論文 横補強筋の無いRC部材のサイドスプリット型付着破壊モデルの提案

長友 克寛*1・松島 学*2・佐藤 裕一*3・松原 三郎*4

要旨:本研究では、横補強筋を配置していないRC部材のサイドスプリット型付着破壊を対象 とし、できる限り力学的機構に忠実でかつ単純な解析モデルの構築を念頭において定式化を 行った。そして、誘導した式を1次元ばねモデルに導入した後、増分法による数値解析を実 行した。得られた付着割裂強度の解析値は、既往の付着割裂強度の提案式から求められる強 度と良く一致し、提案モデルが単純であるにも関わらず適用性の高いものであることを示し た。

キーワード:付着割裂強度,異形鉄筋,サイドスプリット型付着破壊,ばねモデル

1. はじめに

鉄筋コンクリート部材の脆性的な破壊モード の一つとして付着割裂破壊がある。この破壊 は、異形鉄筋がその横ふしによる機械的な噛み 合いによって付着抵抗を発揮する際のくさび作 用に起因する破壊形式である。すなわち、図ー 1に示すように、横ふし前面のコンクリートに は鉄筋軸方向の支圧力(以後,付着力δPsと表 記)と同時に鉄筋半径方向への圧縮力(以後,放 射力Pvと表記)が作用し、周辺コンクリートに は鉄筋周方向への割り裂き引張力(以下、リン グテンションと表記)が生じるのである。そし て、一般のRC部材では、このリングテンショ ンによってかぶりコンクリートがひび割れた り、鉄筋間を結ぶひび割れが生じて付着劣化が 生じることになる。

付着割裂破壊の力学的メカニズムが上述のように明確になっているにも関わらず、これを解析的に定量化しようとする研究は、それほど多くない。Tepfers¹⁾は、短い定着長の試験体を対象に、中空厚肉円筒理論の式を用いて弾性、部分的ひび割れ弾性、および塑性状態の3つの状態に対する付着割裂強度の定量化を行い、実験値

が後の2つの状態における理論値の間にあるこ とを示している。金久保等²⁰は、定着長がある程 度長い場合を対象とし、Tepfersの理論における 内部ひび割れ長さと自らの実験結果におけるす べり量とを関連づけ、それを付着の基礎微分方 程式に適用する解析法を提案し、付着割裂強度 への影響因子に関する詳細な検討を行ってい る。しかし、定着長がある程度長く、しかもコ ンクリートおよび鉄筋の材料特性のみを用いた 解析モデルは既往の研究には見られない。

一方,現在までに提案されている付着割裂強 度式³⁾では、コンクリート寄与分と横補強筋寄 与分の加算式の形をとることが多い。しかし, 付着割裂破壊は横補強筋によって防止するのが 原則であることから,前者のみに関する実験結



図-1 異形鉄筋横ふしによるくさび作用

*1 高松工業高等専門学校 建設環境工学科教授 博士(工学)(正会員)
*2 香川大学 安全システム建設工学科教授 博士(工学)(正会員)
*3 京都大学大学院 都市環境工学専攻助手 博士(工学)(正会員)
*4 高松工業高等専門学校 建設環境工学科助手



果はそれ程多くない。

本研究は、図-2に示すような横補強筋が無い場合のサイドスプリット型付着破壊を対象とし、力学的機構にできる限り忠実でかつシンプルな解析モデルを提案し、その適用性について検討したものである。

2. 基礎式の誘導

2.1 異形鉄筋を取り囲むコンクリートの 弾性せん断変形

図-3に異形鉄筋の横ふし間隔 lr 1 個分の区間について,周りのコンクリートのせん断変形状態を示す。この区間における鉄筋引張力の変化量すなわち付着力を δ Ps とし,鉄筋の鉄筋中心からrの距離におけるせん断応力度を τ (r)とすると,力の釣合いより次式を得る。

$$2 \cdot \tau(r) \cdot \pi \cdot r \cdot l_r = \delta P_s \tag{1}$$

より,

$$\tau(r) = \frac{\delta P_s}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot l_r} \tag{2}$$

一方,コンクリートは弾性状態であると仮定す ると,フックの法則より

$$\tau(r) = G_c \cdot \gamma(r) \tag{3}$$

ここに、Gcはせん断弾性係数、 γ (r)はせん断歪 である。鉄筋軸方向変位をu(r)とすると、

$$\gamma(r) = \frac{du}{dr} = \frac{\tau(r)}{G_c} = \frac{\delta P_s}{2 \cdot G_c \cdot \pi \cdot r \cdot l_r}$$
(4)

