論文　端面摩擦による拘束を受ける一軸圧縮下の円柱コンクリートの三次元有限要素解析

吉田　　崇*1・吉田　幸夫*2・畑中　重光*3・水野　英二*4

要旨：円柱コンクリートの一軸圧縮試験において，載荷板とコンクリートの界面の摩擦により，供試体の圧縮強度や破壊性状が変化する。本報では，一軸圧縮下の円柱コンクリートについて弾性有限要素解析を行い，1)円柱供試体と角柱供試体の平均横ひずみ分布が同傾向を示すことを解析的に再現可能であること，2)載荷板とコンクリートの摩擦係数により，供試体の平均横ひずみ分布に相違が生じること，3)端面摩擦がある場合，供試体の平均横ひずみ分布に，供試体中心線付近での圧縮軸方向の応力分布が寄与することを示した。

キーワード：端面摩擦，一軸圧縮，三次元有限要素解析，弾性，境界要素

1.　はじめに

コンクリートの一軸圧縮試験において，載荷板とコンクリート端面との界面に生ずる摩擦により，コンクリート供試体の圧縮強度や破壊性状が変化することがよく知られている[1)]。本解析の目的は，弾性の範囲内において，端面摩擦の程度が軸対称供試体のひずみおよび応力分布等の内部性状に与える影響を，有限要素解析プログラム DIANA[2)] を用いて解析的に明らかにすることである。

2.　解析概要

2.1　供試体および解析対象概要

図-1 に供試体の概要を示す。供試体形状は，高さ-直径比(H / D) = 1，2 および 3 の円柱形とし，上下に載荷板を配置した。**図-2** に示すように，載荷板とコンクリートの界面に位置する節点に端面摩擦を再現する境界要素（Interface Element）を配置した。解析対象は，対称性を考慮して 1/2 領域とした（**図-1** に示す C.L.の右側が解析対象）。境界条件は，X = 0 および Y = 0 の面において，それぞれ X および Y 方向の変位を拘束している。載荷方法は，**図-1** に示す上側

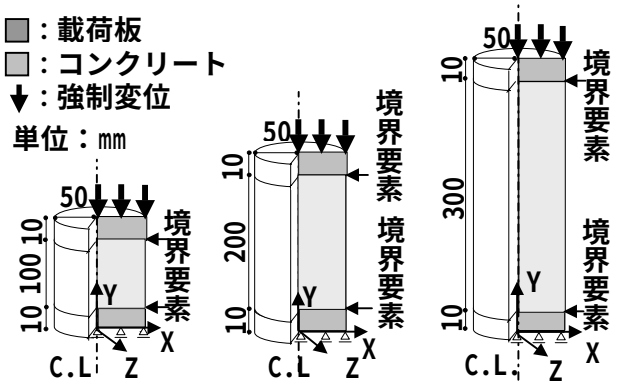


図-1　供試体の概要

表-1　供試体の節点数および要素

供試体 H / D	1	2	3
節点数	297	517	737
要素数	262	462	662

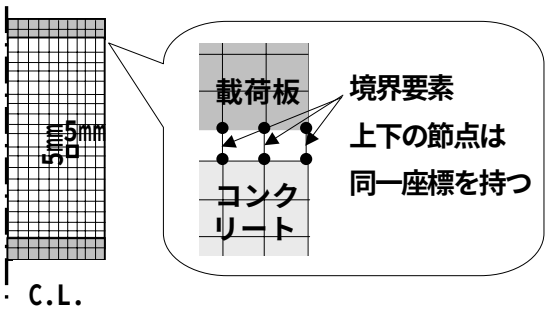


図-2　供試体要素分割および界面の概要

＊１三重大学大学院　工学研究科博士前期課程建築学専攻　（正会員）
＊２三重大学大学院　工学研究科博士後期課程システム工学専攻　工修（正会員）
＊３三重大学　工学部建築学科教授　工博（正会員）
＊４中部大学　工学部土木工学科教授　Ph.D.（正会員）

