破壊エネルギーを一定とするのではなく，式(2)～式(4)より計算されるような一要素長に準じた最適限界ひずみを用いた方が妥当であることを示唆している。

一方，文献 2) によれば，一要素あたりに吸収される圧縮破壊エネルギーは一定であるとして，要素長を変化させた場合でのコンクリートの応力零時でのひずみ（本論文で定義する最適限界ひずみ）を決定して，これを有限要素解析に用いている。1 要素体積あたりに入る圧縮破壊エネルギーと分割数との関係（図 - 8）を考察すると，本研究で対象とした 4 供試体に対しては，要素長がおおよそ 15 cm 以下（要素分割数が 15 分割以上）の場合に圧縮破壊エネルギー一定則は成り立っていないと思われる。

以上，4 供試体の実験データおよび解析結果に基づいて最適限界ひずみ式および圧縮破壊エネルギーを検討したが，いずれの場合も式(4)のパラメータ $\rho_a m$ が 1.65 % ~ 4.77 % と小さな範囲での考察結果である。よって，パラメータ $\rho_a m$ が大きな値での実験結果も踏まえて今後は最適な式を検討すべきであろう。

3. 要素サイズ依存性に関する検証解析

第 2 章では，柱軸方向に均等分割(5, 10, 15, 20, 25 分割)した分割モデルを用いてプッシュオーバー解析により「最適限界ひずみ」を評価した。本章では，式(4)による「最適限界ひずみ」に基づいた軟化型構成モデルを用いて，不均等な要素長さに分割した RC 供試体モデル（H 供試体を対象）に対してプッシュオーバー解析を実施し，要素サイズ依存性に関する検証を行う。

3.1 不均等分割モデル

本論文で対象とした RC 柱の破壊進展，特にコンクリートの圧壊は基部から $0.5 D \sim 1 D$ (D : 柱幅) の区間で生じたことが分かっている¹⁾。よって，本節では図 - 9(a)に示すように基部から $1.2 D$ (54 cm) までの区間に対して，不均等分割モデルを設定する。ここでは，図 - 9(b)に示すように，分割モデルとして区間を 1, 2,

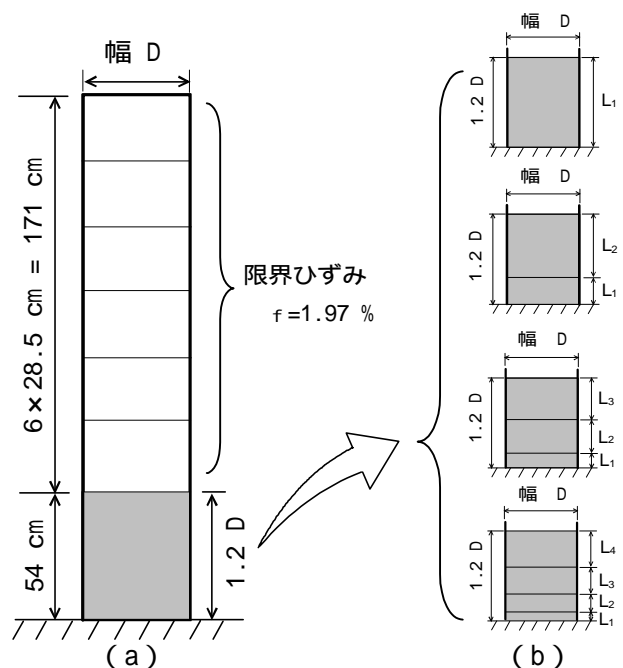


図 - 9 RC 柱の不均等分割モデル

3, 4 分割する 4 ケースを考察する。なお、基部から $1.2 D (= 54 \text{ cm})$ 以上の区間は全てのケースとも均等に 6 分割 (1 要素長: 28.5 cm) してある。これは、この領域ではコンクリートの圧縮軟化挙動が生じず¹⁾、柱の変形は最適限界ひずみに影響されないという理由による。

