

## 論文 3次元剛体バネモデルによるコンクリートの収縮ひび割れ解析

小澤 泰士<sup>\*1</sup>・斉藤 成彦<sup>\*2</sup>・檜貝 勇<sup>\*3</sup>

要旨：本研究では，コンクリートのひび割れ評価に有効な3次元剛体バネモデルによる構造解析と，1次元トラスモデルによる物質移動解析を統合し，コンクリートの時間依存ひび割れを予測するための新たな数値解析手法を提案した。また，鉄筋等の補強材がひび割れ幅に及ぼす影響を考慮するために，3次元剛体バネモデルに梁要素を離散的に導入した。開発した手法を用いて，鉄筋コンクリート及び炭素繊維補強コンクリート供試体の収縮ひび割れ解析を行い，コンクリート中の水分拡散によるひび割れ進展とひび割れ幅を評価するとともに，補強材が収縮ひび割れに与える影響を示した。

キーワード：剛体バネモデル，乾燥収縮，物質移動解析，拡散方程式，ひび割れ幅

## 1. はじめに

乾燥による収縮やクリープなどの時間依存変形を受けコンクリートに発生する早期ひび割れは，構造物の長期耐久性能に大きく影響を及ぼす。したがって，構造物の耐久性能を評価するためには，ひび割れ状況を十分に把握することが必要であり，ひび割れを含むコンクリートの時間依存変形を精度良く予測可能な構造解析手法の開発が望まれる。

剛体バネモデル(以下RBSM)は，コンクリートのひび割れ等の不連続現象を比較的容易に，かつ直感的に表現することが可能な構造解析手法であり，2次元RBSMが炭素繊維補強コンクリートの収縮ひび割れ解析<sup>1)</sup>等に应用されている。しかしながら，乾燥による収縮量はマクロ式によって供試体内で一様に与えられ，供試体表面やひび割れ面での水分逸散の影響が考慮できていない。一方，2次元RBSMに，1次元トラスモデルによる物質移動解析を組み合わせることにより，コンクリート中の水分移動による収縮量の分布や，ひび割れ面での水分逸散の影響を評価することができるが，無筋コンクリートの2次元解析に止まっている<sup>2),3)</sup>。

本研究は，ひび割れの3次元的な挙動を予測できる3次元RBSMに，1次元トラスモデルによる物質移動解析を導入することで，水分拡散問題によるコンクリートの収縮ひび割れ解析を行い，3次元的なひび割れ進展やひび割れ幅の評価を試みた。また，補強材をモデル化することにより，補強材がひび割れ幅に与える影響についても検討を行った。

## 2. 3次元RBSMによる物質移動解析

## 2.1 3次元RBSM

## (1) コンクリートのモデル化

本研究では，材料を離散的に扱う解析法の一つであるRBSMを用い，コンクリート材料のモデル化を行う。RBSMは，対象物を有限個の要素に分割し，要素自身を剛体と仮定し，要素間に分布するバネのエネルギーを評価することで，材料の力学挙動を追跡する方法である。

図-1のようにコンクリート要素を剛体と仮定し，各要素内の任意点に3次元剛体変位の6自由度を配置し，表面力に関する評価点を要素境界面上にとる。要素境界面上に垂直バネ，せん断バネおよび回転バネからなるバネ系を設け，

\*1 山梨大学大学院 医学工学総合教育部 (正会員)

\*2 山梨大学大学院 医学工学総合研究部助教授 博(工) (正会員)

\*3 山梨大学大学院 医学工学総合研究部教授 工博 (正会員)

