論文　軸方向鉄筋の座屈を考慮したRC柱とSRC柱の履歴復元力モデル

内藤　英樹[*1]・秋山　充良[*2]・鈴木　基行[*3]

要旨：一定軸力と繰返し曲げを受けるRCおよびSRC断面のモーメント－曲率関係をモデル化した。提案モデルは，軸方向鉄筋と鉄骨の組み合せを考慮して履歴ループを連続的に変化させることで，RCからSRC断面までを一元的に取り扱うことができる。また，提案した履歴則に，軸方向鉄筋の座屈点算定法を組み込むことで，軸方向鉄筋の座屈発生時曲率を算定する。そして，はり要素を用いてモデル化された柱基部でのモーメント－曲率関係に提案モデルを用い，既往のRCおよびSRC柱の正負交番載荷実験の再現解析を行った結果，これらの軸方向鉄筋の座屈発生点や復元力特性が概ね再現できた。

キーワード：軸方向鉄筋の座屈，履歴復元力モデル，RC断面，SRC断面

1.　はじめに

鉄筋コンクリート(以下，RC)橋脚や鉄骨鉄筋コンクリート(以下，SRC)橋脚の動的解析を行う際には，部材の復元力特性を精度良く評価する必要がある。特に，SRC柱では断面の鉄骨量の増加に伴い，軸方向鉄筋の座屈後でも耐力低下が小さくなり，紡錘型の履歴ループを維持することが報告されている[1),2)]。しかし，RCおよびSRC柱の正負交番載荷実験から，それぞれに対して提案された従来の履歴則[3)]では，このような鉄骨量の増加に伴う復元力特性の変化を再現できない。このため，軸方向鉄筋と鉄骨の組み合せに対し，RCからSRC柱までを一元的に扱える復元力モデルの構築が望まれる。

そこで，本研究では，RCおよびSRC柱の耐震設計への適用を念頭に，一定軸力と繰返し曲げを受ける断面のモーメント－曲率関係をモデル化(以下，M－φモデル)する。特に，i) 部材の破壊基準を直接組み込んだ動的解析手法を構築するため，軸方向鉄筋の座屈点算定法[4)]をM－φモデルに組み込む，ii) RCからSRC断面までを対象として，軸方向鉄筋と鉄骨の組み合せによる履歴ループの変化を連続的に再現できる履歴則を提示する，ことを目的とする。そして，はり要素でモデル化された柱基部のモーメント－曲率関係に提案モデルを用いることで，既往のRCおよびSRC柱の正負交番載荷実験の再現解析を行い，提案モデルの妥当性を検証した。

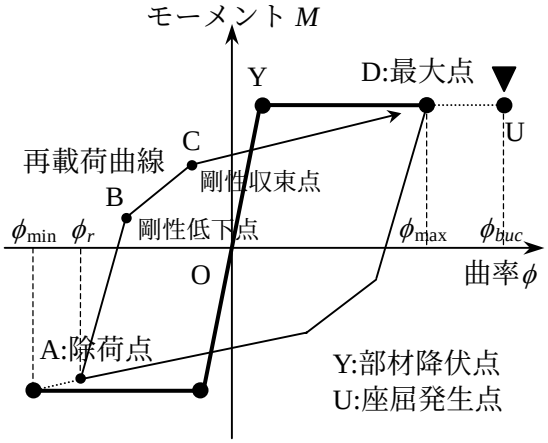
2.　M－φモデル

2.1　骨格曲線

図－1 に示す軸方向鉄筋の座屈発生点(U 点)までの骨格曲線は，完全弾塑性とする。また，著者ら[4)]は，既往の RC 柱の正負交番載荷実験から軸方向鉄筋の座屈解析モデルを構築し，さらに構築したモデルを基に，軸方向鉄筋の引張ひずみを有する状態から座屈発生点までに必要な限界圧縮ひずみ増分量$\Delta\varepsilon_{buc}$を定式化した。そこで，**図－1** の負側の除荷点 A から正側へ載荷される場合を例として，$\Delta\varepsilon_{buc}$を用いた U 点の算定フローを**図－2** に示す。ここで，軸方向鉄筋の座屈は，鉄筋が引張側に大きく塑性変形した後に生じることから，**図－1** の骨格曲線上において正側および負側の最大点から除荷される場合にのみ，**図－2** の算定フローを用いる。

