

# 論文 ボクセル解析によるセメントの水和熱に起因したコンクリートの温度応力解析

富山 潤<sup>\*1</sup>・伊良波 繁雄<sup>\*2</sup>・山田 義智<sup>\*3</sup>・入部 綱清<sup>\*4</sup>

**要旨**：本研究は、コンクリートの若材齢時期における水和反応に伴う発熱、自己収縮及び乾燥収縮などによる体積変化に起因したひび割れを解析的に検討するための基礎的研究の第一歩として、今回は水和発熱による温度解析を行った。本研究では、コンクリートをモルタルと粗骨材の複合二相系材料とした二相コンクリートモデルを解析に用い、粗骨材が温度上昇と温度応力へ与える影響を検討した。また、水和発熱モデルとして構成鉱物ごとの水和反応を考慮できる複合水和発熱モデルを採用した。解析例として、断熱状態にあるコンクリートを対象に温度解析および温度応力解析を行い、解析的に粗骨材が与える影響を確認した。

**キーワード**：ボクセル有限要素法，二相コンクリートモデル，水和発熱，温度応力解析

## 1. はじめに

本研究は、コンクリートの若材齢時期において、水和反応に伴う発熱、自己収縮及び乾燥収縮などによる体積変化に起因したひび割れを解析的に検討するための基礎的研究の第一歩として、コンクリートの温度解析と温度応力解析を、粗骨材の影響を考慮に入れて行った。

本解析で用いた解析モデルは、筆者らが開発した二相コンクリートモデル<sup>1)</sup>である。このモデルは粗骨材の形状、寸法、分布を実際のコンクリートに非常に近い状態に再現可能なモデルである。しかし、有限要素法などでこのモデルを使用するための要素生成は、非常に困難である。そこで本研究では、温度解析および温度応力解析の求解法として、解析モデルをボクセル分割し、それを要素として扱ったボクセル有限要素法<sup>2)</sup>により解析を行った。また、水和発熱モデルとして構成鉱物ごとの水和反応を考慮できる複合水和発熱モデル<sup>3)</sup>を採用した。

数値解析例として、断熱状態にあるコンクリートを対象に断熱温度上昇量と、その温度上昇

による温度応力の解析を行った。

## 2. ボクセル有限要素法および二相コンクリートモデル作成法

### 2.1 ボクセル有限要素法<sup>2)</sup>

#### (1) ボクセル有限要素法

ボクセル有限要素法では、解析領域を図-1に示すように領域全体を包含する直方柱を考え、これを直方体要素(ボクセル要素)で分割する。実際の解析形状は、材料定数による表現や、有限被覆法<sup>4)</sup>や X-FEM 的な処理<sup>5)</sup>による表現が可能である。前者については、領域外で弾性係数をゼロに近い値とするなどの処理を行う。また、後者については要素内の不連続性を考慮する手法であるが具体的な説明は次項で行う。

ボクセル解析では、要素形状がすべて同じであるため要素係数マトリックスの作成が材料の種類の数だけで良い。このため、要素係数マトリックス作成に要する時間を大幅に短縮でき、全体係数マトリックス作成に関して従来の有限要素法よりも有利である。特に大規模解析の場合にその差は顕著に表れる。

\*1 琉球大学 工学部環境建設工学科助手 博士(工学) (正会員)

\*2 琉球大学 工学部環境建設工学科教授 博士(工学) (正会員)

\*3 琉球大学 工学部環境建設工学科助教授 博士(工学) (正会員)

\*4 琉球大学 大学院理工学研究科 修士(工学) (正会員)

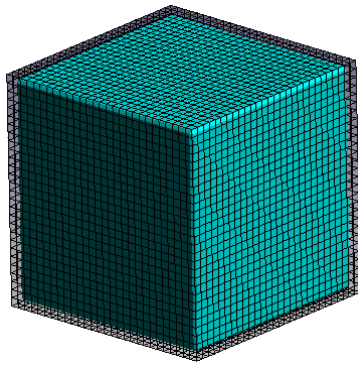


図-1 ボクセル有限要素法の解析領域概念図

## (2) 自由境界面の処理

ボクセル解析では、ボクセル要素の解像度が低い場合に領域形状を厳密に表現できない。このため、有限被覆法<sup>4)</sup>や X-FEM<sup>5)</sup>との組み合わせなどの対処法が研究されている。本研究では後者の X-FEM との組み合わせで自由境界面を表現している。具体的には次に示す通りである。