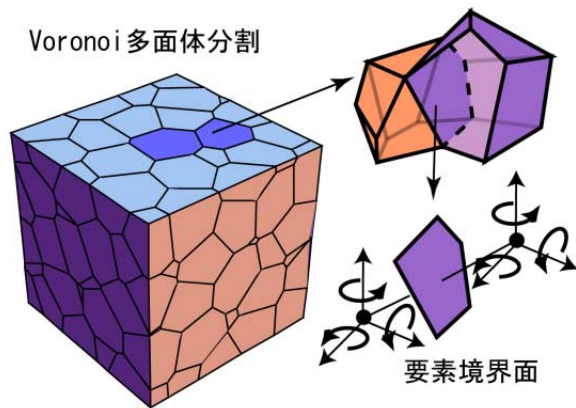


図 - 1 3次元剛体バネモデル

対象とする材料の特性を導入し、このバネに蓄えられるエネルギーを評価することによって要素境界面上の力を求める。このため、要素間のすべりやひび割れ等の不連続現象を比較的容易に表現できる。ただし、RBSM ではひび割れが要素境界面に沿って発生するため、ひび割れの発生や進展が要素分割に大きく依存する。そこで、計算幾何学の概念である Voronoi 多面体を用いてランダムな要素分割を施すことで、ひび割れの要素依存性を低減した。

### (2) 補強材のモデル化

鉄筋等の補強材のモデル化には、Saito と Bolander<sup>1)</sup>によって開発されたコンクリートの要素分割に依存しない離散鉄筋要素を、3次元に拡張して用いた。

図 - 2 に示すように、それぞれの補強材は、一連の梁要素によって構成され、梁要素の節点においてリンク要素を介してコンクリート剛体要素に結合される。リンク要素は、軸方向、垂直方向、回転方向のバネによって構成され、軸方向のバネを適切にモデル化することによって補強材とコンクリート間の付着すべりを表現することができる。本補強材モデルでは、補強材をコンクリート剛体内の任意の位置に配置することができるため、コンクリートの要素分割に依存しない。したがって、Voronoi 分割を利用した任意多面体からなるランダムな要素分割に対しても適用することが可能である。

## 2.2 物質移動解析

コンクリートの時間依存変形は、水分拡散に

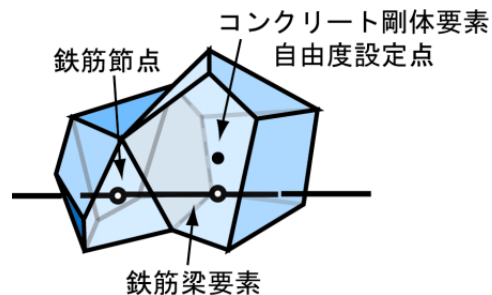


図 - 2 補強材モデル

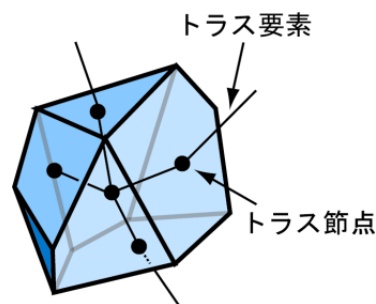


図 - 3 トラスモデル

よる物質移動問題として扱った。

### (1) 拡散問題

非定常状態における物質移動問題は、次式のような拡散方程式で与えられる。

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(k \text{grad} u) + Q \quad (1)$$

ここで、 $u$ ：ポテンシャル、 $k$ ：伝導係数、 $\rho$ ：密度、 $c$ ：比熱、 $Q$ ：流束、 $t$ ：時間である。式(1)の有限要素による離散化は次式となる。

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ ：容量マトリクス、 $\mathbf{K}$ ：伝導マトリクス、 $\mathbf{f}$ ：流束ベクトル、 $\dot{\mathbf{u}}$ ：時間に関するポテンシャルの導関数である。トラス要素の伝導および容量マトリクスは、以下のように与えられる。

$$\mathbf{K}_e = \frac{k_e}{h_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{M}_e = \frac{h_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 $k_e$ および $h_e$ は離散化要素の伝導率と長さである。式(2)をクラック・ニコルソン法により解くことで、拡散方程式の解が得られる。

### (2) トラスモデル

RBSM における物質移動問題は、1次元トラスを用いてモデル化する。図 - 3 のように、各剛体要素に対して、要素母点と各境界面とを結ぶトラス要素を配置し、適切な伝導係数を用いることで剛体内の物質移動を表現する。各トラス