載荷板上面に，－Y 軸方向に平均軸ひずみが，最大で 1250μとなる強制変位を与える一軸圧縮載荷とした。載荷板およびコンクリートの要素サイズは 5mm×5mm とした。各供試体の節点数および要素数を**表-1** に示す。

2.2　要素モデルおよび構成モデル

適用した要素モデルについて，載荷板およびコンクリートの要素に対しては四辺形 4 節点軸対称ソリッドリング要素 [2)]（DIANA での要素名：Q8AXI）を，境界要素に対しては，節点間を繋ぐ 1+1 節点 2-D 要素 [2)]（要素名：N4IF）を適用した。適用した構成モデルについて，コンクリートおよび載荷板に対しては弾性体を適用し，境界要素に対しては，変位に応じて応力を伝達するバネモデルとクーロン摩擦を考慮したすべりモデルを組み合わせたモデルを適用した。

2.3　材料定数

表-2 に，コンクリートおよび載荷板の要素に入力した材料定数を示す。**表-3** に，境界要素に入力した剛性を示す。境界要素の剛性の値は，次に示すテスト解析を行い，その結果から十分大きな値を採用した。ここでの境界要素の剛性とは，境界要素の負担面積に単位相対変位差を生じるときの力である。

2.3.1　テスト解析の概要

図-3 は，テスト解析の供試体を示したものであり，同図中の C.L.の右側が解析範囲である。上下に重ねた要素間の界面に境界要素を配置した。上側要素の上面の節点に，－Y 軸方向に平均軸ひずみ 1000μの強制変位を与え，その後，X 軸方向へ平均横ひずみ 1000μの強制変位を与えた。載荷板およびコンクリートの材料定数は，**表-2** のものと同じである。

2.3.2　境界要素の剛性の決定

境界要素の剛性の決定条件として，境界面に位置する載荷板およびコンクリートの節点の変位差を 0 とする条件を設定した。すなわち，境界要素の軸剛性（境界面の法線方向の剛性）が小さい場合，**図-4（a）** に示すように，載荷板底面がコンクリート上面の位置を下回り，めり

表-2　載荷板およびコンクリートの材料定数

	E（MPa）	ν
コンクリート	2.5×10^{4}	0.15
載荷板	2.5×10^{5}	0.30

ここに，E：ヤング係数，ν：ポアソン比，

表-3　境界要素の材料定数

	D_1（N/mm³）	D_2（N/mm³）
境界要素	1.0×10^{15}	1.0×10^{15}

ここに，D_1：境界面の法線方向の剛性，D_2：境界面の接線方向の剛性

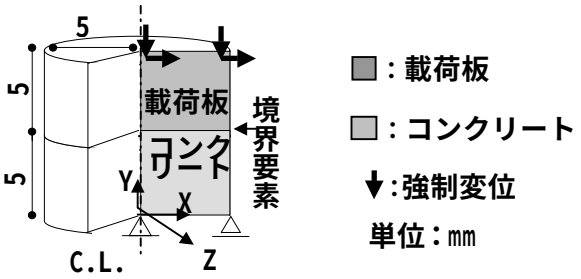
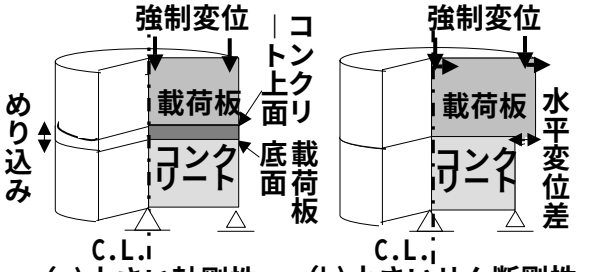
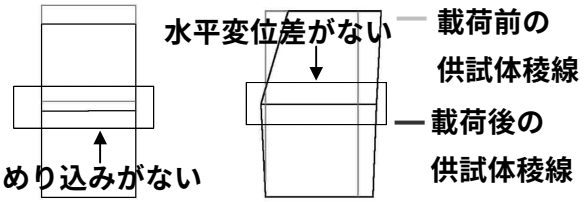