要素内部の変位場  $U$  を次のように仮定する。

$$U = \sum_{i=1}^{Nnode} N_i \Phi U_i \quad (1)$$

ここで、 $N_i$  は要素頂点  $i$  の形状関数<sup>5)</sup>、 $\Phi$  は領域内部で 1、外部で 0 となるようなステップ関数である。また、 $U_i$  は要素頂点  $i$  の変位、 $Nnode$  は要素を構成する節点数 ( $Nnode=8$ ) である。このように表記することで要素内変位の不連続性を表現することが可能となる。しかしながら、自由境界面付近では、係数マトリックスに全く関与しない節点も存在するため、文献 5) と同様に節点属性を以下のように定義し、全く係数マトリックスに関与しない節点をデッドノード(Dead Node)と称し解析から取り除いた(図-2 参照)。

- 1 つ以上の境界ボクセルに属する節点を Enriched Node とする (要素内の不連続性を考慮)。
- どの積分評価からも参照されない節点を Dead Node とする (削除)。
- それ以外の節点は、通常節点 (Normal Node) である。

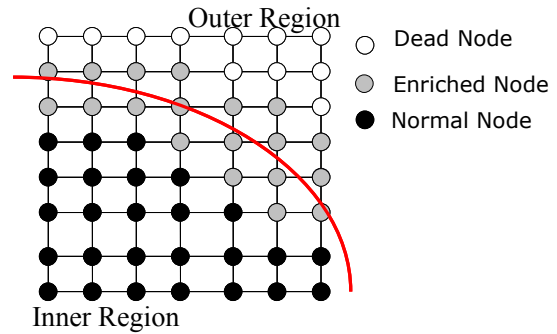


図-2 節点の属性

## 2.2 二相コンクリートモデル作成法<sup>1)</sup>

コンクリート構造物の応力解析や破壊解析、また、フレッシュコンクリートの流動解析においても粗骨材とモルタルおよびそれらの界面からなる複合材料であるコンクリートを均質連続体と取り扱う研究が多い。これはコンクリート内部の複雑な粗骨材形状およびその分布のモデル化が困難なためである。しかし、コンクリートの力学的挙動を厳密に解析するためには、少なくとも粗骨材とモルタルおよび界面をモデル化する必要がある。

実際のコンクリートを研磨と撮影を繰り返すことによって得られたデジタル画像から粗骨材、モルタルの各モデルを抽出する方法が永井ら<sup>6)</sup>、安和ら<sup>7)</sup>によって示された。しかし、この方法では実際のコンクリートをモデル化できるが、研磨や画像処理に労力を要する。そこで本研究では、文献 1) に示す簡単な操作による二相コンクリートモデル作成方法を採用する。以下にその方法について簡単に示す。

### (1) 粗骨材モデル作成法

ここでは、二相コンクリートモデルで使用する粗骨材モデルの作成方法を説明する。

コンクリート中に含まれる粗骨材に関しては、実際の粗骨材のデジタル画像から 3 次的に粗骨材の節点座標を拾うことにより、ポリゴンデータとして取り扱った。その方法を簡単に示す。

まず、実際の粗骨材を標準的な網ふるい (JIS Z 8801) を用いて、粗骨材を採取し、四分法により選定する。選定した粗骨材側面の直交する 4 方向をデジタル画像に変換し (図-3 参照)、図-4

に示すように実際の粗骨材形状に近い粗骨材モデル（ポリゴンデータ）を作成する。これらの処理を大きさの異なる粗骨材について適当な数行うことでコンピュータ内部に仮想的に粗骨材置き場が再現できる。