以上の算定フローを用いることで，断面の釣合い計算(以下，断面解析)を用いた簡便な計算により，軸方向鉄筋の座屈発生点を力学的手法

*1 東北大学助手　大学院工学研究科土木工学専攻　修(工)　(正会員)
*2 東北大学講師　大学院工学研究科土木工学専攻　博(工)　(正会員)
*3 東北大学教授　大学院工学研究科土木工学専攻　工博　　(正会員)



図－1　モーメント－曲率モデル

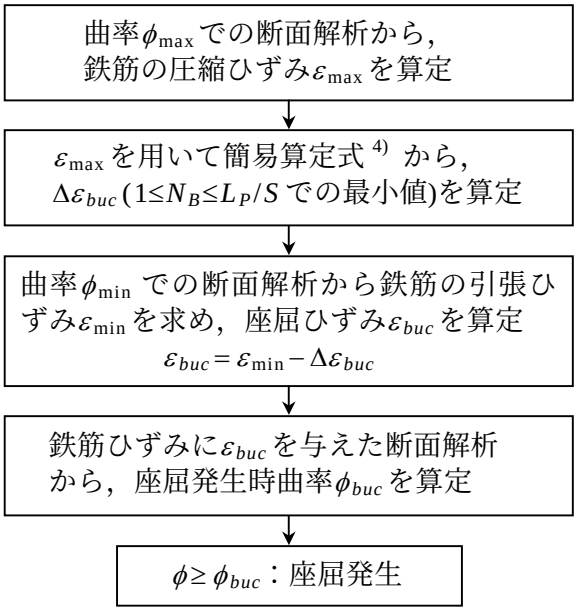
に基づき算定できる。なお，帯鉄筋間隔 S の整数倍 N_B を鉄筋の座屈長とする $\Delta\varepsilon_{buc}$ の算定では，N_B の値が予め与えられないため，塑性ヒンジ区間 L_P において $1 \leq N_B \leq L_P/S$ とした計算を行い，その最小値を用いる必要がある。

2.2　履歴則

既往の SRC 柱の正負交番載荷実験において，断面の鉄骨量の増加に伴い，履歴ループが紡錘型へと移行することが報告されている [2),5)]。しかし，従来の提案されている履歴則では，軸方向鉄筋と鉄骨断面の組み合せによる復元力特性の変化を再現できない。また，ファイバー解析では，RC から SRC 柱までの復元力特性を一元的に評価できるが，非線形動的解析を行う際には，計算量の増加や解の収束性に問題が生じることから，部材の復元力特性を簡便な履歴則で評価する動的解析手法が望まれる。

一方で，軸力が小さい RC および SRC 断面のモーメント－曲率関係では，除荷から再載荷の履歴(以下，再載荷曲線)において，コンクリートの耐力負担分が小さくなると予想される。このことから，コンクリート断面を無視した軸方向鉄筋と鉄骨断面のみを用いて**図－1** の再載荷曲線をモデル化できれば，軸方向鉄筋と鉄骨の組み合せを考慮した簡便な履歴則が提示できる。

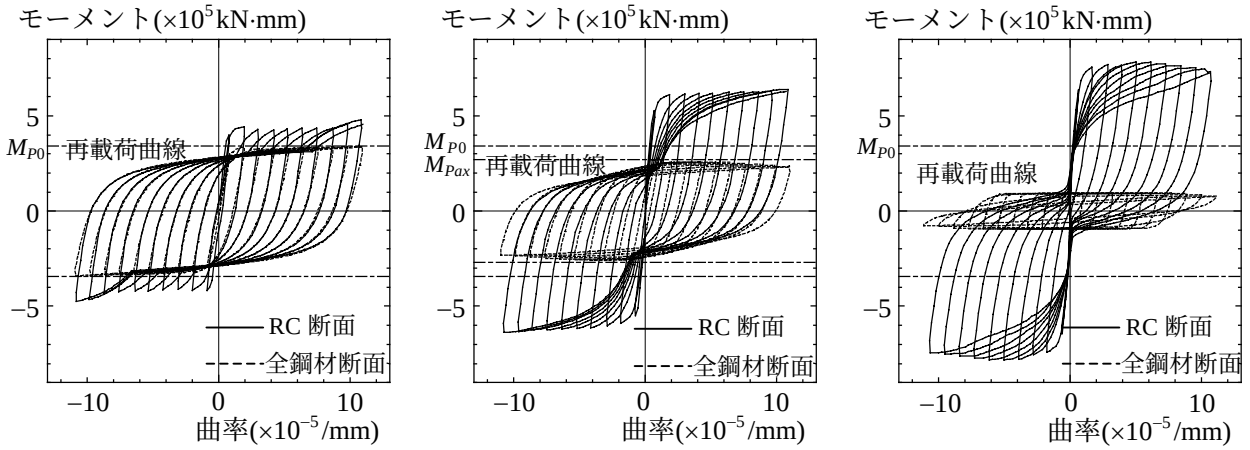
そこで，星隈ら [6)] の RC 供試体 S1 の諸元を仮定して，軸力を変化させたファイバー解析を行い，RC 断面の履歴曲線と，断面からコンクリートを無視して鋼材のみを考慮した場合(以下，



