論文　3 次元フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析

富山　潤*1・伊良波　繁雄*2・山田　義智*3・矢川　元基*4

要旨：本研究は，フレッシュコンクリートの流動挙動を解析的に求めることを目的とするものである。従来用いられている求解法として，有限要素法，MAC(Marker and Cell)法，粘塑性サスペンション要素法などが挙げられる。筆者らは，新たにその求解法として大変形問題に有効な節点のスムージングやリメッシングを容易に行えるフリーメッシュ法を採用し，2 次元問題において良好な結果を得た。本論文では，それを 3 次元問題へ拡張し，フリーメッシュ法により 3 次元流動解析を行うための一手法を示し，その妥当性を検討した。

キーワード：フリーメッシュ法，フレッシュコンクリート，レオロジー，Ｌフロー試験

1.　はじめに

近年，フレッシュコンクリートの流動特性を解析的に求める研究が盛んに行われている[1)]。代表的な解析手法として，MAC(Marker and Cell)法，粘塑性有限要素法，粘塑性サスペンション要素法や個別要素法など[1), 2), 3)]が挙げられる。筆者らは，新たにその求解法として有限要素法(FEM)をベースに開発されたメッシュレス法の一種であるフリーメッシュ法(FMM)を採用し，2 次元解析において L 型フロー試験を対象に良好な結果を得た[4)]。

FMM は，従来 FEM では要素単位で行っていた処理を節点単位で行えるように改良した手法である。FMM の最大の特徴は FEM でボトルネックとなっているメッシュ生成を**図-1** に示すように節点ベースで自動的に行うという点である。従って，入力データとして節点情報と境界条件を与えると，メッシュ生成，剛性マトリックスの作成および求解までをシームレスに行うことができる。このため，並列計算やアダプティブ解析などに適している。

フレッシュコンクリートの流動解析に FMM を採用する最大の利点は，FMM が節点ベースな解析手法であるため，変形の大きな問題に対して有効な節点のスムージングや要素のリメッシングなどを容易に行えることである。

FMM または FEM によりフレッシュコンクリートの 3 次元流動解析を行う場合，2 次元解析[4)]と同様に変形途中で要素がつぶれ，解析が破綻することが予想される。それを回避するためには 2 次元解析よりも複雑な処理が必要である。そこで本研究では，変形途中の領域内節点の簡易的な最適化処理法を示し，Ｌ型フロー試験を対象に本手法の妥当性を検討した。

なお，本研究では，フレッシュコンクリートの構成モデルとしてビンガムモデルを採用した。

2.　フリーメッシュ法(FMM)

FMM は，FEM の計算処理を要素単位から節点単位で行えるようにした手法で，最大の特徴は FEM でボトルネックとなっているメッシュ生成を節点まわりの局所的な領域で自動的に行うという点である。局所要素の生成法には，“対角線比較法”や“局所的なデローニ分割法”が提案されているが，いくつかの問題点が指摘されている[5)]。

そこで今回は，局所要素生成法として従来用いられている手法の問題点(局所要素生成時間，

*1 琉球大学助手　工学部環境建設工学科　工博　（正会員）
*2 琉球大学助教授　工学部環境建設工学科　工博　（正会員）
*3 琉球大学助教授　工学部環境建設工学科　工博　（正会員）
*4 東京大学教授　大学院工学研究科・工学部システム量子工学専攻　工博

