

論文 積分型非局所手法による圧縮応力を受けるコンクリートの特性長さの推定

権 庸吉^{*1}・諏訪 俊輔^{*2}・中村 光^{*3}・田辺 忠顕^{*4}

要旨：本研究では，積分型非局所手法を利用してコンクリートの特性長さを解析的に推定することを目的としている。積分型非局所手法を用いる場合に問題となる境界部分の影響は，Double nonlocal operator を用いることで適切に評価できることを示した。さらに一軸圧縮実験の局所ひずみデータとの比較から従来未解明であった非局所理論に用いる圧縮応力下のコンクリートの特性長さを解析的に推定した。

キーワード：非局所化，圧縮応力，特性長さ，損傷モデル，ファイバーモデル

1. はじめに

コンクリートのような不均質な準脆性材料は，軟化挙動において引張応力下ではひび割れ，圧縮応力下では広がりを持ったひずみの局所化現象が現れる。このような局所軟化挙動を示す材料に対し，有限要素法のような離散化解析手法を用いると物理的に容認できない変形の局所化が発生し，深刻な mesh sensitivity が発生することが知られている。

古典的な連続体力学では局所化領域の大きさに対する情報を含まないため，すなわち 特性長さの存在を示していないため，このような軟化挙動における局所現象を明確に表現することができない。

このような問題を克服できる手法として非局所化連続体理論が提案されている。非局所化連続体理論では，任意の局所点の力学的な情報はその局所点の情報だけでなく他の局所点の情報にも依存すると仮定することで，局所化領域の大きさに対する情報を与えている。

非局所化連続体理論としては，空間平均化理論(積分型非局所モデル),勾配理論,Cosserat 理論がある。一般的に勾配理論と Cosserat 理論では

既存の有限要素コードの根本的な変更が必要となる¹⁾が，空間平均化理論，すなわち，積分型非局所モデルは構成方程式に非局所変数(例えば，損傷エネルギー解放率，塑性ひずみなど)を変更するのみでよく，既存の有限要素コードに容易に取り込みが可能である。しかしながら，前述したように特性長さは材料固有の解析パラメータとして与えられ，現在まで定量的な評価がなされていない。

そこで本研究では，積分型非局所モデルを利用して，一軸圧縮試験と比較することで，圧縮応力下のコンクリートの特性長さを推定する。

2. 積分型非局所化手法

2.1 積分型非局所化手法の概要^{2),3)}

(1) 局所変数の非局所平均化

積分型非局所化手法において，非局所変数 $\bar{f}(x)$ は，式(1)に示すように重み関数 $\alpha(x, \xi)$ を考慮して，局所変数 $f(x)$ を空間積分領域で平均化(非局所化)することで求めることができる。

$$\bar{f}(x) = \frac{1}{V_r(x)} \int_V \alpha_0(x, \xi) f(\xi) d\xi$$

*1 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 後期課程 (正会員)
 *2 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 前期課程 (正会員)
 *3 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 助教授 博(工) (正会員)
 *4 名古屋大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 教授 工博 (正会員)

$$= \int_V \alpha(x, \xi) f(\xi) d\xi \quad (1)$$

ここで、 $V_r(x)$ は空間平均化領域で、式(2)より求められる。

$$V_r(x) = \int_V \alpha_0(x - \zeta) d\zeta \quad (2)$$

$\alpha(x, \xi)$ は、重み関数(平均化関数)であり、式(3)より求められる。

$$\alpha(x, \xi) = \frac{\alpha_0(x, \xi)}{V_r(x)} \quad (3)$$

$\alpha_0(x, \xi)$ は、特性長さを含む式(4)で表され、 $\xi = x$ で最大値を持っている対称形の正の関数である。

$$\alpha_0(|x - \xi|) = \begin{cases} \left(1 - \frac{(|x - \xi|)^2}{R^2}\right)^2 & |x - \xi| \leq R \\ 0 & |x - \xi| > R \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $R = \ell^*/2$ 、 ℓ^* は特性長さを表す。もし、特性長さ(ℓ^*) が構造物の大きさより小さく、平均化領域が境界部分から離れている領域では、空間平均化領域($V_r(x)$) は一定値となり、境界部分をまたぐ場合は徐々に小さくなる。1次元では $V_r(x) = 16R/15$ 、2次元では $V_r(x) = \pi R^2/3$ 、3次元では $V_r(x) = 32\pi R^2/105$ となる。