図－2　座屈発生点の算定フロー

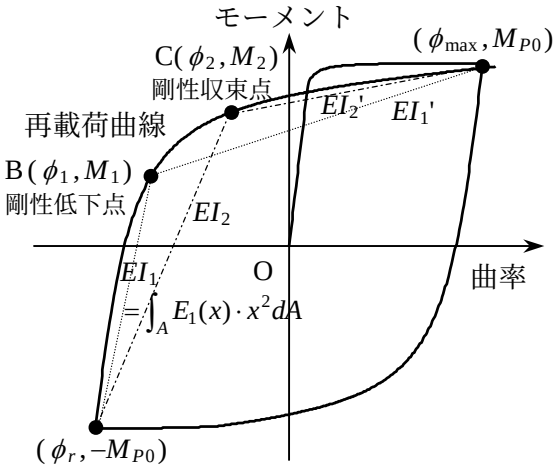
全鋼材断面)の履歴曲線とを比較した。全鋼材断面の全塑性限界軸力 N_{P0} と作用軸力 N_{ax} の比 N_{ax}/N_{P0} を 0，0.4，0.8 と変化させた場合の RC 断面と全鋼材断面のモーメント－曲率関係を**図－3** に示す。**図－3** より，N_{ax}/N_{P0} を 0 とした場合では，RC 断面の最大モーメントは全鋼材断面の最大モーメント(軸力を 0 とした全塑性モーメント M_{P0})と同程度であり，ともに紡錘型の履歴ループを示す。N_{ax}/N_{P0} が 0.4 では，全鋼材断面の最大モーメントが低下するのに対し，RC 断面の最大モーメントが増加することで，従来の RC 柱に適用される履歴則と同様に，荷重が正負で反転すると同時に最大点を指向する履歴特性へと移行し，さらに N_{ax}/N_{P0} が 0.8 ではスリップ型となる。以上の結果から，N_{ax}/N_{P0} が 0.4 までは，再載荷曲線上で，RC 断面と全鋼材断面の履歴が概ね一致することが確認された。

なお，**図－3** は，解析を行う上で星隈らの RC 供試体 S1 の諸元を仮定したが，この他の RC や SRC 断面を仮定した場合にも，一般的な橋脚を想定した軸力の範囲内においては，全鋼材断面の再載荷曲線と RC や SRC 断面の再載荷曲線が概ね一致した。そこで，**図－1** の再載荷曲線を全鋼材断面からモデル化する。本研究では，除荷剛性や紡錘型の履歴ループを再現するため，

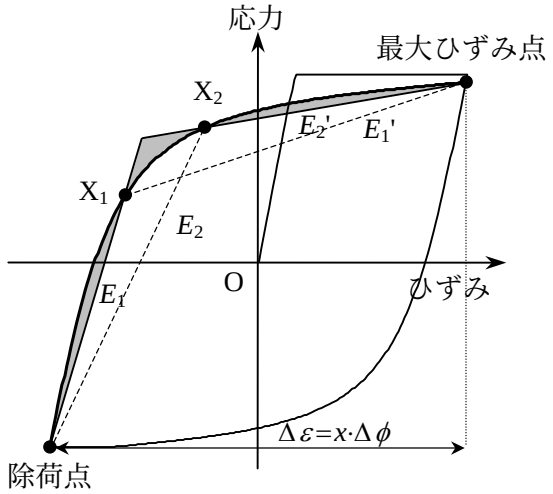


a) N_{ax}/N_{P0}=0 (軸力 0MPa)　**b)** N_{ax}/N_{P0}=0.4 (軸力 1.9MPa)　**c)** N_{ax}/N_{P0}=0.8 (軸力 3.8MPa)