図-3　テスト解析供試体の概要



(a)小さい軸剛性の不具合　(b)小さいせん断剛性の不具合

図-4　剛性が小さい境界要素の不具合の概要



(a) $D_1 = 1.0\times10^{15}$ N/mm³ の供試体の鉛直変位　(b) $D_2 = 1.0\times10^{15}$ N/mm³ の供試体の水平変位

図-5　剛性が十分大きい供試体の変位

表-4　解析要因および水準

摩擦係数μ	供試体の H / D
1.0	1 2 3
1.0×10^{-1}	
1.0×10^{-2}	
1.0×10^{-10}	

込んでしまうという非現実的な不具合が発生する。一方，境界要素のせん断剛性（境界面の接線方向の剛性）が小さい場合は，せん断力/軸力比が摩擦係数を超えない範囲において，**図-4(b)** に示すような，界面に水平変位差が生じる不具合が発生する。今回のテスト解析で，軸剛性およびせん断剛性が，それぞれ 1.0×10^{10}N/mm^3 を上回る場合に，上記の不具合が生じないことを確かめた（**図-5 (a)** および (**b**)）。本解析では，テスト解析の結果，境界要素の軸剛性およびせん断剛性は上記の様に一律な値となったが，解析ケースが異なれば上記とは異なる値になることが予想される。境界要素の性質および軸剛性およびせん断剛性の定め方については，今後，より詳細な検討を行いたい。

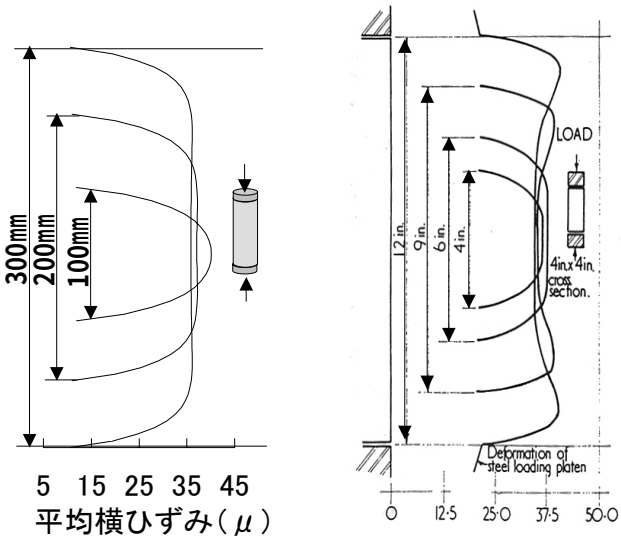
2.4　解析要因

表-4 に，本解析の要因を示す。本解析の要因は２種類，すなわち，載荷板とコンクリート端面の摩擦係数μおよびコンクリート供試体のH/Dである。摩擦係数μについては，極大の摩擦係数としての 1.0，標準圧縮試験における一般的な値である 0.4 程度を挟み込む 1.0×10^{-1}，極小の摩擦係数として 1.0×10^{-2} および 1.0×10^{-10} の４水準とした。供試体のH/Dについては，1，2および3の3水準とした。