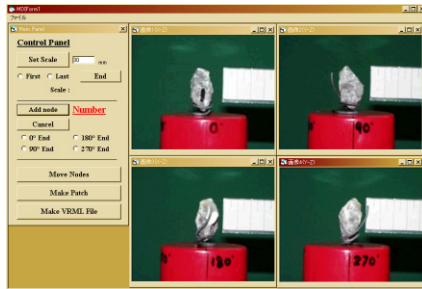


図-3 粗骨材形状決定プログラム

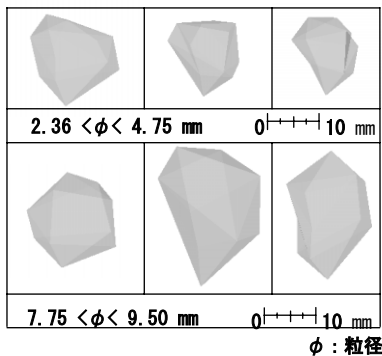


図-4 粗骨材形状モデル

## (2)コンクリートモデル作成法

以下に前節で作成した粗骨材モデルを用いたモルタル-粗骨材二相コンクリートモデルの作成法を簡単に示す。

(1)で作成した大きさの異なる粗骨材モデルを配合設計に用いる粗骨材の粒度分布を考慮に入れ、大きさ、回転量、挿入位置などをランダムに制御し、解析領域（モルタル部分）に挿入することで容易に粗骨材を考慮した解析モデルを作成することができる（図-5 参照）。

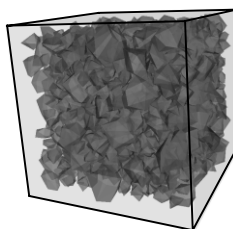
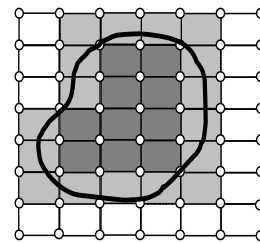


図-5 二相コンクリートモデル

## (3) ボクセル解析における材料定数の考え方

本研究ではボクセル要素を構成する節点位置と二相コンクリートモデルの粗骨材-モルタルデータを比較し、ボクセル要素を構成するすべての節点がモルタルなら、その要素の材料定数をモルタルとし、また、すべての節点が粗骨材なら、その要素の材料定数を粗骨材とした。また、一つの節点でも異なる材料の領域にあれば、その要素は境界要素（界面）と簡易的に仮定した（図-6参照）。従って、本解析手法は界面も考慮可能であるが、今回はモルタルの物性値を用いた。



□モルタル ■骨材 ▨界面

図-6 解析モデルへの材料データ貼り付け

## 3. 温度解析および温度応力解析

### 3.1 複合水和発熱モデルを用いた非定常熱伝導解析

本解析で用いた温度解析手法は非線形解析の計算を直接反復法で求めている点を除けば参考文献 8)に示す方法とほぼ同じである。ここでは簡単に説明する。

3次元非定常熱伝導方程式は、次式で表すことができる<sup>9)</sup>。

$$c\rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + H \quad (2)$$

ここで、 $c$ は比熱( $J/kg \cdot K$ )、 $\rho$ は密度( $kg/m^3$ )、 $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_z$ はそれぞれデカルト座標系( $x-y-z$ )の $x,y,z$ 軸方向の熱伝導率( $W/m \cdot K$ )、 $T$ は温度( $^{\circ}C$ )、 $t$ は時間(h)、 $H$ は単位時間・単位体積当たりのセメントの水和発熱速度( $W/kg$ )である。

式(2)を空間に関しては有限要素法で、時間に関してはクランク-ニコルソンの $\theta$ 法( $\theta=1$ )により離散化を行った。

また、本解析では、水和発熱モデルとして文献 3)の複合水和発熱モデルを採用しているため、式(2)の水和発熱速度  $H$  は次式を用いた。

$$H = C \sum p_i H_i \quad (3)$$

$$H_i = \xi \cdot H_{i,T_0} \exp\left[-\frac{E_i}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right] \quad (4)$$

ここで、 $C$  は単位セメント量、 $p_i$  は各鉱物の組成重量率、 $H_i$  は各鉱物の発熱速度、 $E_i$  は鉱物  $i$  の活性化エネルギー、 $R$  は気体定数、 $H_{i,T_0}$  は基準速度  $T_0$  における鉱物  $i$  の基準発熱速度である。また、 $\xi$  は諸要因(自由水の減少、鉱物組成の相違など)による水和発熱速度の変化を考慮した係数である。詳細は文献 3)を参照されたい。

### 3.2 温度応力解析

温度上昇量による膨張力ベクトル  $\{f^T\}$  は次式で表現した。

$$\{f^T\} = \int [B]^T [D] \{\varepsilon^T\} dV \quad (5)$$

ここで、 $t$  は転置記号、 $[B]$  はボクセル要素の変位-ひずみマトリックス、 $[D]$  は応力-ひずみマトリックス、 $\{\varepsilon^T\}$  は温度上昇量による膨張ひずみであり、次式で表す。

$$\{\varepsilon^T\}^t = [\alpha T \quad \alpha T \quad \alpha T \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (6)$$