検索半径，ロバスト性など）を大幅に改善した包装法を改良した手法を用いた。この手法の詳細は文献 5)に示されており，以下に簡単な説明を示す。

2.1　局所要素生成アルゴリズム（包装法）

ここでは，包装法を適用した FMM のための局所要素生成アルゴリズムの概略を示す。なお，便宜上，2 次元で説明を行うが，3 次元でもほぼ同じである。

(1) 図-2 のような解析領域内の節点分布を考える(点線内の領域)。
(2) 領域内のある節点に着目する。これを中心節点と呼ぶ。その中心節点に最も近い節点を求め，その節点を局所要素作成のための節点（衛星節点）に採用する。さらにこの節点を探索基準点とする（図-2(a)）。
(3) 中心節点と探索基準点を通る探索円を考える。この 2 点を通らせたまま，この円を時計回りに動かしていくとある点にぶつかる。この節点を衛星節点として採用する（図-2(b)）。
(4) (3)で求めた節点がすでに衛星節点として採用済みならここで探索を終了する。そうでないなら，その節点を探索基準点として再び(3)を実行する（図-2(c)）。

(1)～(4)で生成した要素に関する要素剛性マトリックスを作成し，中心節点に寄与する行成分のみを全体剛性マトリックスに足し合わせていく。これらの処理をすべての節点に対して行い，最終的な全体剛性マトリックスを作成する。

得られた剛性マトリックスをもとに連立一次方程式を解く方法は，従来用いられている直接法や反復法を用いることができる。本解析では，反復法の一種であるICCG法（Incomplete Modified Cholesky Conjugate Gradient Method）を採用した。

2.2　回転自由度を有する四面体要素

要素生成などのプリプロセスの不要な FMM 解析は，各節点毎にその周囲の節点を集めローカルな領域で一時的な局所要素をプログラム内で自動的に作成する（図-1 参照）。このため，その局所要素として簡単に高次要素は使用できず，容易に使用可能な要素は，三次元問題では，四面体一次要素に制約される。しかし，一次要素を用いた解析では解析条件によって解の精度に問題がある。そこで本手法は図-3 に示す 10 節点アイソパラメトリック四面体要素(I-TET)由度を頂点での回転自由度に変換した 4 節点四

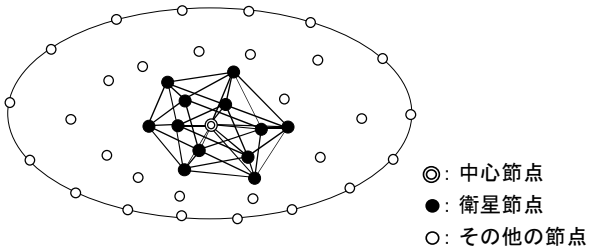
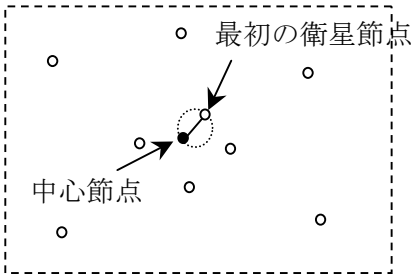
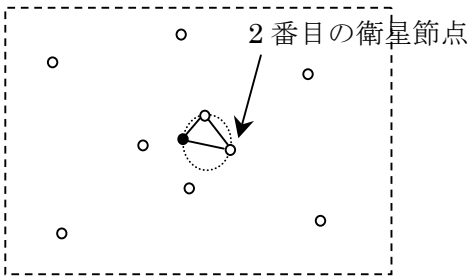