3.　解析結果および考察

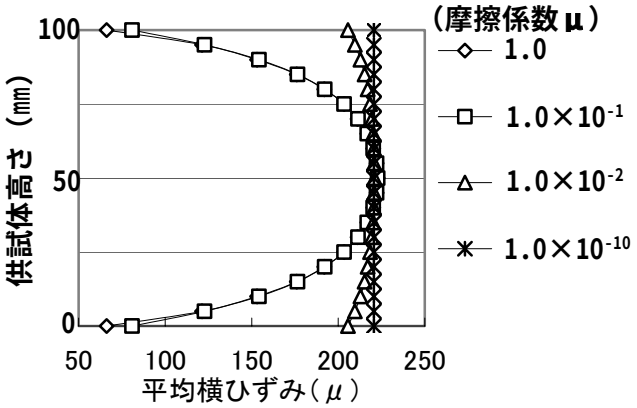
3.1　H / Dによる横ひずみ分布の違い

図-6 は，端面摩擦がある場合の，供試体のH / Dによる平均横ひずみ分布の違いを示している。同図**(a)**は，本解析で得た円柱供試体の平均横ひずみ分布であり，摩擦係数μ＝1.0，平均軸ひずみ 1250μ時の結果である。同図**(b)**は，Lachance らの報告[3)]による角柱供試体の平均横ひずみ分布である。同図より，H/D＝2以上の供試体において，供試体の上下端部近傍の平均横ひずみが大きく，供試体高さ中央付近は小さい。しかし，H/Dが１程度になると，供試体の上下端部近傍で顕著であった平均横ひずみ分布が確認されない。同図より，端面摩擦がある場

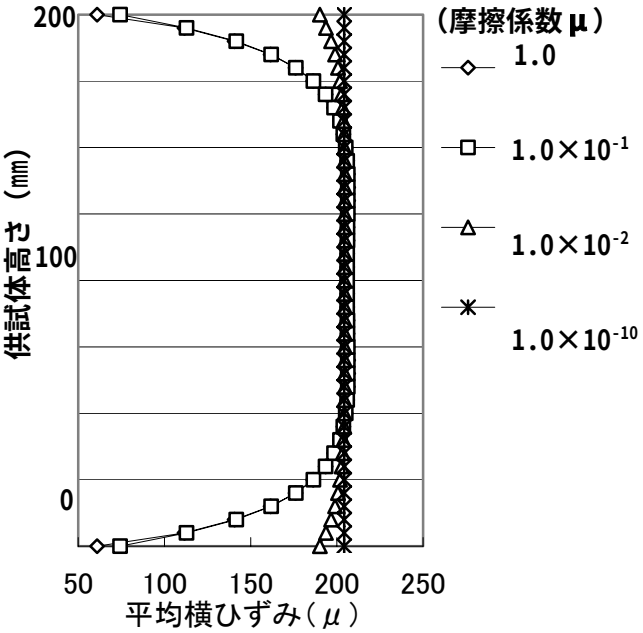


(a)円柱の平均横ひずみ　(b) 角柱の平均横ひずみ

図-6　供試体H / Dよる平均横ひずみの違い



(a)　供試体H / D = 1の平均横ひずみ



(b)　供試体H / D = 2の平均横ひずみ

図-7　摩擦係数による平均横ひずみの違い（平均軸ひずみ 1250μ時）

合の，供試体 H / D による平均横ひずみ分布の違いについて，円柱および角柱の供試体が同様の傾向を示すことがわかる。ただし，同図（a）の円柱供試体の結果では，同図（b）の角柱供試体の結果に比べ，H / D = 2 および 3 の供試体における端部近傍および供試体高さ中央での平均横ひずみの差が顕著でない。この円柱供試体および角柱供試体の平均横ひずみ分布の類似は，Lachance らの実験[3)] でも報告されている。

3.2　摩擦係数による横ひずみ分布の違い

図-7（a）および**（b）**は，H / D = 1 および 2 の供試体について，摩擦係数μによる平均横ひずみ分布の違いを表している。同図によれば，摩擦係数μ ＝1.0 および 1.0×10^{-1} での結果（同図–◇ および–□ ）を見ると，供試体は端面摩擦による拘束を受けて，平均横ひずみの値が，供試体高さの中央と比較して，上下端部に近い程低くなる。また，摩擦係数μ ＝ 1.0×10^{-10} の結果（同図–✳ ） より，供試体高さ方向全域にわたり，平均横ひずみの値がほぼ一致しており，端面摩擦による平均横ひずみ分布への影響が認められない。以上のように，摩擦係数μの違いにより，供試体高さ方向の平均横ひずみ分布に相違を生じることがわかる。