一方、境界部分では先に述べたように空間平均化領域($V_r(x)$) が変化する。重み関数 $\alpha(x, \xi)$ の分布を図 - 1 に示すが、境界近傍では一定に分布しないため非局所量を過大に評価することになる。重み関数としては式(3)の他にも幾つか提案されているが、本研究では、境界部分での非局所量を過大に評価することを低減するため、式(6)に示す Double nonlocal operator³⁾ を用いた。図 2 に $\beta(x, \eta)$ の分布を示す。

$$\begin{aligned} \bar{f}(x) &= \int_V \alpha(x, \xi) \bar{f}(\xi) d\xi \\ &= \int_V \beta(x, \eta) f(\eta) d\eta \end{aligned} \quad (5)$$

$$\beta(x, \eta) = \int_V \alpha(\xi, x) \alpha(\xi, \eta) d\xi \quad (6)$$

ここで、 x, ξ, η はガウス点の座標である。図 3 に $\alpha(x, \xi)$ と $\beta(x, \eta)$ との形状の相異を示す。Double nonlocal operator の方が広がりを持った重み関数形状を示すことが特徴である。

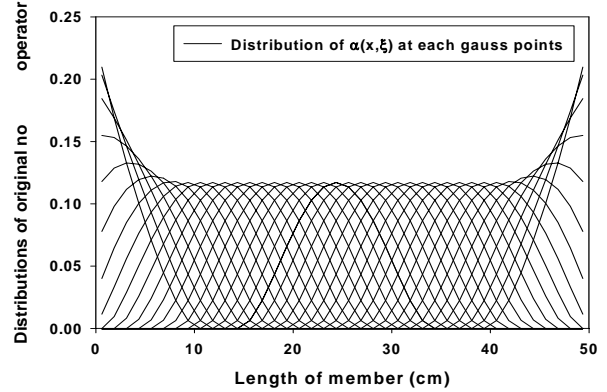


図 1 $\ell^* = 200\text{mm}$ に置ける $\alpha(x, \xi)$ の分布

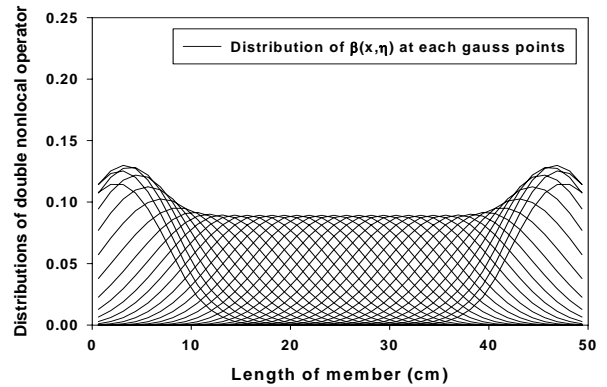


図 2 $\ell^* = 200\text{mm}$ に置ける $\beta(x, \eta)$ の分布

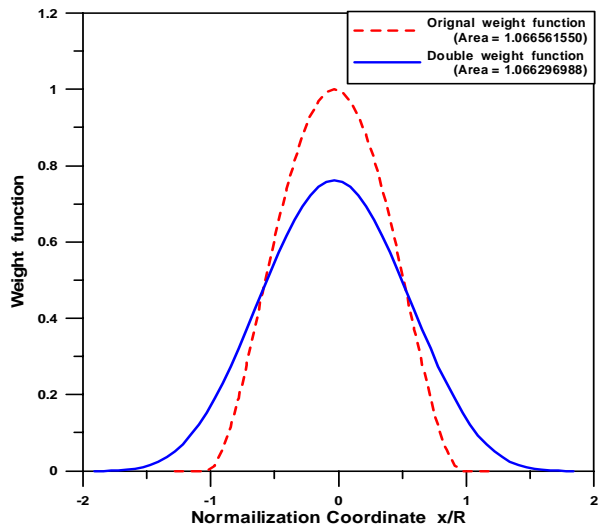


図 3 $\alpha(x, \xi)$ と $\beta(x, \eta)$ の比較

(2) 非局所変数の離散化

1次元の有限要素法を用いる解析において、式(1)は式(7)のように離散化できる。ここで、 $\Delta V_{el,j}$ は局所化領域内に含まれる有限要素の体積である。1次元解析では $\Delta V_{el,j}$ は要素の長さである。そして、 N は局所化領域内に含まれる有限要素内のガウス点の総数であるし、 x_i と x_j はガウス点の位置である。

$$\bar{f}(x_i) = \frac{1}{V_r(x_i)} \sum_{j=1}^N \alpha_0(x_i - x_j) \Delta V_{el,j} f(x_j) \quad (7)$$

また、局所化領域($V_r(x)$)は式(2)より求められる。

$$V_r(x_i) = \sum_{j=1}^N \alpha_0(x_i - x_j) \Delta V_{el,j} \quad (8)$$

式(7)と式(8)により非局所変数と局所変数の関係は、式(9)のように書き直される。

