論文 表面エネルギー理論に基づくコンクリートの乾湿変化による3次元変形 挙動モデルの構築に関する研究

角田 洋*1・外山 征*2・大下 英吉*3

要旨:乾湿変化によるコンクリートの体積変化を予測するには,コンクリート内部における 水分の拡散現象や表面エネルギー変化に密接に関係する比表面積変化を精度よく測定する必 要がある。これらの現象は,コンクリート中の細孔組織構造に多分に影響を受けていると考 えられる。そこで本研究では,空隙分布関数を用いることにより既往のモデルを3次元場に 拡張するとともに,コンクリートの細孔構造を決定する代表な条件である水セメント比の違 いによる体積変化を統一的に評価した。

キーワード:吸脱着速度,相対湿度,表面エネルギー,比表面積

1. はじめに

セメント・コンクリートは内部に無数の空隙 を含む多孔質透水性材料である。通常,その空 隙内部には水分が存在し,外的環境の変化に伴 いその水分量は時々刻々と変化していると考え られる。ひび割れを生じさせる原因ともなり得 る乾燥収縮や湿潤膨張のようなセメント・コン クリートの体積変化は,この水分移動の影響を 多分に受けていると考えられており,このよう なことから水分とセメント・コンクリートの関 係を解明することは工学的に重要な意義をもつ といえる。

従来,コンクリートの乾湿変化による体積変 化予測は,毛細管張力説により統一的に行われ てきた。この理論によると,毛細管中の水分が 乾燥により脱離すると,毛細管内に負圧が生じ, 結果コンクリート骨格を引張ることにより収縮 するというものである。しかし,この理論は相 対湿度によりその適用範囲を制限される。表面 エネルギー理論は,現象の対象を吸着水として いるため,相対湿度により適用範囲を制限され ることはない。

表面エネルギー理論に基き体積変化を評価す る際に必要なセメントペーストの比表面積の変

*1 中央大学 理工学部土木工学科 (正会員) *2 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻(正会員) *3 中央大学助教授 理工学部土木工学科 工博 (正会員)

化は,ある断面における微少変位増分から求め たものであり,2次元場のみで適用が可能であった。しかし,セメント・コンクリートの体積 変化のような変形挙動をより定量的に評価する ためには張戸ら¹⁾の構築したモデルを3次元場 に拡張する必要がある。

そこで本研究では,表面エネルギー変化に密 接に関係するセメントペーストの比表面積変化 を空隙分布関数を導入することにより3次元的 に捉え,既往の体積変化に関する支配方程式を 拡張した。そして,水セメント比の違いによる 性状および応力性状に関する解析的評価を実施 した。

- 2. 熱力学に基づいた乾湿変化による体積変 化に関する支配方程式
- 2.1 熱力学に基づく表面エネルギー変化量

$$\gamma = -\frac{n(s)RT}{A_s} \int_0^{\frac{P}{P_0}} \frac{1}{\frac{P}{P_0}} d\left(\frac{P}{P_0}\right)$$
(1)

相対湿度変化による単位面積あたりの表面エネ ルギー変化は、等温状態を仮定することにより, 式(1)で示す Gibbs の等温吸着式を用いて表す ことができる。 ここで, γ は単位面積あたりの表面エネルギ ーの変化(表面張力),n(s)は界面過剰量,Rは 気体定数,Tは絶対温度, A_s は界面の面積であ る,Pは気体の蒸気圧, P_0 は飽和蒸気圧である。 そして,コンクリートの供試体表面の相対湿度 変化は次式により求めることができる。

$$\Delta H = H_{(n+1)} - H_{(n)} \tag{2}$$

ここで, ΔH は相対湿度変化, H_(n+1) は(n+1) ス テップの時点における相対湿度, H_(n) は(n) ステ ップ時点における相対湿度である。また,単位 面積あたりの表面エネルギーの変化量Δ,す なわち乾湿変化による固体の表面張力変化は式 (3)のように求めることができる。

$$\Delta \gamma = \gamma_{(n+1)} - \gamma_{(n)}$$
$$= -\frac{RT}{MA_s} \int_{H_{(n)}}^{H_{(n+1)}} \frac{m}{H} dH$$
(3)

ここで, *M* は気体の分子量, *m* は固体 1g あた りの吸着量である。なお,式(3)中の右辺に示す 定積分項は,相対湿度と含水量関係を数値積分 することにより求められることになる。

また,吸脱着速度 v_{(II})を用いて固体 1g 単位相 対湿度あたりの吸脱着量を表すと,式(3) は次式 で示すようになる。

$$\Delta \gamma = -\frac{RT}{MA_s} \int_{H_{(n)}}^{H_{(n+1)}} \frac{\int_0^t \nu_{(H)} dt}{H} dH$$
(4)