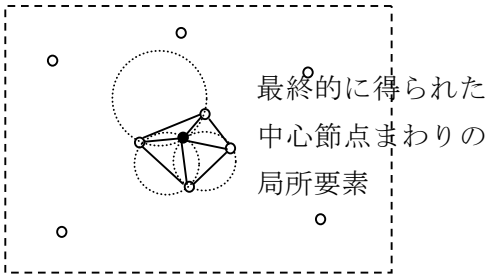
図-1　局所要素概念図



(a)　最も近い節点を探索基準点に採用



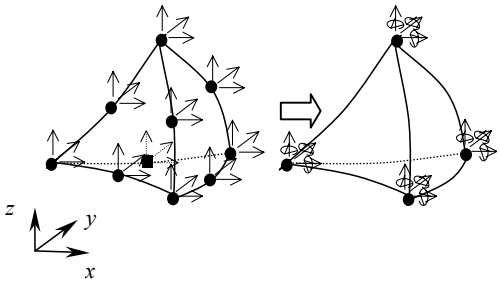
(b)　探索円を時計回り増大させる



(c) 既に採用された衛星節点とぶつかるまで繰り返す

図-2　局所要素生成

面体要素(D-TET)[6] を用いた。

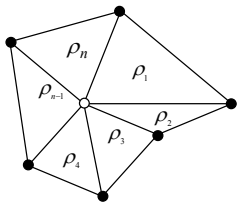


(a) I-TET 要素　　(b) D-TET 要素

図-3　回転自由度を有する四面体要素

2.3　物理量の評価法

FMM の解析処理は，すべて節点毎に行う。従って,物理量の評価を節点で行う必要がある。FMM における節点の物理量として，中心節点まわりの局所要素群で求まる物理量の平均値を節点の物理量とした（**図-4** 参照)。なお，D-TET 要素の物理量は，積分点で求まる物理量の平均値とした[4]。



ρ_i : i要素の物理量

ρ(中心節点の物理量) $= \sum_{i=1}^{n} \rho_i \Big/ n$

図-4　節点の物理量（2 次元）

3.　フレッシュコンクリートの構成式

ここでは，フレッシュコンクリートの構成式について簡単に述べる。

本手法では，フレッシュコンクリートの構成モデルとして，**図-5** に示すモデルを仮定した[3]。本モデルでは,**図-5**(b)に示すように流動開始値を超えるまでフレッシュコンクリートを非常に粘性の高い流体として扱い，その流動速度を非常に小さくすることで不動状態とみなす。一方，ある流動開始値を超えた後(**図-5**(a))は，**図-6** に示すビンガムモデルの応力とひずみ速度関係を満足するような粘塑性流体とした。式(1)(2)に流動時，不動時の構成式をそれぞれに示す。

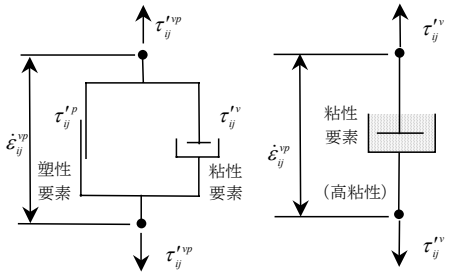
$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi}}\right)\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \tag{1}$$

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\left(\eta + \frac{\tau_y}{\sqrt{\Pi_C}}\right)\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \tag{2}$$

ここで，τ_{ij}，$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ はそれぞれ粘塑性流体の応力成分，粘塑性ひずみ速度成分である．P は静水圧，δ_{ij} はクロネッカーデルタ，η は塑性粘度，τ_y は降伏値，Π は，$2\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ である．また，$\Pi_C = (2\pi_c)^2$ である。なお，π_c は流動限界ひずみ速度（**図-6** 参照）であり，ここでは文献 3)と同様に次式で定義した。

$$\pi_c = \frac{\beta\tau_y}{\eta} \quad (\beta = 0.1) \tag{3}$$

構成式(1)は右辺第二項から理解されるように一種の材料非線形である。このため，本手法は非線形剛性方程式の解法として直接反復法を用いた。



(a) 流動時　　(b) 不動時

図-5　構成モデル

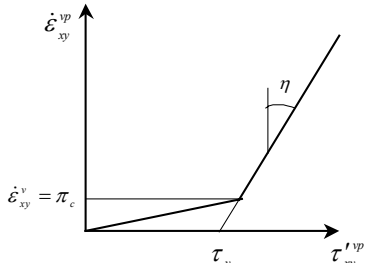


図-6　応力―ひずみ速度関係

4.　粘塑性マトリックスの定式化

本解析手法は，フレッシュコンクリートを均質連続体とみなし，粘塑性マトリックスを導いた。本解析手法では，ペナルティ法を用いて体積一定（非圧縮）条件を満足させるため，応力－ひずみ速度関係は偏差応力に関する項と平均応力に関する項に分け，平均応力項にはペナル