図－3　ファイバー解析による検討



図－4　全鋼材断面のモーメント－曲率関係



図－5　鋼材の応力－ひずみ関係

再載荷曲線上の剛性が低下するB点と一定に収束するC点を定め，除荷点(A点)から最大点(D点)までを3直線でモデル化する。さらに，後述する鋼材の応力－ひずみ関係を基に軸方向鉄筋と鉄骨の組み合せに応じたB点とC点を算定することで，RCからSRC断面までの履歴ループを連続的に変化させる。

軸力が 0 の場合，負側の除荷点($\phi_r, -M_{P0}$)から正側への載荷を例とした**図－4** において，B点とC点は，EI_i と $EI_i'(i=1,2)$ および全塑性モーメント M_{P0} を用いて，次式で算定される。

$$\phi_i = \frac{2M_{P0} - EI_i'\Delta\phi}{EI_i - EI_i'} + \phi_r \tag{1}$$

$$M_i = \frac{M_{P0}\left(EI_i + EI_i'\right) - EI_i EI_i'\Delta\phi}{EI_i - EI_i'} \tag{2}$$

ここで，$\Delta\phi = \phi_{max} - \phi_r$ であり，ϕ_r と ϕ_{max} は**図－1** の除荷点(A点)と最大点(D点)での曲率である。

次に，軸力が 0 の場合，EI_i と EI_i' の計算は，次式に示す鋼材断面Aでの面積分より算定される。なお，EI_i' は EI_i と同様の計算のため，以下の数式での表記は EI_i のみを示す。

$$EI_i = \int_A E_i x^2 dA \tag{3}$$

ここで，x は図心軸からの距離，E_i は**図－5** の鋼材の応力－ひずみ関係において定義した傾きである。鋼材の応力－ひずみ関係は，**図－2** での $\Delta\varepsilon_{buc}$ の定式化[4]と同様に，骨格曲線を完全弾塑性とするMenegotto-Pintoモデルを用い，弾性係数を 200,000N/mm^2 とした。そして，様々な E_1 と E_2 の組み合せを検討した結果，**図－5** に示す鋼材の応力－ひずみ曲線と2直線で囲まれる3つの面積が等しくなる X_1，X_2 点を定め，両点と除荷点および最大ひずみ点を結ぶ傾きを E_i，E_i' と定義することで，式(1)～(3)より定まるB

点と C 点を用いて，RC から SRC 断面までの履歴ループや除荷剛性をファイバー解析と同程度に評価できた。さらに，数値計算の結果を回帰して，E_i と E_i'を次の近似式で評価する。

$$E_i = \alpha_i(\Delta\varepsilon)^{\beta_i} = \alpha_i(x\Delta\phi)^{\beta_i} \tag{4}$$

ここで，α_i とβ_i は**表－1** に示す値となる。

以上より，式(4)を式(3)に代入することで，EI_i と EI_i'の算定が簡単化される。一般的な諸元の RC および SRC 柱において，断面の平面保持が仮定できれば，式(5)が成立し，特に，軸方向鉄筋と鉄骨の座屈による耐力低下を考慮しない場合の対称断面となる充腹形の SRC 断面の EI_i は次式で定式化される。

$$EI_i = EI_{rE} + EI_{rP} + EI_{sE} + EI_{sP} \tag{5}$$

$$EI_{rE} = \frac{2}{3}t_e E_s(2\varepsilon_y/\Delta\phi)^3 \tag{6}$$

$$EI_{rP} = 2\alpha_i(\Delta\phi)^{\beta_i} A_r x_r^{\beta_i+2} + \frac{2\alpha_i(\Delta\phi)^{\beta_i} t_e}{\beta_i+3}\left\{x_r^{\beta_i+3} - (2\varepsilon_y/\Delta\phi)^{\beta_i+3}\right\} \tag{7}$$

$$EI_{sE} = \frac{2}{3}t_w E_s'(2\varepsilon_y'/\Delta\phi)^3 \tag{8}$$

$$EI_{sP} = 2\alpha_i(\Delta\phi)^{\beta_i} A_f x_f^{\beta_i+2} + \frac{2\alpha_i(\Delta\phi)^{\beta_i} t_w}{\beta_i+3}\left\{x_w^{\beta_i+3} - (2\varepsilon_y'/\Delta\phi)^{\beta_i+3}\right\} \tag{9}$$