$$\bar{f}(x_i) = \Phi_{ij} f(x_j) \quad (9)$$

ここで、非局所変数と局所変数の関係を定める非局所演算子 Φ_{ij} は式(10)より求められる。

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sum_{ngp} \alpha(x_i - x_j) \Delta V_{el,j}} \alpha_0(x_i - x_j) \Delta V_{el,j} \quad (10)$$

また、double nonlocal operatorの非局所演算は式(11)より求められる。

$$\Phi_{ij}^D = \Phi_{ki} \Phi_{kj} \quad (11)$$

ここで、添字 i,j,k は $1,2,3,\dots,N$ である。 N はガウス点の総数で、 ngp は代表体積内にあるガウス点の総数である。

3. 非局所損傷モデル

本研究では、非局所変数として Pijaudier-Cabot と Bazant^{2),4)}によって導入された損傷エネルギー解放率(Y)を用いた。損傷エネルギー解放率は式(12)により定義される。非局所損傷エネルギー解放率(\bar{Y})は、式(12)を用いて式(13)より求められる。非局所損傷モデルに基づく応力 ひずみ

関係は式(14)より求められる。ここで、 \bar{Y} は非局所変数の関数である損傷度パラメータで、 0 から 1 の値をとる単調増加関数である。この関数は式(15)より求められる。

$$Y = \frac{1}{2} \varepsilon^T D_e \varepsilon \quad (12)$$

$$\bar{Y}_i = \Phi_{ij}^D Y_j \quad (13)$$

$$\sigma = (1 - \Omega) D_e \varepsilon \quad (14)$$

$$\Omega = F(\bar{Y}_{\max}) = 1 - \frac{1}{1 + b(\bar{Y}_{\max} - Y_0)} \quad (15)$$

ここで、 \bar{Y}_i は非局所損傷エネルギー解放率、 Y_j は局所損傷エネルギー解放率、 D_e は初期剛性、 ε は局所ひずみ、 b は軟化パラメータ、 Y_0 は降伏ひずみによる非局所損傷エネルギー解放率である。

4. 一軸圧縮実験と非局所解析結果の比較

4.1 実験概要

本研究では、直径 100(mm)、高さ 200(mm)から 600(mm)のコンクリート円柱の一軸圧縮実験結果⁵⁾と一次元要素に積分型非局所手法を適用した結果を比較することで特性長さを推定した。実験供試体の諸元を表 1 に示す。一軸圧縮解析は部材軸方向に 40 等分に要素分割(要素寸法 12.5mm)して行った。また、実験でひずみが最も進展する位置の要素の剛性を 5%減少させて弱点とすることで局所化の起点となるようにした。