3.2 解析結果および考察

図 - 9 に示すような各分割要素のコンクリー

トモデルに対し、式 (4) より計算される最適限界ひずみを適用することによりプッシュオーバー解析 (4 解析ケース) を行った。なお、柱基部部分の分割要素長さおよびその最適限界ひずみ f_j の値は図 - 10 の中に示してある。

4 解析ケースの解析結果を図 - 10(a) ~ 10(d) に示す。各図には、文献 1) で報告されている均等 10 分割による解析曲線を実線 (太線一)

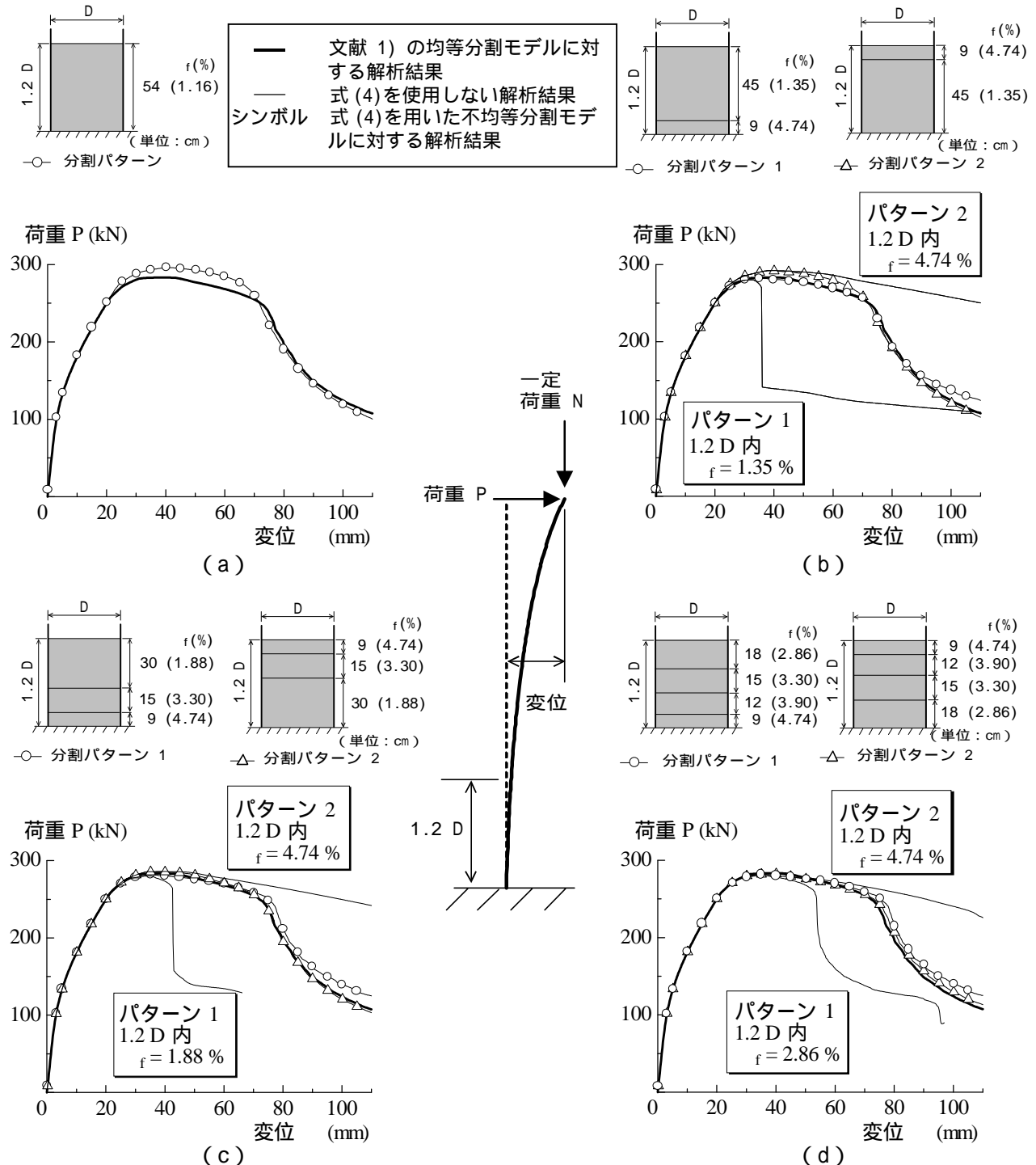


図 - 10 不均等分割モデルに対する解析結果

で示してある。なお，基部 1.2 D 区間のすべての要素に対して同じ最適限界ひずみ値を用いた場合の極端な解析結果も実線（細線—）で示しておく。本解析結果から分かるように，最適限界ひずみ値の設定の違いによりポストピーク曲線が大きく左右される。各解析ケースにおける不均等分割パターンでの解析結果（印および印）と均等 10 分割による解析結果とはほぼ同じ軟化曲線を示しており，分割長さが異なっても式（4）により「最適限界ひずみ」値の設定を行えば，分割長さに依存しないユニークな解析結果が得られることが分かる。

4. まとめ

一定軸力ならびに水平方向外力を受ける RC 柱のポストピーク挙動解析の結果をまとめると以下のようである。

- 1) コンクリートのひずみ軟化型構成モデルに用いるべき最適な限界ひずみの値を設定するために，4 種類の RC 供試体に対する均等分割モデル（5 分割，10 分割，15 分割，20 分割，および 25 分割モデル）を対象にプッシュオーバー解析（一方向載荷解析）を行った。その結果，本研究で設定した最適限界ひずみは要素長さによって大きく影響されることが分かった。
- 2) 各供試体に対する解析結果から，コンクリートの限界ひずみと要素分割数（要素長さ）との間には共通した関係があることが分かった。すなわち，要素長が短ければ最適限界ひずみの値を大きく，また要素長が長ければ最適限界ひずみの値を小さく設定する必要がある。
- 3) 一要素あたりに入る圧縮破壊エネルギー一定則はある程度成り立つと推察される。しかし，本研究での 4 供試体では分割要素長さが短い（15 cm 以下）とその傾向は認められない。今後，他の実験データ等も踏まえて，最適限界ひずみおよび圧縮破壊エネルギーに関して考察を行う必要がある。