ここで、 $\alpha$  は熱膨張率 ( $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ) である。

また、温度応力を計算するためにはコンクリートの有効ヤング係数を材齢に応じて求めなければならない。本研究では、コンクリート標準示方書<sup>10)</sup>に従い、材齢  $t$  日に応じて次のように圧縮強度  $f'_c(t)$ 、引張強度  $f_t(t)$  および有効ヤング係数  $E_e(t)$  を決定した。

$$f'_c(t) = \frac{t}{a+bt} d(i) f'_{ck} \quad (7)$$

ここで、 $i$  は設計基準強度の基準材齢(28 または 91 日)、 $f'_{ck}$  は材齢  $i$  日の圧縮強度。 $a$ 、 $b$ 、 $d(i)$  はセメントの種類によって異なる定数であり、次のようになる。

○普通ポルトランドセメント：

$$a=4.5, b=0.95, d(28)=1.11, d(91)=1.0$$

○中庸熱ポルトランドセメント：

$$a=6.2, b=0.93, d(28)=1.15, d(91)=1.0$$

○早強ポルトランドセメント：

$$a=2.9, b=0.97, d(28)=1.07, d(91)=1.0$$

$$f_t(t) = c \sqrt{f'_c(t)} \quad (8)$$

ここで、 $c$  は、コンクリートの乾燥の程度によって異なるが、0.4427 を標準とする。

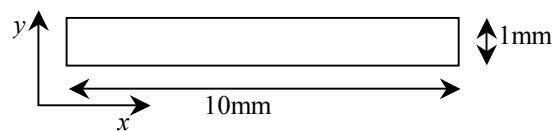
$$E_e(t) = \phi(t) \times 4.7 \times 10^3 \sqrt{f'_c(t)} \quad (9)$$

ここに、 $\phi(t)$  は温度上昇におけるクリープの影響が大きいことによるヤング係数の補正係数で、材齢 3 日まで  $\phi=0.73$ 、材齢 5 日以降  $\phi=1.0$ 、材齢 3 日から 5 日までは直線補間している。本解析ではこれらを簡易的にモルタル部に適用した。

## 4. 数値解析例

### 4.1 温度解析の精度評価

ここでは非定常熱伝導解析コードの信頼性を検証するために、図-7 に示すモデルについて 10 秒間の温度変化の解析を行った。境界条件は左側を  $100^{\circ}\text{C}$ 、右側を  $0^{\circ}\text{C}$  に保ち、上下前背面は断熱とした。図-8 に  $x=1.0\text{mm}$  の解析結果を示す。比較のために理論式より得られた厳密解も併せて示す。ボクセル分割は、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向それぞれ  $10 \times 1 \times 1$  分割とした。



密度  $\rho = 5.0 \times 10^{-6} [\text{kg}/\text{mm}^3]$ ,  $t = 0.1 [\text{s}]$   
比熱  $c = 418.6 [\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}]$ , 熱伝導率  $k = 0.21 [\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}]$

図-7 解析対象と物性値

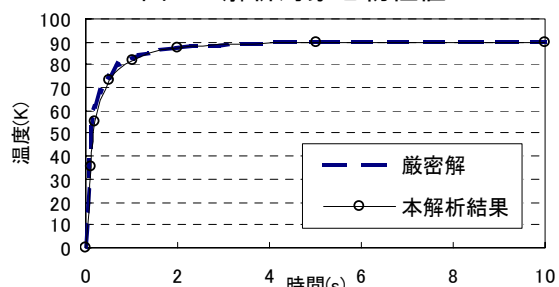


図-8 温度変化 ( $x=1.0\text{mm}$  位置)

図-8 より、本解析結果は、厳密解とほぼ一致し、その信頼性が示された。

#### 4.2 コンクリートの温度解析・温度応力解析

数値解析例として、マスコンクリート内部を解析対象にし、普通ポルトランドセメントを使用したコンクリート領域  $100 \times 100 \times 100 \text{mm}$  の解析を行った (図-5 参照)。従って境界条件は断熱状態である。解析に用いたセメントの鉱物組成を表-1 に、配合条件を表-2 に、その他の材料定数を表-3 に示す。なお、打設温度は  $20^\circ\text{C}$  である。