表 - 1 実験供試体の諸元

直径(D)	H/D	Gmax	f'_c
100mm	2,3,4,5,6	20mm	17.9Mpa

4.2 局所ひずみの分布の比較

図 4, 5, 6 に H/D が 5 の供試体に対し、最大荷重前 90%、最大荷重時、最大荷重後 50%、25%、10%における部材軸方向の局所ひずみ分布の進

展を実験と解析結果で比較した結果を示す。図 - 4 は特性長さを 200(mm) 図 - 5 は 300(mm) , 図 - 6 は 400(mm) に仮定した場合の結果を示している。なお、この供試体では 400(mm) の位置に弱点を仮定し、非局所損傷モデルのパラメータとして、 $b=2.8$, $Y_0=0.064$ を仮定した。弱点を導入した位置で、局所ひずみの値が増大し、その外側の部分には除荷が発生していることが示された。特性長さ 200mm の場合は境界部分の影響のためひずみが過大評価となる。また、最大ひずみの位置が 45cm の位置に移動することが示された。それに対し、図 - 5、図 - 6 に示す特性長さが 300(mm) の場合には、最大ひずみの位置は移動しない結果となった。特性長さ 300mm の場合、局所ひずみ分布性状ならびにひずみの進展具合が実験と解析結果でほぼ一致することが示された。

4.3 境界部分が局所化領域に及ぼす影響評価

double nonlocal operator を使用することで、図 - 4 から図 - 6 に示すように、境界の影響をあまり受けない局所化進展挙動が得られた。そこで、式(3)で表される重み関数と式(6)の double nonlocal operator を用いた場合の比較を図 - 7 に示す。解析条件は両者とも同一とした。

式(3)の重み関数を用いた場合、最大ひずみの位置が境界部に移動するとともに、過大な局所ひずみ分布を示していることが分かる。また、局所化領域長さも、double nonlocal operator を用いたものより短くなっている。局所化領域が短くなるのは、図 - 3 に示す両者の重み関数の形状が原因である。このように、重み関数によっては、数値的に境界部の影響を顕著に受ける可能性が高いので注意が必要である。いくつかの重み関数を検討した範囲では、double nonlocal operator が最もその影響を受け難いことを確認している。

4.4 荷重 変位関係と特性長さの推定

特性長さを 200(mm) , 300(mm) , 400(mm) と変

化させ、 $H/D=2,4,5$ の 3 ケースに対し、荷重変位関係を実験値と比較した結果を示す。非局所損傷パラメータは、全てのケースにおいて 4.2 の場合と同じである。

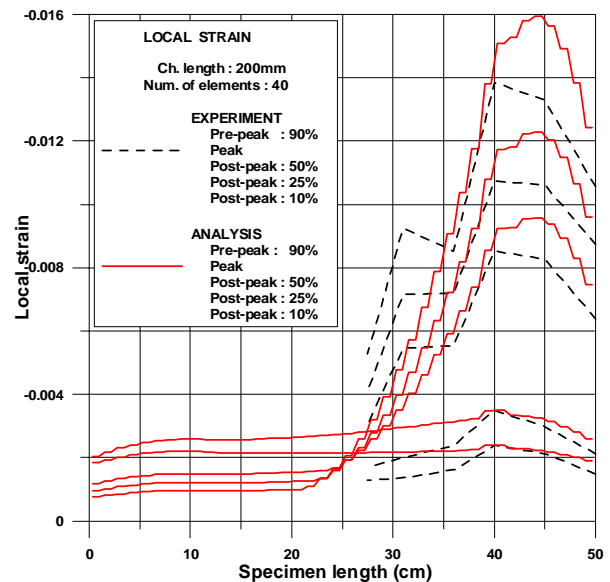


図 4 局所ひずみ分布(特性長さ：200mm, H/D=5)