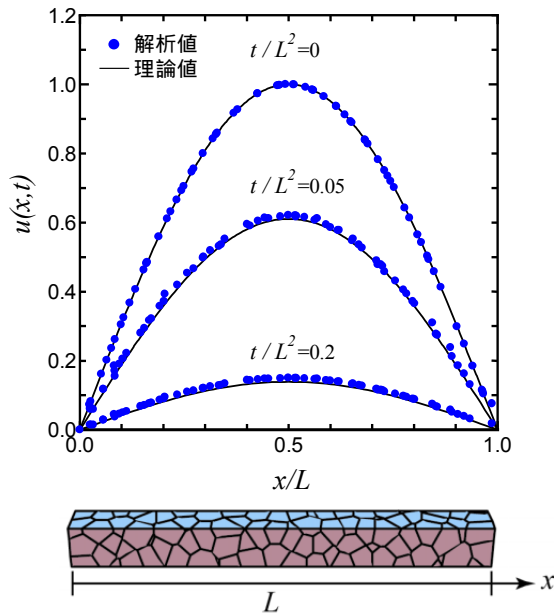


図 - 4 ポテンシャルの経時変化

要素は、境界面を底辺とする多角錐の容量を持つとし、境界面にトラス節点を配置することで、供試体表面での伝達を考慮できる。また、ひび割れ面においても外部への水分逸散を表現するため、ひび割れが発生した要素境界面には、外部との水分伝達を考慮した。

### (3) 解析手法の検証

1次元トラスモデルによる解析手法の妥当性を検証するために、図-4のような長さ  $L$  の梁を考え、非定常解析を行った。時間  $t=0$  におけるポテンシャルの初期値を次式のように与える。

$$u(x, y, z, t = 0) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (4)$$

ここで、 $x$  は梁軸方向の距離である。ポテンシャルの損失はないものとし、伝導率は 1 とする。梁の両側面は完全に遮断されていると仮定し、ポテンシャルの伝導のみを考えた 1次元問題として扱う。ここで、ポテンシャル分布の時間変化による数値解は次式のように与えられる。

$$u(x, t) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) e^{-\frac{\pi^2 t}{L^2}} \quad (5)$$

式(5)による理論値と解析によるポテンシャルの経時変化をみれば、梁内に分布するトラス要素から求められたポテンシャル分布は理論値と概ね一致し、拡散問題をトラスモデルにより扱

うことが可能であると確認できた。

## 2.3 水分拡散問題を考慮した 3-D RBSM による収縮ひび割れ解析

### (1) 水分拡散問題の導入

本研究では、コンクリート中の水分拡散問題を考慮した収縮ひび割れ解析を行った。水分拡散の基礎方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(D \text{grad } H) \quad (6)$$

ここで、 $H$ : 相対含水率、 $D$ : 水分伝導率である。コンクリートの境界面と大気の間で流束  $q_s$  が生じる場合、境界条件は以下のように表される。

$$q_s = C_F (H_s - H_a) \quad (7)$$

ここで、 $C_F$ : 水分伝達率、 $H_s$  および  $H_a$ : 境界面および大気中の相対含水率である。

トラスモデルにより、時間変化によるコンクリート中の相対含水率変化を求め、相対含水率と乾燥による収縮ひずみは線形であると仮定し、収縮ひずみを以下の式で求めた。

$$\Delta \varepsilon_{sh} = \alpha_{sh} \Delta H \quad (8)$$

ここで、 $\varepsilon_{sh}$ : 乾燥による収縮ひずみ、 $\alpha_{sh}$ : 収縮係数、 $\Delta H$ : 相対含水率変化である。収縮は軸方向の変形による体積変化と考えられるため、RBSM においては、収縮ひずみを剛体要素間における垂直バネの初期ひずみとして与えることでモデル化した。