ティ数αを乗じた。これを次式に示す。

$$\{\tau\}=([D_S]+[D_V])\{\dot{\varepsilon}\} \tag{4}$$

$$[D_S]=G\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & sym & & & 1 & 0 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix},\quad [D_V]=\alpha\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & sym & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

ここで，$\{\tau\},\{\dot{\varepsilon}\}$はそれぞれ応力成分，ひずみ速度成分を表す。$[D_S]$，$[D_V]$は，それそれ偏差応力に関する応力―ひずみ速度マトリックス，平均応力に関する応力―ひずみ速度マトリックスである。なお，Gは流動時，不動時に応じた式(1)，(2)の第二項に示す粘性係数である。

ペナルティ法[7)]を用いた解析では，変位のロッキング現象が生じる可能性があるため，本手法では偏差応力項に関して4点積分，平均応力項に関して1点積分する選択低減積分を行った。

粘塑性マトリックス$[K]$を次式で示す。

$$[K]=\int_V [B]^T[D_S][B]dV+\int_V [B]^T[D_V][B]dV \tag{5}$$

ここで，$[B]$は速度―ひずみ速度マトリックスを表す。また，Tはマトリックスの転置を表す。

5. 節点のスムージング・リメッシング

FMMやFEMを用いてフレッシュコンクリートの流動解析を行うには，節点のスムージングや要素のリメッシングが必要である[4)]。本手法では2次元FMM解析同様，解析ステップ毎に節点のスムージング（Laplacian smoothing）およびリメッシングを行った。しかし，Laplasican法によるスムージング処理を行っても，3次元においては必ずしも最適な節点分布を与えるわけではないことが分かった。そこで，本研究では，節点まわりのローカル要素群のつぶれ具合をチェックし，条件を付けてスムージングを行うことにした。本来なら全ての要素をチェックする必要があるが，FMMが節点ベースな手法であるため，簡易的に**図-7**に示すような中心節点と衛星節点間距離の最大(L_{max})と最小(L_{min})を求め，予備解析を参考に，その比が式(6)を満たす場合にその節点のスムージングを行った。

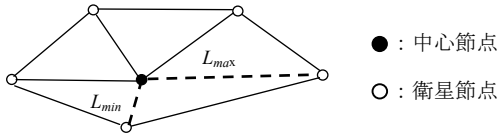


図-7　中心節点―要素間距離（2次元表示）

$$L_{\max}/L_{\min}>3.0 \tag{6}$$

ただし，式(6)の3.0という値は経験的な値であり，より詳細な検討が今後の課題である。上記のスムージングを条件付きスムージングと称す。

6. 数値解析例

ここでは，**図-8**に示すL型フロー試験を対象に本手法の妥当性を検討する。

本手法は，フレッシュコンクリートと試験器との接触面ですべりが生じていると考え，接触面に平行な節点力が式(7)に示すすべり抵抗力σ_hを超えると節点が移動するとした。

$$\sigma_h=\mu\cdot\sigma_n \tag{7}$$

ここで，μは摩擦係数，σ_nは垂直抗力である。今回の解析では，$\mu=0.3$を使用した。また，解析では文献8)を参考に$\alpha=10^8$を用いた。

図-9に解析モデル（407節点）を示す。

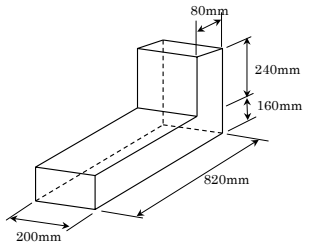


図-8　L型フロー試験器

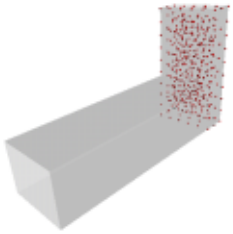


図-9　解析モデル（407節点）

解析に使用した降伏値および塑性粘度はそれぞれ$\tau_y=100Pa$，$\eta=50Pa\cdot s$の一種類である。解析条件は，スムージングなし(Case1)，スムージ