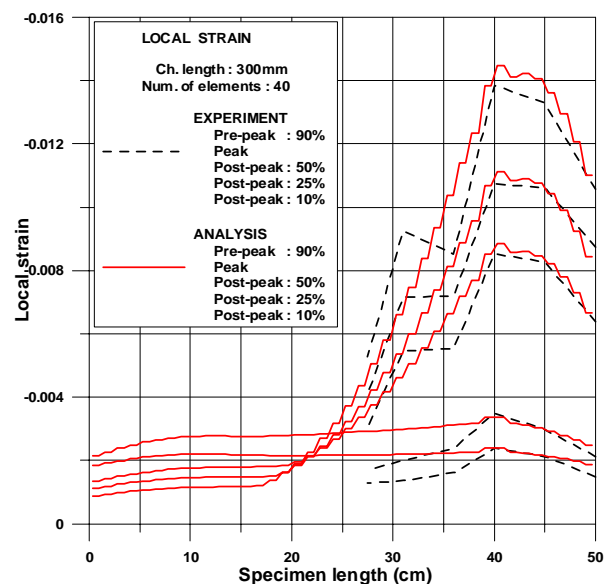


図 5 局所ひずみ分布(特性長さ：300mm, H/D=5)

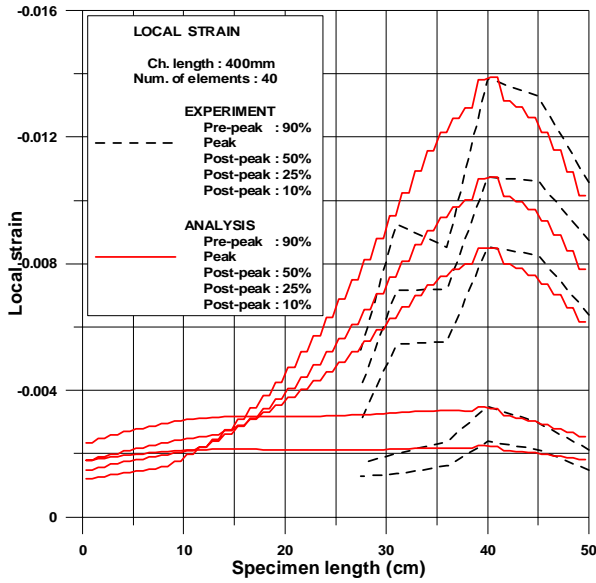


図 6 局所ひずみ分布(特性長さ：400mm, H/D=5)

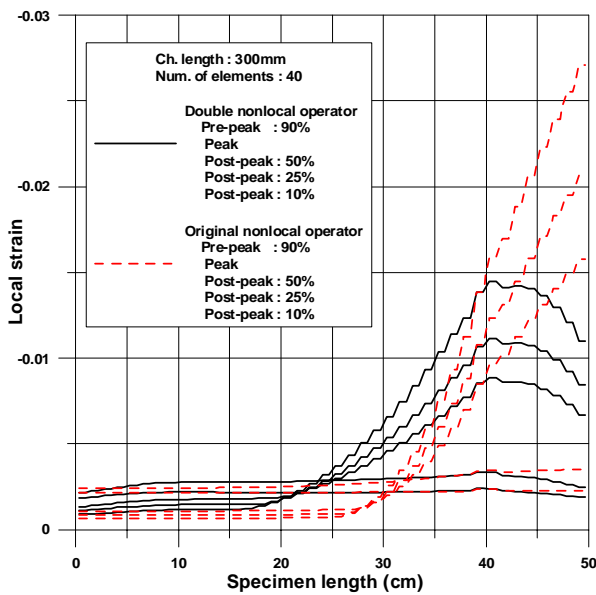


図 7 境界部分で弱点がある時の局所応答

図 - 8 に示す H/D が 2 の場合，特性長さを変化させても，荷重変位曲線に大きな変化がみられない。また，特性長さ 300mm 以上では解析値は特性長さによらずほぼ同一となった。これは，与えた特性長さが供試体の長さ 200(mm)より大きく，そのような場合，空間平均化の影響をほとんど受けないためと考えられる。