3.3　供試体の C.L.からの距離による横ひずみ分布の違い

本節では，**図-8** に示す位置の近傍でのガウス積分点の横ひずみ分布について考察する。**図-9（a）**および**（b）**は，H / D = 1 および 2 の供試体について，端面摩擦がある場合の，横ひずみ分布を，供試体の C.L.からの距離ごとに示しており，摩擦係数μ ＝ 1.0，平均軸ひずみ 1250μ 時の解析結果である。供試体の C.L.から 5mm の位置（図中—）では，供試体高さ中央付近で横ひずみが凸に分布し，外縁に近づくにつれ，上下端部方向へ横ひずみが広がる。ただし，供試体の C.L.から 50mm の位置（図中━）では，端部に横ひずみが集中し，凹に分布している。

3.4　H / D による応力分布の違い

本節では，前節に続いて供試体内部の**図-8** に示す位置の近傍におけるガウス積分点の応力分布について述べる。**図-10** および**図-11** は，H / D = 1 および 2 の供試体について，それぞれ X 軸方向の応力，XY 平面でのせん断応力，Y 軸方向の応力の分布を，供試体の C.L.からの距離ごとに示している。**図-12** は，H / D =1 および 2 の供試体における Y 軸方向の応力分布を供試体上側の端面からの距離ごとに示しており，圧縮を負としている。

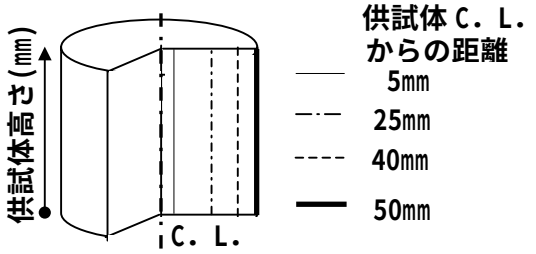
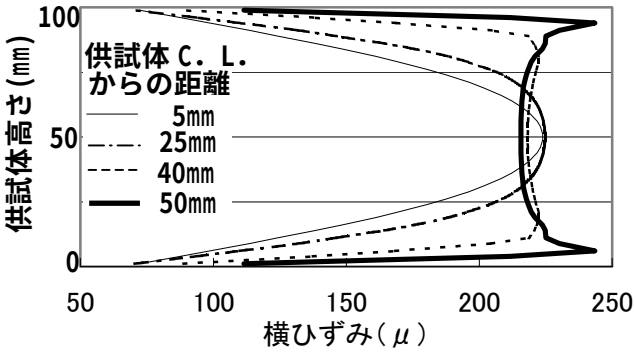
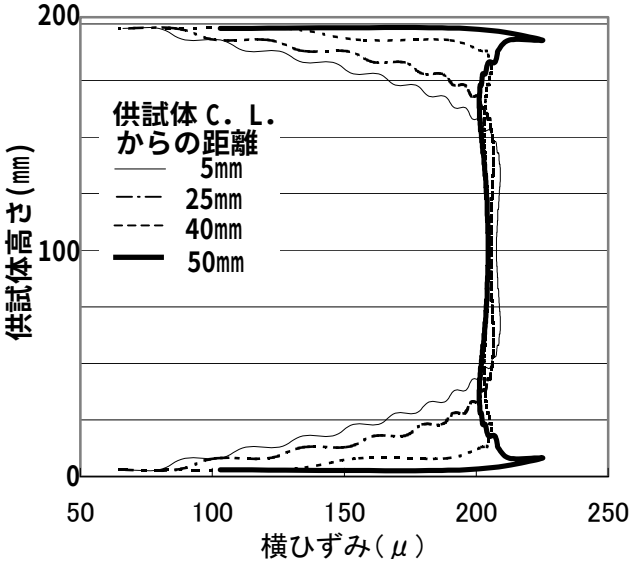