ングあり(Case2)，条件付スムージングあり(Case3)の 3 ケースで行った。また，解析は時間ステップ $\Delta t = 0.01(s)$ で行った。

図-10 に Case1，Case2，Case3 のＬフロー値と時間との関係（ただし，0.6s まで）を示す。**図-10** には，文献 4)で本解析と同じ条件で解析を行い，既往の実験結果と良好な一致を得た 2 次元解析(fmm2)も併せて示す。

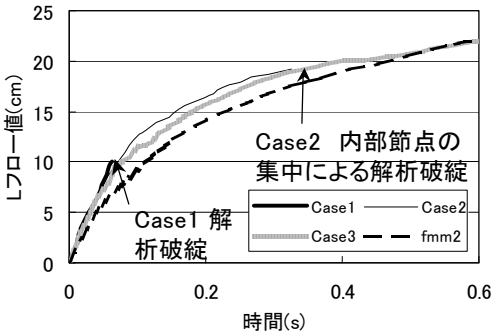
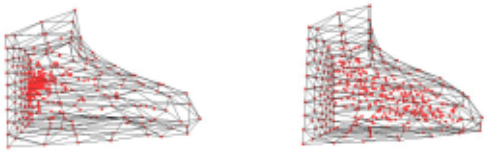


図-10 Ｌフロー値と時間の関係

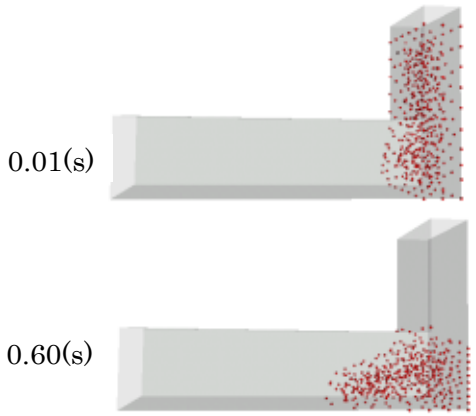
Case1 は，解析スタート後 0.06(s)の早い段階で解析が破綻した。これは，要素の体積に負値が出たためである。次に Case2 は，**図-11(a)**に示すようにスムージングの影響により内部節点が背面に集まり，リメッシング処理の段階で計算が終了した。一方で，5 章で示した条件付きスムージングを行った Case3 の結果では，**図-11(b)**に示すように解析領域内の節点が，ほぼ均一な分布となり，良好な節点配置となることが確認できた。**図-12(a)**，**(b)**に Case3 の変形状態を示す。また，比較のため，**図-12(c)**に２次元解析(fmm2)による解析結果も併せて示す。



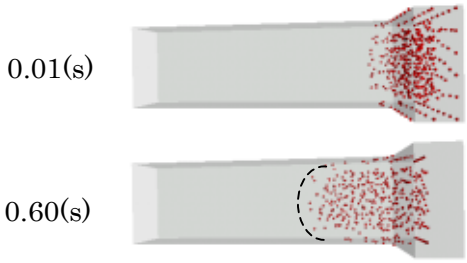
(a) Case2　　(b) Case3

図-11　条件付きスムージングの効果(0.32s)