一方，図 9 と図 - 10 に示す H/D が 4 と 5 の場合は，特性長さの変化によって荷重変位曲線のポストピーク挙動が大きく異なることが分かる。

特性長さを大きくすれば，軟化勾配はそれに応じて緩やかになる。両者のケースでは実験においても，ひずみの局所化領域が明確に供試体内に現れており，このような場合は材料固有値である特性長さを正確に評価することが重要となることが分かる。

H/D=5 の場合には，特性長さが 300mm の場合に，実験と解析結果がほぼ一致している。しかし，H/D が 4 では実験と解析結果が特性長さが 200mm のときに最も一致している。

特性長さが 200mm，H/D が 2 から 6 まで変化する場合の，ポストピーク領域の正規化応力変位関係の実験値と解析値の比較を図 11 に示す。供試体長さの違いによる影響を大略的には評価していることが分かる。

以上の結果より，圧縮応力を受けるコンクリートの特性長さは約 200mm から 300mm までの範囲であることが推定できる。なお，非局所理論を用いた場合の結果は，重み関数，非局所損傷モデル，特性長さにそれぞれ影響を受けるものである。したがって，さらに実験結果との比較を行い，これらの適切な組み合わせを評価していくことが必要になると考えている。

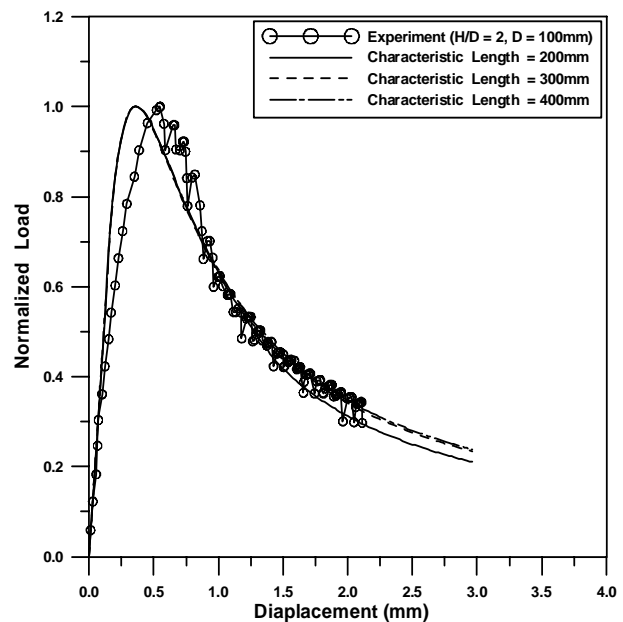


図 8 荷重 変位の関係(H/D=2)

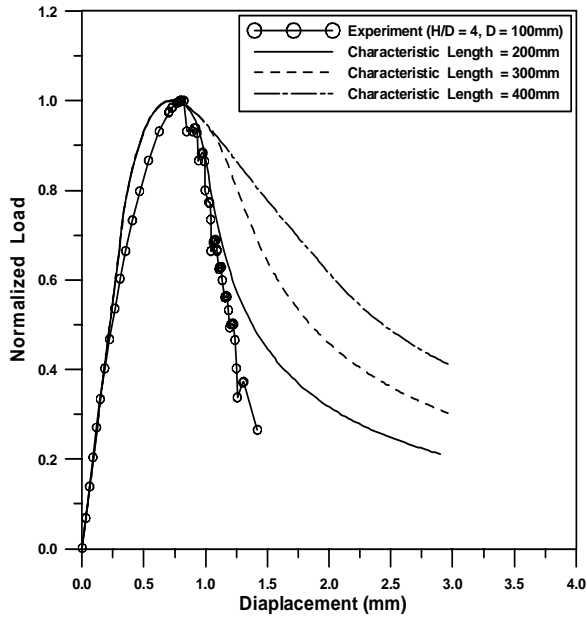


図 9 荷重 変位の関係(H/D=4)