図-8　供試体 C.L.からの距離



(a)　H / D = 1 の供試体の横ひずみ分布

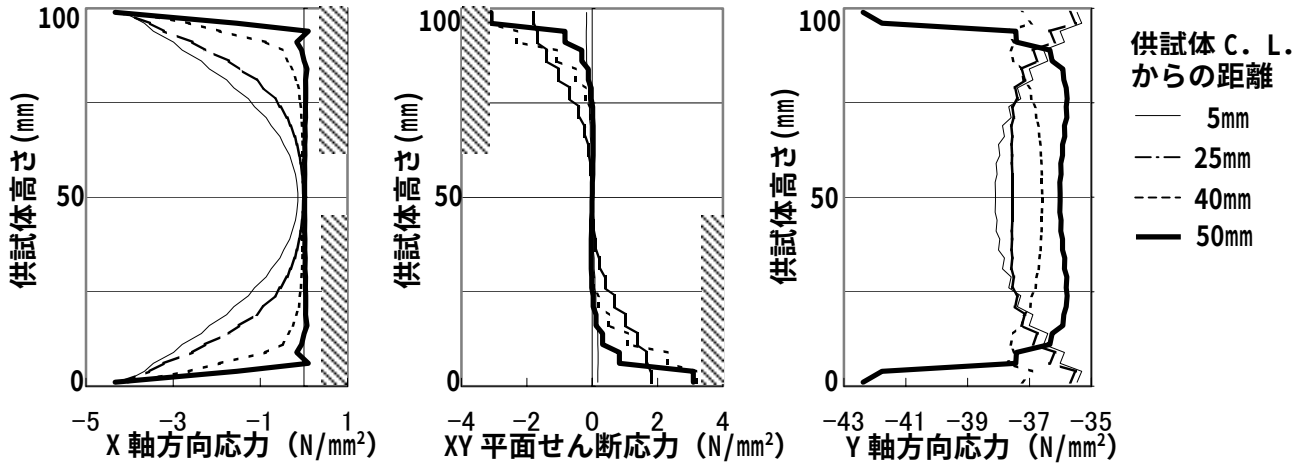


(b)　H / D = 2 の供試体の横ひずみ

図-9　供試体 H / D と横ひずみ分布
（摩擦係数μ＝1.0，平均軸ひずみ 1250μ 時）

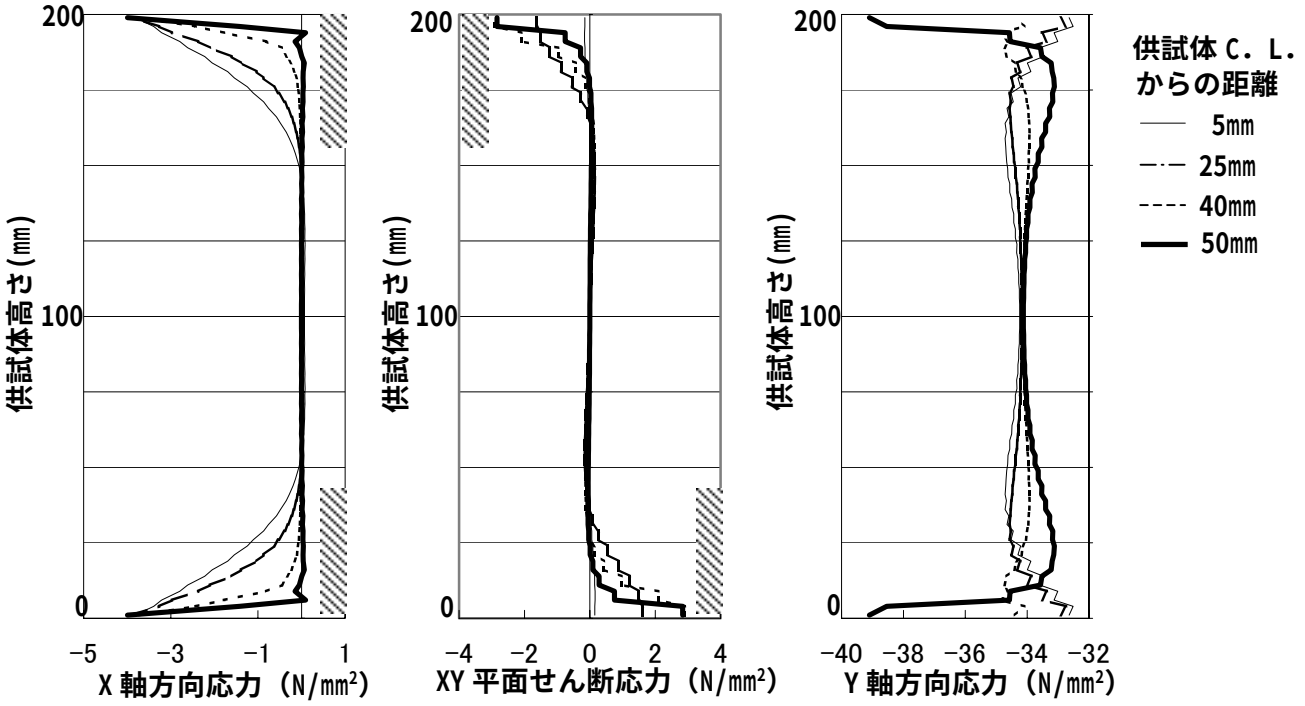
図-10（a）および**図-11（a）,図-10（b）**および**図-11(b)**をそれぞれ比較すると，供試体の上下端面から約 40mm の領域（同図中▧で示す）において，応力の絶対値が同程度であり，H / D =2 の供試体でのそれ以外の領域は，ほとんど応力を受けていないことがわかる。