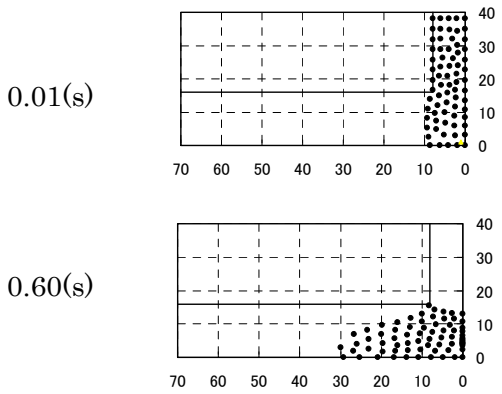
図-12(a)，**(c)**の比較より，本手法による側面から見た変形形状は fmm2 の結果と類似の変形性状を示していることが分かる。また，**図-10** で示したＬフロー値と時間の関係も Case3 の３次元解析結果は，実験結果と良好な一致を得た fmm2（２次元解析）の結果とも良く対応している。従って，本３次元解析も実際の流動性状を表していると考える。しかし，**図-12(b)**に示すように，上から見た変形状態は，側面でのすべりにより変形先端が丸みを帯びている(点線部)。この現象は 2 次元解析では表現できない。このため，流動挙動を精度良く解析するためには，3 次元解析を行う必要性があると考える。



(a) 側面



(b) 上面



(c) fmm2 による結果

図-12　変形形状（Case3）

7. まとめ

本研究では，3 次元 FMM をフレッシュコンクリートの流動解析に適用するために，簡易的な節点の最適化処理手法を提案し，L 型フロー試験を対象にその妥当性を検討した。また，本手法では，フレッシュコンクリートと試験器の接触面でのすべりも考慮している。

結果をまとめると以下の通りとなり，本手法を用いてフレッシュコンクリートの 3 次元流動挙動の解析が可能であることを確認した。

(1) FMM や FEM によるフレッシュコンクリートの流動解析では，特に変形の大きな領域でいびつな要素形状による不都合を生じる。要素生成などのプリプロセスの不要な FMM では，その不都合を解析ステップ毎に領域内流動節点を提案した条件付きスムージングとその後のリメッシング処理を行うことにより比較的良い節点分布となり，良質な要素を作成できることを確認した。

(2) 3 次元 FMM より得られた L フローカーブは 2 次元 FMM より得られた L フローカーブとほぼ同じ曲線を示した。

(3) 3 次元 FMM 解析では，フレッシュコンクリートと試験器の接触面のすべりを考慮することにより，2 次元解析では表現できない変形挙動，L 型フロー試験ではフロー先端での丸みを帯びた流動変形を表現可能であることを確認した。ただし，摩擦係数 μ について詳細な検討が必要である。

今後，摩擦係数 μ の検討，条件付きスムージング条件などの検討，また，実験値との比較，さらに，本論では示さなかったが計算時間に多少問題があるので並列計算の検討も行う予定である。

謝辞

本研究は，平成 13 年度科学研究助成金（課題番号：13355005）の助成を受けた。また，局所要素生成ライブラリーとしてアドバンスソフト（株）の稲葉正和氏作成の局所要素生成ライブラリーを使用させていただいた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

1) 森博嗣，谷口恭雄，他：フレッシュコンクリートの流動解析技術の現状，コンクリート工学，Vol.32，No.12，pp.30-40，1994.12
2) 山田義智，大城武，桝田佳寛：フレッシュコンクリート流動解析へのMAC法の適用，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.20，No.1，pp.131-136，1998
3) 山田義智，桃原睦，大城武：有限要素法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.23，No.2，pp.253-258，2001
4) 富山潤，山田義智，伊良波繁雄，矢川元基：フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの粘塑性流動解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.24，No.1，pp.861-866，2002
5) 稲葉正和，藤澤智光，奥田洋司，矢川元基：フリーメッシュ法のための局所要素生成アルゴリズム，機械学会，Dynamic and Design Conference，No.02-9，CD-ROM論文集，2002
6) 伊良波繁雄，松原仁，富山潤，矢川元基：高精度 3 次元要素を用いたフリーメッシュ法，平成 14 年度西部支部発表会，2003
7)社団法人日本塑性加工学会：非線形有限要素法-線形弾性解析から塑性加工解析まで-，コロナ社，p.67，1996.1
8)富山潤，伊良波繁雄，山田義智，矢川元基：3 次元フリーメッシュ法によるフレッシュコンクリートの流動解析，平成14年度西部支部発表会，2003