### (2) 乾燥による収縮ひび割れ解析

図-5 に示す仮想のコンクリート供試体に対して、提案した手法を用いて乾燥による収縮ひび割れ解析を行い、ひび割れ進展とひび割れ幅の経時変化について検討を行った。供試体は、左右両側面を拘束し、ひび割れを中央部から発生させるため切り欠きを入れてある。コンクリート内の相対含水率は初期値  $H=1.0$  とし、外気条件は  $H_a=0.5$  で一定とした。供試体上・底面を乾燥表面とし、側面は全て外気に触れないもの ( $q_s=0$ ) とした。乾燥は材齢 3 日後から生じるものとし、乾燥開始から 20 日まで解析を行った。

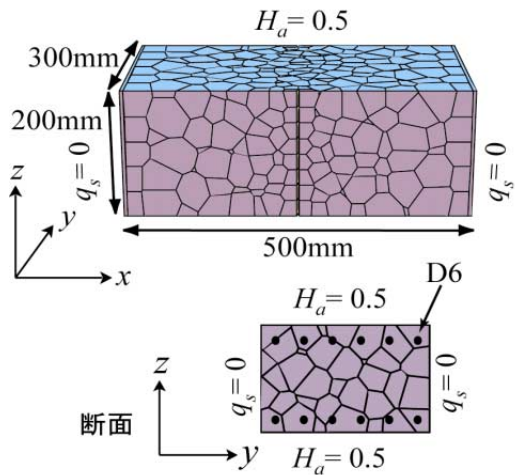


図 - 5 鉄筋コンクリート供試体の解析モデル

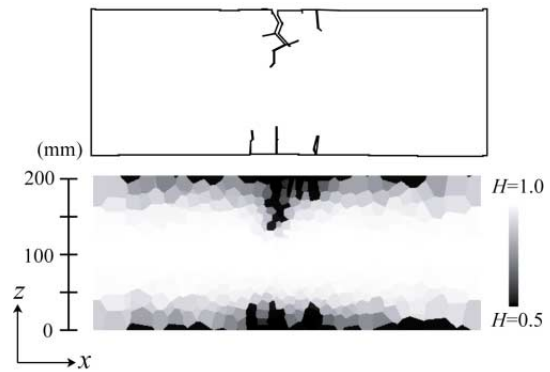
表 - 1 材料定数

引張強度 $f_t$ (MPa)	2.8
弾性係数 $E_c$ (GPa)	25
水分伝導率 $D$ ( $\text{mm}^2/\text{day}$ )	30.0
水分伝達率 $C_F$ (mm/day)	30.0
収縮係数 $\alpha_{sh}$	0.001

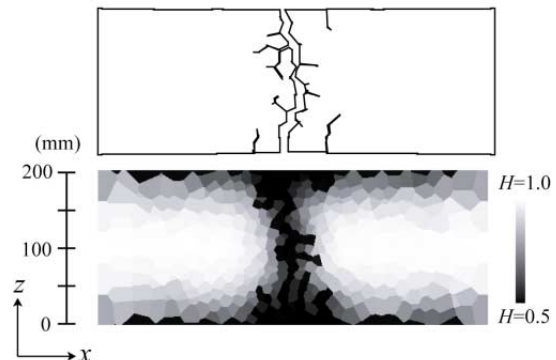
解析に使用した材料定数を表 - 1 に示す。ここで、コンクリートの引張強度とヤング係数は材齢 28 日のものを表わし、時間経過により変化するものとする<sup>4)</sup>。つまり、垂直、せん断バネの剛性には、材齢に依存するコンクリートのヤング係数を用いた。解析は、無筋モデルと、D6 の異形鉄筋を上・底面にかぶり 25mm で配置した鉄筋補強モデルに対して行った。なお簡単のため、コンクリート要素の垂直バネは脆性モデルとし、せん断バネは垂直バネの切断と同時に破壊するものとした。また、鉄筋とコンクリート間の付着性状も、材齢依存とすべきであるが、付着性状の時間変化は不明な点が多いため、本研究では材齢に依存しない CEB モデル<sup>5)</sup>を用いた。