上記の式(4)により,水分の吸脱着速度を導入 した表面エネルギー変化に基づく体積変化を評 価できることになる。なお,式(4)に示す吸脱着 速度に関しては2.4 で説明することとする。

2.2 体積変化に関する支配方程式

熱力学に基づく表面エネルギー変化による体 積変化に関する支配方程式は,外部仕事のエネ ルギー変化量とひずみエネルギー変化量の差を 最小化することにより導出することができる。 セメント・コンクリート表面に相対湿度 Δ*H* を 与えると,表面エネルギーの変化 Δ*W*_{out} は次式で 表される。

$$\Delta W_{out} = \Delta(\gamma A)$$
$$= \gamma \Delta A + A \Delta \gamma$$
(5)

たりの表面エネルギーの変化量(表面張力の変 化量)である。一方,コンクリート供試体表面に おける乾湿変化により供試体内部には,式(6) に示すひずみエネルギーが生じることになる。

$$\Delta W_{in} = \int_{V} \{\sigma\}^{T} \{\Delta \varepsilon\} dV \tag{6}$$

ここで, $\{\sigma\}$ は応力ベクトル, $\{\Delta \varepsilon\}$ はひずみ 増分ベクトルである。また,エネルギーの変化 量 ΔW は,式(5)と式(6)の差をとって次のように 表すことができる。

$$\Delta W = \Delta W_{out} - \Delta W_{in}$$
$$= \int_{V} \Delta \gamma dA - \int_{V} \{\sigma\}^{T} \{\Delta \varepsilon\} dV$$

$$= \int_{A} \Delta \gamma dA - \int_{V} \{u\}^{T} [B]^{T} [D]^{T} [B] \{du\} dV$$
 (7)

さらに,最小仕事の原理を適用することにより,表面エネルギーによる体積変化に関する支配方程式は,次式のように表すことができる。

$$\int_{A} \frac{\Delta \gamma}{\{\Delta u\}} = \int_{V} [B]^{T} [D] [B] dV \left\{ \overline{u} \right\}$$
$$= \int_{A} \left(\gamma \frac{\partial \{\varepsilon\}}{\partial \{u\}} \{\delta\} + \Delta \gamma \frac{\partial \{\varepsilon\}}{\partial \{u\}} \{\delta\} \right) dA \qquad (8)$$

ここで,[*B*]はひずみ - 変位マトリックス,[*D*] は弾性マトリックス, $\{\bar{u}\}$ は節点変位増分ベク トル, $\{\}$ はひずみベクトル, $\{u\}$ は変位ベクト ル, $\{\}$ はクロネッカーデルタである。

式(8)において,セメントペーストの空隙が球 状であると仮定すると,微小面積変化*dA* は空隙 分布関数 *f*(*r*)に用いて次式で示すようになる。

dA = a(r)f(r) (9)
 ここで, a(r) は細孔半径 r を有する空隙の比表
 面積であり, f(r) は著者らの研究⁵⁾による次式
 を用いることにする。

$$a(r) = 4\pi r^2 \tag{10}$$

$$f(r) = \frac{V_0 r \exp(-\alpha r^\beta)}{r_{\min}}$$
(11)

ここで, *V*。はセメントペースト内の空隙率, *r* は 細孔半径, *r*min は空隙量が最大となる細孔半径, α, βは材料定数である。式(9)を式(8)に代入 し,部分積分を行うと最終的に3次元場におけ るセメントペーストの体積変化に関する支配方 程式は次式で表すことができる。

$$\int_{A} \frac{\Delta \gamma}{\{\Delta u\}} = \int_{V} [B]^{T} [D] [B] dV \left\{ \overline{u} \right\}$$
$$= A \left(\gamma \frac{\partial \{\varepsilon\}}{\partial \{u\}} \{\delta\} + \Delta \gamma \frac{\partial \{\varepsilon\}}{\partial \{u\}} \{\delta\} \right)$$
$$A = \frac{\pi V_{0}}{r_{\min}} \left[\sum_{k=1}^{n} \frac{\alpha^{k} r^{k\beta+4} e^{-\alpha r^{\beta}}}{\left(k + \frac{4}{\beta}\right)!} \right]_{0}^{\infty}$$
(12)