ここで，EI_{rE}，EI_{rP}，EI_{sE}，EI_{sP} はそれぞれ軸方向鉄筋と鉄骨の弾性域と塑性域での値である。E_s は軸方向鉄筋の弾性係数，ε_y は軸方向鉄筋の降伏ひずみ，t_e は側方鉄筋の断面積 A_e から $A_e/(2x_r)$で算定され，A_r は片側の最外縁鉄筋の断面積，x_r は図心軸から最外縁鉄筋の中心までの距離である。また，E_s'は鉄骨の弾性係数，ε_y' は鉄骨の降伏ひずみ，t_w はウェブ厚さ，A_f は片側のフランジの断面積，x_f は図心軸からフランジの中心位置までの距離，x_w は図心軸からフランジとウェブの接合位置までの距離である。

ここで, 式(5)において鉄骨断面での EI_{sE}, EI_{sP} を無視することで，RC 断面への適用が可能となる。また，軸力が作用する場合は，式(2)から得られるモーメント M_i に補正係数 k_{ax} を乗じることで, ファイバー解析の結果と概ね対応した。ここで，補正係数 k_{ax} は，軸力 0 の全塑性モーメント M_{P0} と，軸力を考慮した全塑性モーメント M_{Pax} の比である。

表－1　材料剛性のパラメータ

	α_i (N/mm^2)	β_i
E_1	53400	–0.241
E_1'	153	–1.21
E_2	7010	–0.607
E_2'	70.1	–1.29

以上より，作用軸力や軸方向鉄筋と鉄骨の組み合せを考慮した履歴則を提示した。なお，$\Delta\phi \le 2M_{P0}/E_sI$ となる範囲では, 曲率の振幅が小さいことから，コンクリートが再載荷曲線に与える影響が無視できない。このような範囲では，後述する実験結果との比較から，軸力や断面諸元が異なる場合でも，武藤モデル [7]を用いることで実験結果を概ね再現できた。