今回使用したその他の材料定数については、文献 11) を参考に決定した。

表-1 鉱物組成

C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	CS <sub>2</sub> H
10.4	9.4	47.2	27.0	3.9

注意) CS<sub>2</sub>H: 二水石膏

表-2 配合条件

W/C	W	C	S	G	AE 減水剤
49.3	148	300	765	1129	0.2

単位) W/C:%, W,C,S,G:kg/m<sup>3</sup>, AE 減水剤:C×%

表-3 その他の材料定数

	E	f' <sub>c</sub>	ν	k <sub>x</sub> , k <sub>y</sub> , k <sub>z</sub>	α	c
CA	30400.6	49.0	0.25	2.09	5.0	879.1
MO	20000.0	22.1	0.21	1.91	9.3	1255.8
CO	—	—	—	2.91	7.3	1088.4

注意) CA:骨材, MO:モルタル, CO:コンクリート,

E:ヤング係数(N/mm<sup>2</sup>), f'<sub>c</sub>:圧縮強度(N/mm<sup>2</sup>),

CO の α は, CA と MO の α に体積比の重み付け足し合わせにより算出

##### 4.2.1 温度解析

ここでは、温度解析を均質材料としてのコンクリート (CO) と複合材料としての二相コンクリートモデル (CA+MO) の断熱温度上昇量を比較した。図-9 に解析モデルの断面 (z=25,50mm) を示す。なお、解析における時間ステップは 0.01 日である。また、水和反応はセメントで生じるものであるが、本解析では発熱条件として、二相コンクリートモデルにおいてはモルタル部の

みに、コンクリートにおいては領域全体に生じるとした。

図-10 にコンクリートと二相コンクリートの断熱温度上昇曲線を示す。比較のために土木学会式<sup>10)</sup> も同時に示す。図-10 より、コンクリートの断熱温度上昇値は土木学会式と良い近似を示し、文献 3) とほぼ同様な結果を得た。しかし、コンクリートをモルタル-粗骨材の複合材料とした結果は、温度上昇の傾向はほぼ同じであったが、他の結果と比べ低い値を示した。これは、複合水和発熱モデルの実験結果と解析結果の対応より決定される諸係数 $\xi$ や粗骨材とモルタル間の物性値の違いによる影響だと考えられ、今後詳細な検討が必要である。

図-11 に材齢(a)0.5 日, (b)1 日のコンクリート内部 (z=50mm 断面) の温度上昇量分布を示す。この図より、モルタル部と粗骨材部では複雑な温度上昇分布を示しているが、両者の差は 0.03% 程度とほとんどないことがわかった。マクロ的にみるとコンクリート内部の温度解析に粗骨材の影響はほとんどないものと考えられるが、ミクロ的な挙動を検証するためには、モルタルと粗骨材の温度差を考慮する必要があると考えられ、次に示す温度応力解析で検討する。

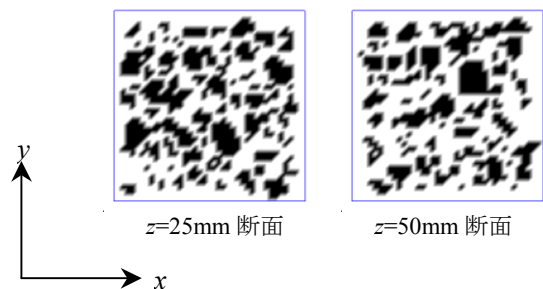


図-9 解析モデル断面 (64000 要素)

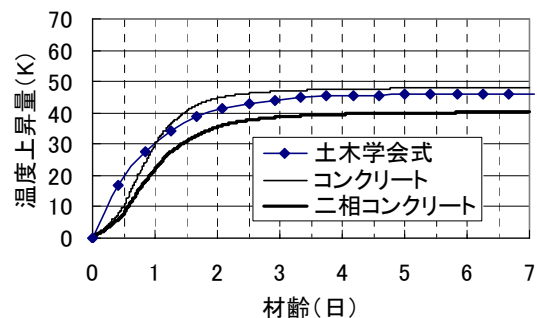


図-10 断熱温度上昇曲線

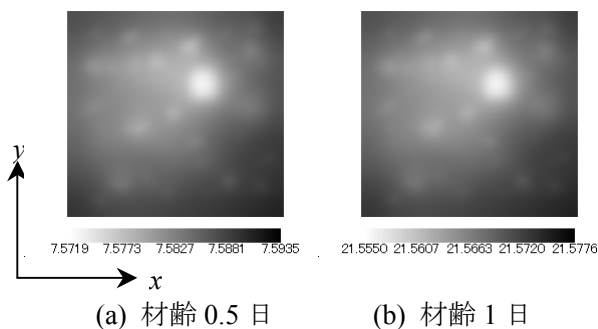


図-11 温度上昇量分布 (°C : z=50mm 断面)