解析におけるひび割れ幅は、コンクリート要素間の相対変位より求められ、本研究では、主ひび割れの進展というやや平均的な挙動を評価することになる。

図 - 6 に乾燥開始から 10 日後と 20 日後の、無筋モデルの  $y=150\text{mm}$  断面におけるひび割れ状況と、コンクリート内部の相対含水率分布を示す。図より、コンクリート表面から乾燥が進む



a) 乾燥 10 日後

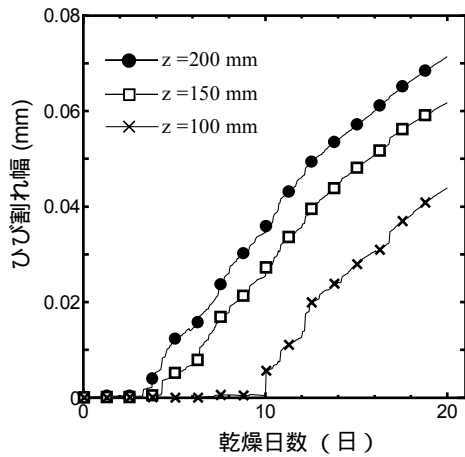


b) 乾燥 20 日後

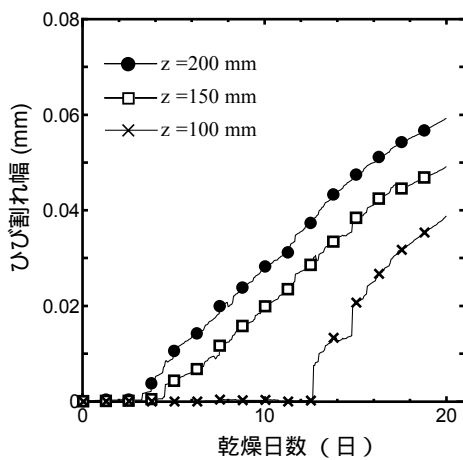
図 - 6 ひび割れ状況と相対含水率分布 (無筋モデル,  $y=150\text{mm}$ )

とともに、ひび割れ面からも乾燥が生じているのが確認できる。

図 - 7 に、乾燥時間に伴ったひび割れ幅を示す。乾燥表面 ( $z=200\text{mm}$ ) から発生し始めたひび割れは、時間経過に伴うコンクリート内部の相対含水率変化に従って深さ方向に進展し、数日後に供試体中央部 ( $z=100\text{mm}$ ) に到達しており、ひび割れ幅も中央部で最も小さくなっている。一方、鉄筋補強モデルでは、乾燥表面 ( $z=200\text{mm}$ ) と深さ 50mm ( $z=150\text{mm}$ ) 位置でのひび割れ幅は無筋のものより小さくなっており、鉄筋による補強効果がみられる。しかし、供試体中央部でのひび割れの発生時期は無筋のものより遅れるものの、その後ひび割れ幅は急激に増加し、無筋モデルと同程度まで増加している。表面付近での補強は、鉄筋位置でのひび割れ抑制には効果があるが、コンクリート内部のひび割れ抑制には至らない場合のあることが確認された。