3.　提案モデルの精度検証

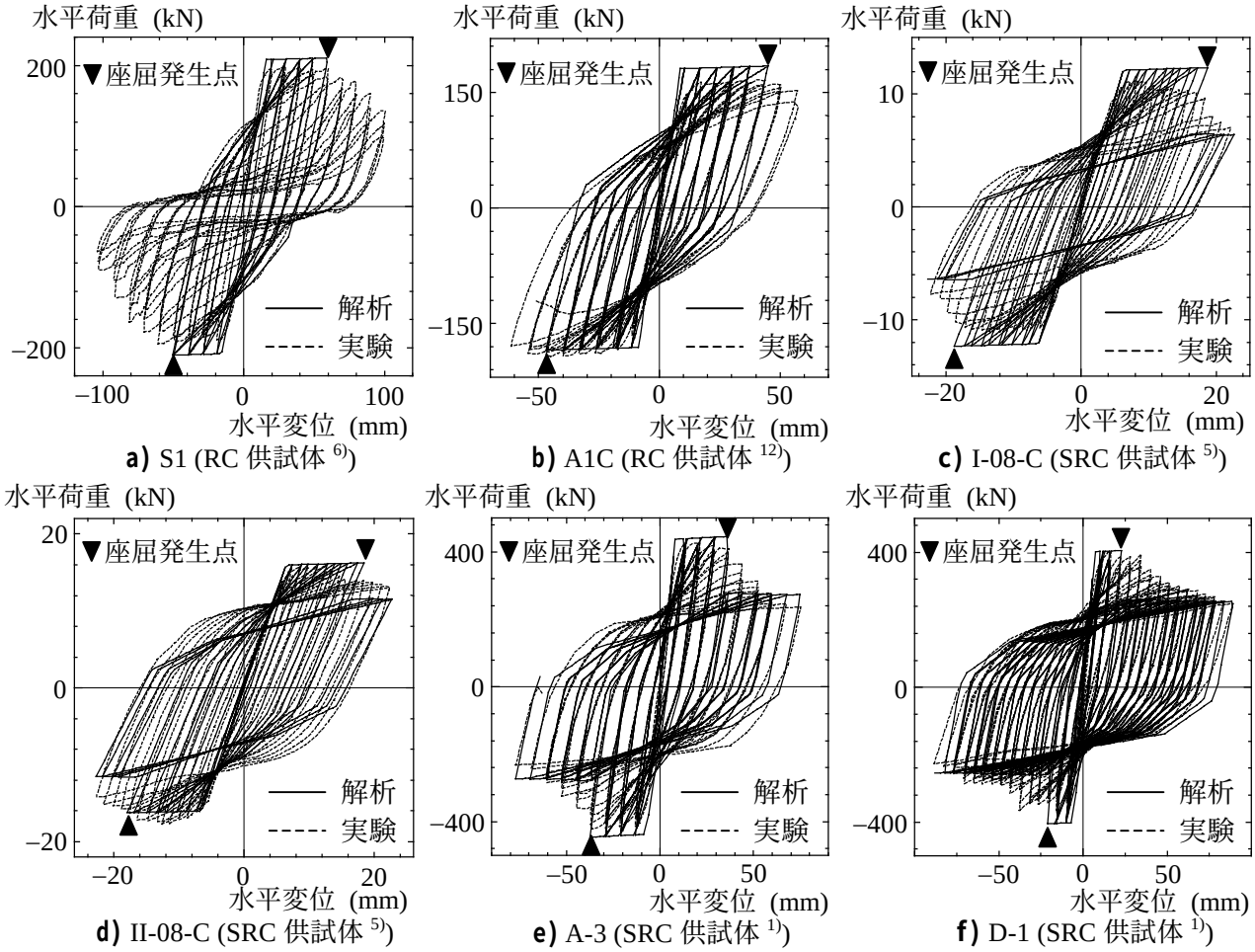
3.1　解析モデル

既往の RC および SRC 柱の正負交番載荷実験との比較を行うことで，提案モデルの妥当性を検証した。解析モデルは，柱を 2 次元はり要素でモデル化し，柱基部に設けた塑性ヒンジ区間でのモーメント－曲率関係に提案モデルを用いることで，非線形性を考慮した。なお，著者らは，参考文献 4)において，**図－2** のフローから得られる断面曲率と Mattock[8]の算定式から得られる塑性ヒンジ長を用いることで, 既往の RC および SRC 柱の正負交番載荷実験におけるかぶりコンクリートの剥落または軸方向鉄筋の座屈発生点を精度良く算定できることを示した。そこで，本解析でも，塑性ヒンジ長は Mattock の算定式から算定し，柱基部以外は降伏剛性を仮定した弾性要素とする。断面解析を行う際の鋼材の応力－ひずみ関係は，式(4)を導出した際と同様に，完全弾塑性とする。コンクリートは，道路橋示方書 [9]に規定される応力－ひずみ関係に対して，曲げによるひずみ勾配の影響を考慮し，最大応力の 50%を収束応力とした [10]。また，フーチングからの鋼材の抜出しの影響は，柱基部に非線形回転バネを設けることで考慮する。なお，この非線形回転バネは，実

表－2　比較に用いた RC および SRC 供試体一覧

参考文献	供試体名	断面の構造形式	断面寸法 幅×高さ(mm)	鋼材比※ (%)	鉄骨鉄筋比※ (%)	作用軸力 (MPa)	N_{ax}/N_{P0}
星隈ら [6]	S1	RC	600×600	1.19	---	0	0
川島ら [12]	A1C	中空 RC	400×400	2.53	---	2.0	0.21
李・松井ら [5]	I-08-C	SRC	100×100	4.10	2.2	3.3	0.23
	II-08-C	SRC	100×100	6.82	4.4	4.3	0.17
村田ら [1]	A-3	SRC	420×420	5.00	4.8	2.9	0.19
	D-1	SRC	420×420	5.00	4.8	0.5	0.03

※ 鋼材比=(鉄筋の断面積+鉄骨の断面積)/部材断面積，鉄骨鉄筋比=鉄骨の断面積/鉄筋の断面積



図－6　RC および SRC 柱の正負交番載荷実験との比較

験時に測定された抜出し量を基にし，測定されていない場合には，鉄道構造物等設計標準など [3),11)] を参考にその特性を評価した。

3.2　解析結果

解析対象とした供試体を**表－2** に示す。RC 供試体との比較では，軸方向鉄筋の座屈までを対象とするため，部材降伏後の大変形域まで耐力低下が生じない供試体を選定した。また，SRC 供試体では，軸方向鉄筋の座屈後も鉄骨が耐力を負担することを考え，座屈後は鉄骨フランジから外側の断面を無視することで解析を行った。