#### 4.2.2 温度応力解析

ここでは、前節より得られた温度上昇量を用いて材齢 1 日における温度応力解析を示す。境界条件は面に直交する方向のみを固定とした。

図-12 に、 $z=25\text{mm}$ 、 $z=50\text{mm}$  断面の主応力分布を示す。二相コンクリートモデルでは粗骨材とモルタルの弾性係数や熱膨張率などが異なるため、モルタル部より膨張圧を受け粗骨材部に圧縮が生じ、強度的に問題があると言われている界面付近に大きな引張が生じた複雑な応力分布を示した。以上より、強度的な検討を行う場合、粗骨材の影響を何らかの形で考慮する必要があると考えられる。ただし、この結果は解析条件が一例と少なく、今後詳細な検討を行う必要がある。

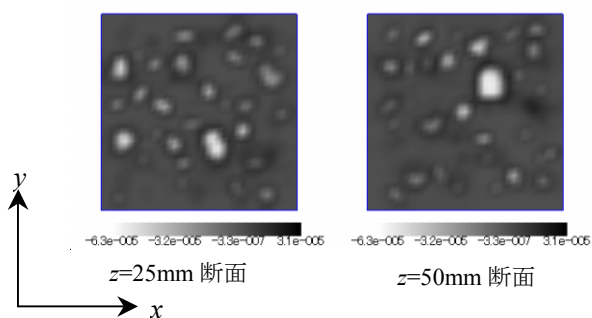


図-12 最大主応力分布(N/mm<sup>2</sup>)

#### 5. まとめ

本論文では、粗骨材を考慮した水和発熱に起因した温度解析と温度応力解析を断熱状態のコンクリートを対象にボクセル有限要素法により行った。結果をまとめると以下の通りである。

- (1) 非定常熱伝導解析コードの信頼性を得た。
- (2) 断熱状態のコンクリートの温度解析では、モ

ルタル部と粗骨材部に大きな差は見られなかったが、応力解析では粗骨材部で圧縮が生じ、界面付近で引張が大きくなる結果を得た。

謝辞：本論文の複合水和発熱モデルに関して、岸利治、石田哲也 両東京大学助教授に有益なご意見を頂いた。ここに感謝の意を表す。

#### 参考文献

- 1) 山城建樹, ほか: 骨材とモルタルで 2 相モデル化したコンクリートの 3 次元フリーメッシュ法解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.25, No.2, pp.169-174, 2003
- 2) 鈴木克幸, ほか: 多重ボクセル情報を用いたソリッド構造の解析法, 日本計算工学会論文集, 2(2), pp.395-398, 1997
- 3) Maekawa, K., Chaube, R.P. and Kishi, T.: Modelling of Concrete Performance, E&FN SPON, 1999
- 4) 鈴木克幸, ほか: ボクセル被覆による 3 次元ソリッドのメッシュレス解析, 土木学会応用力学論文集, Vol.1, pp.215-222, 1998
- 5) 長嶋利夫: ボクセル型メッシュデータを用いた応力解析手法の開発, ものづくり情報技術統合研究(第 2 回), 理化学研究所, pp.144-152, 2002.9
- 6) 永井学志, ほか: 3 次元実画像データに基づくコンクリート材料の有限要素解析, 日本建築学会構造系論文集, No.509, pp.77-82, 1998.7
- 7) 安和守史, ほか: 3 次元フリーメッシュ法を用いたコンクリートの破壊解析手法に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.24, No.2, pp.55-56, 2002
- 8) 原田修輔, ほか: 温度依存性を有するセメントの水和発熱過程と熱伝導の連成を考慮した非線形温度解析, 土木学会論文集, No.426, V-14, pp.167-176, 1991.2
- 9) 矢川元基, 宮里則幸: 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析, サイエンス社, 1985
- 10) 土木学会: コンクリート標準示方書[施工編], 2002.3
- 11) 村田二郎, ほか: コンクリートの科学と技術, 山海堂, 1996