a) 無筋モデル



b) 鉄筋補強モデル

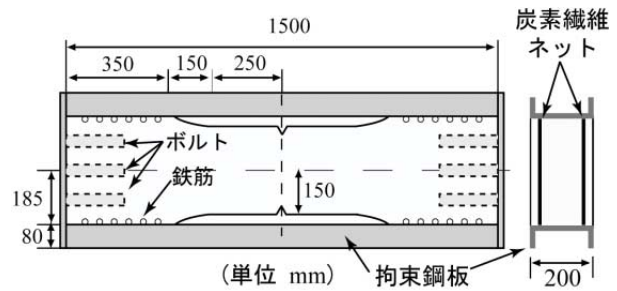
図 - 7 ひび割れ幅の経時変化

### 3. 炭素繊維補強コンクリートの収縮ひび割れ

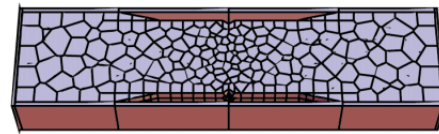
#### 3.1 解析概要

Yang と Makizumi<sup>6)</sup>の行った炭素繊維ネットで補強されたコンクリートの収縮試験に対して、提案した手法を適用し収縮ひび割れ解析を行った。図 - 8 に実験の供試体概要を示す。供試体は、鋼板により拘束され、中央部に深さ 15mm の切り欠きが入れている。供試体側面は外気に触れないようにシールが貼られ、乾燥は供試体上面と底面から生じる。外気は相対含水率  $50 \pm 3\%$ 、温度  $20 \pm 3$  で一定とされ、材齢 3 日後から気中にさらした。供試体の材料特性を表 - 2 に示す。

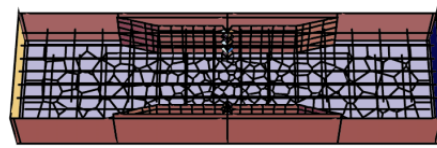
本研究では、無筋供試体と、軸方向に 100mm 間隔、せん断方向に 50mm 間隔の格子状に構成された炭素繊維ネットを、供試体上・底面にかぶり 10mm で配置した炭素繊維補強供試体に対して、乾燥開始から 60 日後まで解析を行った。



a) 実験供試体



b) 無筋供試体



c) 炭素繊維補強供試体

図 - 8 実験供試体と解析モデル

表 - 2 材料特性

コンクリート	炭素繊維ネット	拘束鋼板
$E_{c,28}$ 25 GPa	$E_{CFN}$ 230 GPa	$E_s$ 210 GPa
$f_{t,28}$ 2.8 MPa	$f_{CFN}$ 3530 MPa	$f_{sy}$ 250 MPa
$A_c$ 60000 mm <sup>2</sup>	$A_{CFN}$ 88.8 mm <sup>2</sup>	$A_s$ 3130 mm <sup>2</sup>

#### 3.2 解析結果

図 - 9 に、乾燥 60 日後の無筋供試体における奥行き方向中央 ( $y=185$ mm) 位置と深さ方向中央 ( $z=100$ mm) 位置でのひび割れ状況を示す。また、図 - 10 に無筋供試体と繊維補強供試体のひび割れ幅の経時変化を示す。両供試体とも乾燥表面から発生したひび割れが、深さ方向に進展し、乾燥 20 日後付近でひび割れが貫通した。炭素繊維ネットの補強効果は十分にみられるが、中央部 ( $z=100$ mm) でのひび割れ幅は、無筋モデルでは乾燥 20 日後も、乾燥表面 ( $z=200$ mm) より小さいのに対し、補強供試体では乾燥表面と同程度以上にまで増大しているのがわかる。

図 - 11 に、解析結果との比較のため、実験で計測された乾燥表面 ( $z=200$ mm) のひび割れ幅を示す。解析結果は、実験結果と同様に繊維補強効果を再現しているが、ひび割れ幅は過小評価している。これは、本研究ではコンクリートの乾燥以外による収縮の影響や、コンクリート