このように,熱力学に基づく表面エネルギー変 化による体積変化は,初期条件,拘束条件,お よび表面エネルギー変化量を代入することによ り算出される。

2.3 水分拡散方程式の導入

乾燥,膨潤によるセメントペーストの水分含 水量変化を時間変化に依存させ,時間変化によ る相対湿度変化を求めるために,コンクリート 内部での水分拡散を考慮する必要がある。本研 究では図 - 1に示すように,解析モデル上面か らの水分の逸散を考慮していない。そこで本研 究では,氏家ら⁴⁾によって構築されたセメント 材料中での微細空隙面への吸脱着速度を考慮し た,次式で示す水分拡散方程式を用いることと した。

$$M\frac{\partial\phi_{w}}{\partial t} + D\phi_{w} - C = 0$$
(13)

ここで, M は質量マトリックス, D は拡散マトリックス, C は吸脱着項, ϕ_w は相対湿度, t は時間である。M, D, C の詳細は次式に示すようになる。

$$M = \int_{V_e} N_e N_e^T dV$$
$$D = \int_{V_e} \lambda \left(\frac{\partial N^*}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N^*}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} + \frac{\partial N^*}{\partial z} \frac{\partial N}{\partial z} \right) dV$$
$$C = \frac{2V_0 V_{ad,de}}{r_{\min}} \left[\sum_{k=1}^n \frac{\alpha^k r^{k\beta+1} e^{-\alpha r^\beta}}{\left(k + \frac{1}{\beta}\right)!} \right]$$
(14)

ここで, λ は水分拡散係数, $V_{ad,de}$ は吸脱着速

度である。

2.4 全相対湿度下における吸脱着速度近似 式の導出

本研究では,張戸ら¹⁾がセメントペーストの 吸脱着量測定試験によって得られた結果に基づ き算出した吸脱着速度近似式を用いることとし た。

実験方法³⁾は,セメントペーストサンプルを 真空排気処理した後に蒸気を導入し,サンプル を吊るしている石英スプリングの伸びを読むこ とにより,重量変化を測定する重量法を用いて いる。この実験では,吸着過程ではサンプルの 初期相対湿度を0%として雰囲気の相対湿度を 20%毎に上昇させることに対して,脱着過程で は初期相対湿度を100%として雰囲気の相対湿 度を20%毎に低下させることにより測定を行っ た。それぞれの相対湿度のステップにおける微 小時間変化ごとの吸脱着量を微小時間で微分し て得られる吸脱着速度と時間の関係を表し,そ の関係図を回帰することで各ステップごとの吸 脱着速度式を算出することができ,次式のよう に統一的に表すことができる。

$$\frac{dm}{dt} = v = at^{-b} \tag{15}$$

ここで, mはセメントペースト 1g あたりの 水分の吸脱着量[mg/g], vは吸脱着速度[mg/g・ min], tは時間[min]である。また, a, bは実験 から定まる定数である。さらに, この各ステッ プごとに近似された a, bの値の分布に対して 回帰を行い,そこで得られた回帰式の値を式 (15)で示すような式の形で表すことにより全相 対湿度下における吸脱着速度近似式の導出を行 うことができる。吸脱着過程および W/C の違い ごとの係数は表 - 1 に示す通りである。

表-1 全相対湿度下における定数 a, b

	係数 <i>a</i>	係数 <i>b</i>
吸着 30%	$12.39H^{3.95}+1.0$	$0.69H^{1.30}$
脱着 30%	1.34 <i>H</i> ^{-1.04}	12.47H ^{-3.19} +1.5
吸着 60%	$5.95H^{2.70}+1.1$	$1.1H^{-0.85}$
脱着 60%	$1.05H^{0.864}$	$14.96H^{3.38}+1.5$





乾燥収縮,湿潤膨張を解析するにあたり,相 対湿度と乾燥,湿潤時間の関係は,2.3 で示し た水分拡散方程式を用いた。また2.2および2.3 で用いた材料定数 α , β は,セメントペースト 供試体内部における空隙分布図⁵⁾を回帰するこ とにより算出することができ,W/C=30%のとき は α = 0.47, β =0.52 であり,W/C=60%のとき は α = 0.45, β =0.42 である。コンクリートへ の拡張は,材料定数 α , β を変化させることに より,水セメント比の異なるコンクリートの体 積変化を評価できることとなる。

(1) 解析モデルと解析条件

本研究では熱力学に基づく乾湿変化による体 積変化に関する3次元支配方程式の導出および 定性的かつ定量的評価を行なう基礎的研究と位 置付け,2次元場を想定した状態に対して本モ デルを適用することとした。解析モデルは,図 -1に示すように,供試体の対称性を考慮した 1/8 モデルとし,供試体の相対湿度の初期条件 は,乾燥過程では100%,湿潤過程では0%であ る。モデル表面の初期条件は乾燥過程では0%, 湿潤過程では100%とした。