図-10(a)および**図-11(a)**より，供試体の上下端面では、供試体 C.L.からの距離 50mm（図中━）で，高い圧縮応力を受けている。さらに，H / D =1 の供試体では供試体高さ方向の中央付近で，H / D =2 の供試体では供試体の上下端面より約 40mm の位置で，供試体 C.L.からの距離 5mm の位置（図中ー）での圧縮応力が高くなっており（**図-12** 参照），ポアソン効果からその位置での横ひずみが大きくなっていることが予想される。ここで，**図-10（c）**および**図-9(a)，図-11（c）**および**図-9(b)**を，圧縮応力が負であることに留意して，それぞれ比較すると，供試体の C.L.から 5，25，40 および 50mm のそれぞれの位置において，Y 軸方向の応力分布が横ひずみ分布に大きく寄与していることがわかる。



（a）X 軸方向　（b）XY 平面内　（c）Y 軸方向

図-10　H / D =1 の供試体の応力分布（摩擦係数μ＝1.0，平均軸ひずみ 1250μ時）



（a）X 軸方向　（b）XY 平面内　（c）Y 軸方向

図-11　H / D =2 の供試体の応力分布（摩擦係数μ＝1.0，平均軸ひずみ 1250μ時）

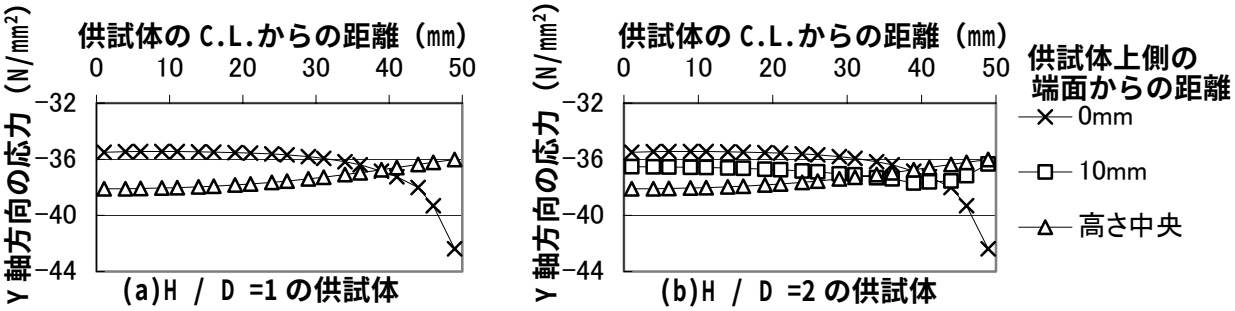
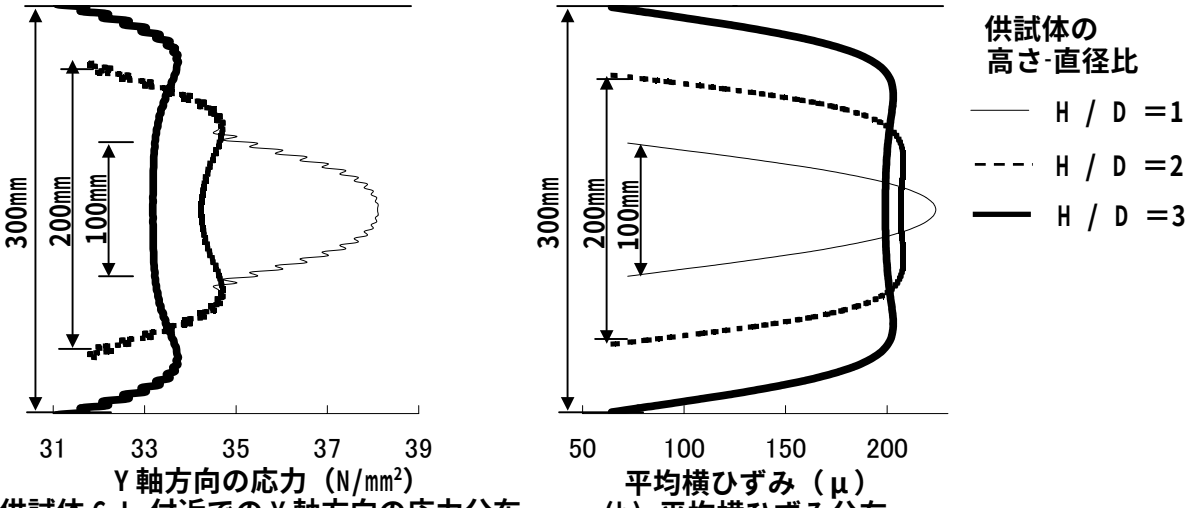


図-12　H / D＝1 および 2 の供試体の Y 軸方向応力の水平方向分布
（摩擦係数μ＝1.0，平均軸ひずみ 1250μ時）



(a) 供試体 C.L.付近での Y 軸方向の応力分布　　(b) 平均横ひずみ分布

図-13　H/D の異なる供試体の C.L.付近における Y 軸方向の応力分布および平均横ひずみ分布
（摩擦係数μ＝1.0，平均軸ひずみ 1250μ時）

4.　まとめ