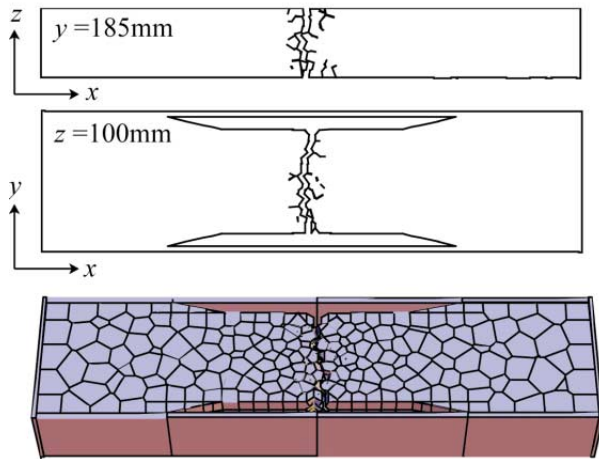


図 - 9 乾燥 60 日後の無筋供試体のひび割れ進展状況

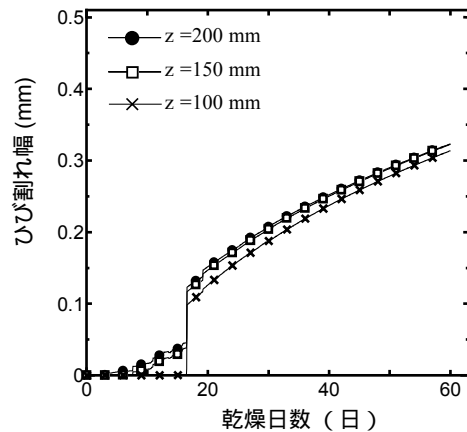
と繊維間の付着特性の時間変化等を適切に考慮していないためであると考えられる。

#### 4. まとめ

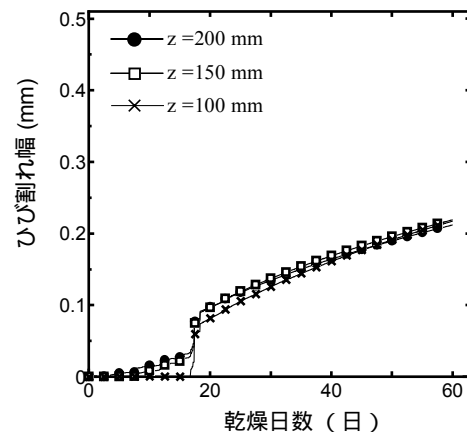
本研究では、3次元 RBSM に1次元トラスモデルによる物質移動解析を統合し、コンクリートの時間依存ひび割れを予測するための新たな数値解析手法を提案した。補強コンクリートの収縮ひび割れ解析を行った結果、3次元的なひび割れ進展やひび割れ幅の増加を評価することの可能性が示された。

#### 参考文献

- 1) Saito, S. and Bolander, J. E. : Numerical analyses of shrinkage cracking controlled by carbon fiber nets, FRPRCS-3, Vol.2, pp.275-282, Oct. 1997
- 2) Bolander, J. E. and Berton, S. : Shrinkage induced cracking in cement composite overlays, WCCM V, July. 2002
- 3) 野城良祐, 石川靖晃, 中村 光, 田邊忠顕 : 物質移動を考慮した RBSM によるひび割れ進展解析手法の開発, コンクリート工学年次論文集, Vol.25, No.1, pp467-472, 2003.6
- 4) Ikenaga, H. and Ohshima, H. : Mix proportion of site-casting concrete to prevent the cracking, Proceedings of Japan Architectural Society, No.217, 1974



a) 無筋供試体



b) 炭素繊維補強供試体

図 - 10 ひび割れ幅の経時変化

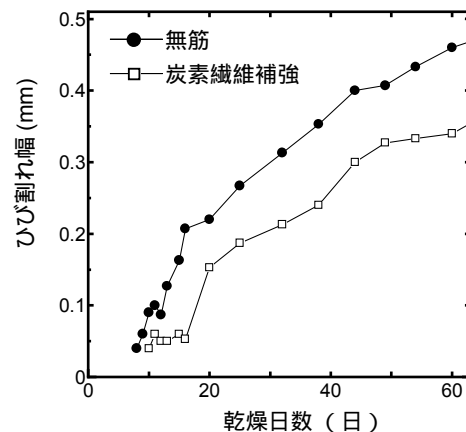


図 - 11 ひび割れ幅の経時変化 (実験)

- 5) Comite Euro-International du Beton:CEB-FIP Model Code 1990 First Draft, CEB, 1990
- 6) Yang, S. and Makizumi, T. : Control of cracking in concrete due to drying shrinkage by using grid-type continuous fiber reinforcement, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu University, Vol.55, No.4, pp.421-441, Dec. 1995