(2) 相対湿度履歴

図 - 2 (a), (b)は, W/C が 30%および 60% の供試体に対して,図 - 1に示す断面 A の乾湿



変化における相対湿度と時間の関係である。各図-2に示すように、W/Cが60%における相対 湿度の変化がW/Cが30%における相対湿度の 変化に比べて乾燥・湿潤過程ともに速いのは、



吸脱着速度に密接に関係するセメントペースト の比表面積が大きく関与しており,水セメント 比が大きくなるにつれて細孔量が増加すること により,比表面積が大きくなるからである。

ここで得られた相対湿度と乾燥,湿潤時間の 関係を吸脱着速度近似式に適用することで,表



面エネルギー変化量が求められるわけである。 そして,表面エネルギー変化量を式(12)に適用 することにより乾湿変化によるセメント・コン クリートの体積変化が求まることになる。 3.2 収縮,膨張に関する解析的評価

(1) 体積収縮・膨張ひずみ

図 - 3 に示すように,W/C30%時に比べ W/C60%の場合のほうが収縮ひずみ,膨張ひず みともに大きくなっていることがわかる。これ は,水セメント比の増加に伴い増加する比表面 積に関わってくる水分量が増加するため,その 水分量に応じた大きさの収縮,膨張が生じると いう実現象を適切に評価している。また,乾燥 過程における収縮ひずみの大きさは,湿潤過程 における膨張ひずみよりも大きくなっている。

(2) ひずみ分布

図 - 4 および図 - 5 は,図 - 1 に示す解析モ デルの断面 B における各時間の各 W/C におけ る x 軸方向ひずみおよび Y 軸方向ひずみ分布で ある。供試体中心から表面に向かうにつれ,ひ ずみ分布は,X 軸方向では収縮,Y 軸方向では 膨張の挙動を示した。この挙動は,表面近傍で は相対湿度変化が速く,結果表面エネルギー増 分が中心部より大きくなることによると考えら れる。また,材齢が進むにつれ,X 軸方向では 収縮量が増加し,Y 軸方向では膨張量が増加す る挙動を示した。このことは次項の拘束応力に ついての挙動により述べることとする。

(3) 応力分布

図 - 6(a)および(b)は供試体表面を 0%に乾燥 させたときの中心断面における各水セメント比 ごとのX方向に対する内部拘束応力分布を示し ている。水セメント比の大小により内部拘束応 力に差異を生じることが確認できる。また,図

1に示すような乾湿面をもつ断面において, 表層部で収縮を生じることにより中心部分では 膨張を生じることから図 - 6(a)および(b)のよ うな内部拘束応力分布を示すこととなる。図 -7(a)および(b)は同じく 0%に乾燥させたとき の中心断面における各水セメント比ごとのY軸 に対する内部拘束応力分布を示したものである。 図 - 5に示すY方向ひずみ分布挙動と同様な増 加傾向を示していることから,水セメント比の 違いは内部拘束応力およびひずみ分布に影響を 与えるものと考えられる。 4 .まとめ

本研究では,表面エネルギー理論に基づきコ ンクリートの乾湿変化による3次元変形挙動を 評価した。以下に本研究で得られた結論をまと める。

- 1) 表面エネルギー変化に密接に関係するセメントペーストの比表面積変化を空隙分布関数を導入することにより、体積変化に関する支配方程式を3次元的に表現することができた。
- 2) 変形挙動を評価する際に,細孔半径rにより表面エネルギーの値が変動する。このようなことからコンクリート内部の微細空隙構造をいかに程度よく評価するかが重要な課題となる。

参考文献

- 張戸祐典,外山征,大下英吉:水分の吸脱着 速度を導入した表面エネルギー理論に基づく セメントペーストの体積変化に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集,Vol.24, No.1,pp.381-386,2002
- 渡辺幸司,山口智大,大下英吉:表面エネル ギー理論に基づいた局所的水分含有量の異な るセメント・コンクリートの乾燥収縮応力に 関する解析的評価,コンクリート工学年次論 文報告集,Vol.23,No.2,pp.691-696,2001
- 3) 深堀伸一,氏家大介,大下英吉:セメント系 材料中の微細空隙壁面への水分の吸脱着速度 に関する実験的研究,コンクリート工学年次 論文報告集,Vol.22,No.2,pp.715-720,2000
- 4) 氏家大介,大下英吉:セメント系材料中の微 細空隙壁面への水分の吸・脱着現象を考慮し た拡散性状に関する研究,コンクリート工学 年次論文報告集,Vol.22,No.2,pp.709-714, 2000
- 5) 中本敦,大下英吉:細孔分布を考慮したコン クリート中の微視的水分移動のモデル化,コ ンクリート工学年次報告集,Vol.22,No.2, pp.727-732,2000