本研究では，端面摩擦が供試体の内部性状に与える影響を，弾性範囲で明らかにするために有限要素解析を行い，以下の知見を得た。

(1)本解析で以下を再現できた。すなわち,端面摩擦がある場合の，供試体の H / D による平均横ひずみ分布の違いについては, 円柱供試体と角柱供試体では同様の傾向を示す。ただし，H / D = 2 および 3 の供試体の場合，円柱供試体では角柱供試体に比べて, 供試体端部近傍および供試体高さ中央の平均横ひずみの差が顕著でない。

(2)摩擦係数μにより,供試体高さ方向の平均横ひずみ分布に差が生じる。

(3)端面摩擦がある場合の,供試体の平均横ひずみ分布に，供試体中心線付近での Y 軸方向の応力分布が寄与している。

謝辞：本研究に際しご助力を得た，名古屋大学大学院教授谷川恭雄先生に深謝いたします。なお，本研究費の一部は，平成 14-15 年度文部科学省研究費補助金（基盤研究 C，研究代表者：水野英二), 文部科学省ハイテクリサーチ構想による研究費（中部大学)，および平成 14 年度竹中育英会建築研究助成金によった。記して謝意を表す。

参考文献

1)小野博宣ら:建築材料-その選択から施工まで-, 理工図書株式会社，pp.71-72，2000.4

2)DIANA Foundation Expertise Center for Computational Mechanics: DIANA FiniteAnalysis User's Manual, TNO Building and Construction Research., 1999

3)Newman. K, L. Lachance：The Testing of Brittle Materials Under Uniform Uniaxial Compressive Stress, Proc. of ASTM, Vol. 64, pp.1044-1067, 1964