これらの実験結果との比較を**図－6** に示す。図中には，提案モデルから得られた座屈発生点を示す。なお，I-08-C と II-08-C では，**図－2** のフローを用いることで，塑性ヒンジ長 L_P の区間では座屈が生じないと判定されるが，実験結果では耐力低下が生じることから，座屈区間を $N_B = L_P / S + 1$ とした解析結果を示す。**図－6** の

結果から，D-1 以外の供試体では，提案モデルによる座屈発生点は，実験結果での耐力低下点に概ね対応している。しかし，D-1 では，耐力低下点の半分程度の変位で座屈が生じる結果となった。提案モデルでは，この他の RC 供試体や SRC 供試体でも, 座屈発生時の変位を過小評価する場合があり [4]，その修正が必要である。

また，A1C や D-1 などでは，除荷剛性を過大評価した。しかし，従来の履歴則では一元的に再現できない**表－2** の作用軸力や鋼材比が異なる RC および SRC 柱に対して, 提案モデルでは, A1C の荷重が正負で反転すると同時に最大点を指向する履歴ループから，D-1 の耐力低下後の大変形域における紡錘型の履歴ループまでを一元的に再現できた。

しかし，4 体の SRC 供試体では，軸方向鉄筋の座屈と同時に鉄骨フランジから外側の断面を無視することから，軸方向鉄筋の座屈発生点から耐力低下が一定に収束するまでの履歴ループは再現できず，今後，より詳細な再現モデルを構築する必要がある。

4．まとめ

本研究では，RC および SRC 断面のモーメント－曲率関係に対して，軸方向鉄筋と鉄骨の組み合せを考慮して履歴ループを連続的に変化させることで，これらを一元的に扱える履歴則を提示した。さらに，提案した履歴則に，軸方向鉄筋の座屈点算定法を組み込み，はり要素によりモデル化された柱基部でのモーメント－曲率関係に提案モデルを用いることで，RC および SRC 柱の正負交番載荷実験での耐力低下点や履歴ループを概ね再現できることを確認した。

特に，提案モデルでは軸方向鉄筋の座屈に着目した破壊基準を取り入れていることから，動的解析を行うことで，地震時の部材損傷を直接的に照査することが可能となる。しかし，提案モデルは，正負交番載荷を想定して構築されたため，今後，任意載荷を受ける場合での妥当性を検証する必要がある。

謝辞：本研究を行うにあたり，鉄道総合技術研究所から貴重な実験データのご提供を頂きました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

1) 村田清満ほか：鉄骨鉄筋コンクリート柱の変形性能の定量評価に関する研究，土木学会論文集，No.619/I-47，pp.235-251，1999.4
2) 池田学，村田清満：鉄骨鉄筋コンクリート部材の復元力モデル，土木学会第 54 回年次学術講演会，pp.318-319，1999.9
3) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準･同解説 耐震設計編，1999
4) 秋山充良ほか：軸方向鉄筋の座屈発生点に対応した終局曲率の簡易算定法および RC 柱と SRC 柱の靭性能評価への適用，土木学会論文集，No.725/V-58，pp.113-129，2003.2
5) 李麗ほか：軸圧縮力と曲げを受ける鉄骨鉄筋コンクリート柱の変形性能と軸力制限値，日本建築学会構造系論文集, No.524, pp.133-140, 1999.10
6) 星隈順一ほか：鉄筋コンクート橋脚の変形性能に及ぼす断面寸法の影響に関する研究，土木学会論文集, No.669/V-50, pp.215-232, 2001.2
7) 武藤清：構造物の動的設計－耐震設計シリーズ応用編－，丸善，1977
8) Mattock, A.H.: Discussion of Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beam by W.G.Corley, Structure Div., ASCE, pp.519-522, Aug.1967
9) 日本道路協会：道路橋示方書･同解説 V 耐震設計編，2002
10) 渡辺史夫ほか：超高強度コンクリートを用いた RC 柱の曲げ強度と靭性，日本建築学会構造系論文報告集，No.446，pp.99-106，1993.4
11) 土井希祐：鋼材の抜出しを考慮した SRC 部材の降伏変形の評価に関する研究，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.18，No.2，pp.1319-1324，1996.7
12) 川島一彦ほか：軸力変動を受ける RC 中空断面アーチリブの耐震性に関する実験的研究，構造工学論文集, Vol.48A, pp.747-757, 2002.3