- 4) RC 柱のポストピーク挙動解析にて重要な問題となる分割要素依存性について解析的に検討を行った。その結果，筆者らがこれまでに提案しているコンクリートの軟化型構成モデルの「最適限界ひずみ」を要素長さの関数として設定することにより，分割要素依存性を有限要素解析結果から解消することができた。
- 5) 構造解析にて材料の構成モデルとしてひずみ軟化型の構成モデルを採用する際には，要素分割数，特に要素長さに注意を払い解析を行うことが肝要である。

謝辞：本研究を行うにあたり，中部大学総合工学研究所の第 6 部門 B から研究費（平成 13 年度），中部大学奨励研究費（平成 13 年度），およびハイテクリサーチ研究費（文部科学省）をいただいた。ここに，心より感謝致します。

参考文献

- 1) 水野英二，神戸篤士，畑中重光：各種構成モデルを用いた RC 構造部材の繰返し変形挙動解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.23-3，pp.19-24，2001.
- 2) Nakamura H. and Higai T. : Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures under Seismic Loads, Edited by P. Benson Shing and Tada-aki Tanabe, ASCE, pp.471-487, 2001.
- 3) 足立幸郎，運上茂樹，長屋和宏，林昌弘：高軸力下における高強度 RC 部材の変形性能に関する実験的検討，コンクリート工学年次論文報告集，Vol. 21, No. 3，pp. 169-174, 1999.
- 4) Zienkiewicz, O.C. : The Finite Element Method, Third Ed., (吉織雅夫，山田嘉昭 監訳「マトリックス有限要素法」),培風館 ,pp.672-796, 1984.
- 5) 水野英二，沈赤ら：鋼素材に対する修正二曲面モデルの一般定式化，構造工学論文集，Vol. 40A, pp.235-248, 1994 年 3 月 .