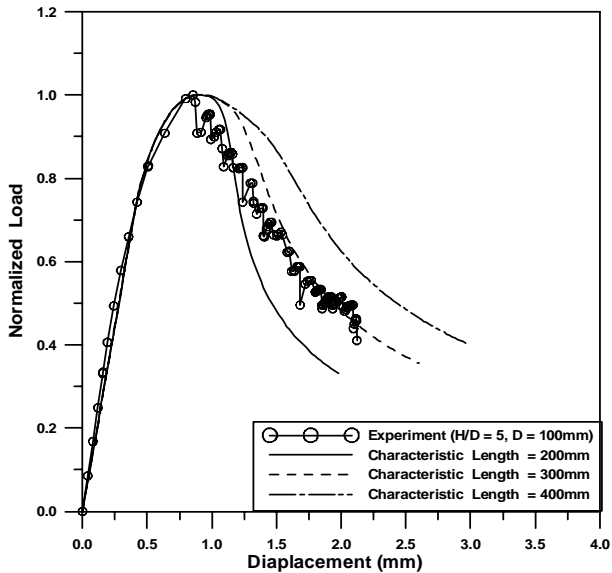


図 10 荷重 変位の関係(H/D=5)

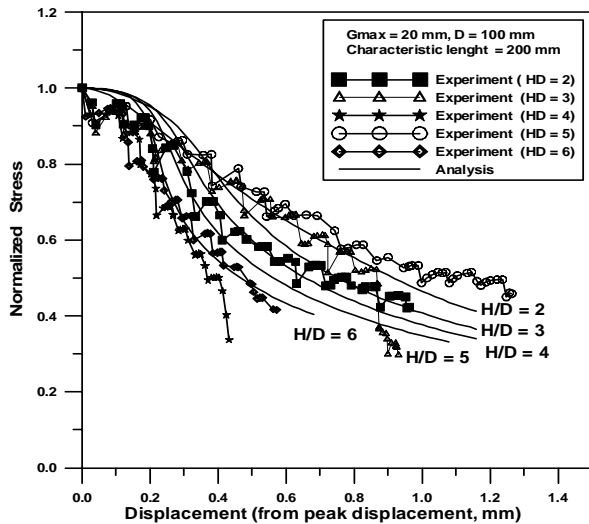


図 11 ポストピーク領域に应力 変位の関係

5. まとめ

本研究では、積分型非局所手法を利用してコンクリートの特性長さを解析的に推定した。一軸圧縮実験の局所ひずみデータとの比較から、以下に得られた結論が得られた。

- (1) Bazant により提案された重み関数は境界部分の非局所応答を過大評価するが double nonlocal operator を用いることで、境界部分での非局所応答を適切に評価することが可能になる。
- (2) Double nonlocal operator を使用した局所ひずみ分布の結果では、特性長さ約 300mm で実験結果と解析結果が一致している。
- (3) 圧縮応力を受けるコンクリートの特性長さは約 200mm から 300mm までの範囲であると推定できる。

参考文献

- 1) J.H.P. de Vree, W.A.M. Brekelmans, M.A.J. van Gils. : Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics, Computers & Structures, Vol.55, No.4,pp.581-588,1995
- 2) Pijaudier-Cabot G, Bazant, Z.P : Nonlocal damage theory, J of Eng Mech, ASCE, Vol.113, pp.1512-1533,1987
- 3) Milan Jirasek, Simon Rolshoven : Comparison of integral-type nonlocal plasticity models for strain-softening materials, Int. Journal of Eng Sci, Vol 41, pp 1553-1602,2003
- 4) Bazant, Z.P · Planas, J : Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials, CRC Press, pp.489-525,1998
- 5) Nakamura, H · Higai, T : Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures under Seismic Loads, ASCE,2001