いま,鉄筋軸に垂直な平面内における鉄筋表 面とコンクリートとの相対変位 Sc とすると,

$$S_{c} = u(r = d_{b}/2) = \int_{d_{b}/2}^{\alpha \cdot d_{b}} \frac{du}{dr} dr = \int_{d_{b}/2}^{\alpha \cdot d_{b}} dr$$
$$= \frac{\delta P_{s}}{2 \cdot G_{c} \cdot \pi \cdot l_{r}} \ln(2\alpha)$$
(5)

従って、横ふし間隔1個分の付着力δPsは,



$$\delta P_s = \frac{2 \cdot G_c \cdot \pi \cdot l_r}{\ln(2\alpha)} \cdot S_c = K_c \cdot S_c \tag{6}$$

ここに,Kcはこのせん断変形挙動をスプリング 要素で表現した場合の剛性であり,

$$K_c = \frac{2 \cdot G_c \cdot \pi \cdot l_r}{\ln(2\alpha)} \tag{7}$$

また, αは, 面外変形を考慮する鉄筋周囲のコ ンクリート領域の長さを鉄筋径dbの比で表した ものであり, 本研究では一定値 2.5 を採用した。

2.2 内部斜めひび割れの発生・進展

図-4に鉄筋横ふしから進展する内部斜めひ び割れを示す。この斜めひび割れは,載荷端(R C部材であれば主せん断ひび割れ面)より全て の横ふしにおいて順次発生していくものとし, その角度は $\theta = \pi/4$ と仮定する。一般に,載荷 端では角度 θ は大きくなり,しかも載荷端から ある程度だけ離れた位置の斜めひび割れが大き く成長するが,本研究では議論を簡単にするた めこれらは考慮しない。

図-4において,鉄筋軸から距離rcにある斜めひび割れ先端に作用するせん断応力度を τ (rc) とし,この τ (rc)のみによる斜めひび割れの発 生・進展条件を考える。斜めひび割れ面に直交 する方向の引張歪 ϵ 1は次式で表される。

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_c} \left\{ \sigma_1 - \nu_c (-\sigma_2 + \sigma_t) \right\}$$
(8)

ここに, σ_1 , σ_2 は τ (rc)を成分分解することに より,



$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \tau(r_c) \tag{9}$$

また, σtはリングテンション, νcおよびEcは それぞれコンクリートのポアソン比および縦弾 性係数を表す。

いま, 図-5に示すように,鉄筋周囲のコン クリートを内圧qを受ける厚肉中空円筒に置換す ると,中心よりrの位置におけるリングテンショ ンσtは弾性理論より,

$$\sigma_{t} = \frac{\left\{ \left(\alpha \cdot d_{b}\right)^{2} + \left(d_{b}/2\right)^{2} \right\} \cdot \left(d_{b}/2\right)^{2}}{\left\{ \left(\alpha \cdot d_{b}\right)^{2} - \left(d_{b}/2\right)^{2} \right\} \cdot r^{2}} \cdot q \quad (10)$$

従って,放射状ひび割れが発生していない時点 での σ t は,式(10)に r = db/2 を代入すること により次式で表される。

$$\sigma_t = \frac{4 \cdot \alpha^2 + 1}{4 \cdot \alpha^2 - 1} \cdot q \tag{11}$$

上式のσtがコンクリート引張強度ftに到達 した後は,図-6に示すように,放射状ひび割れ の発生した中空円筒となる。中心よりrの位置に おけるリングテンションσtは,式(10)において db/2を放射状ひび割れの到達距離rtで置換す ればよい。そして,その式にr=rtを代入するこ とにより,放射状ひび割れ先端でのσtが次式で 表される。

$$\boldsymbol{\sigma}_{t} = \frac{\left\{ \left(\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{d}_{b}\right)^{2} + \boldsymbol{r}_{t}^{2} \right\}}{\left\{ \left(\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{d}_{b}\right)^{2} - \boldsymbol{r}_{t}^{2} \right\}} \cdot \boldsymbol{q}^{\prime}$$
(12)

ここに, q' は放射状ひび割れ先端を連ねる円筒 面に作用する内圧であり, 力の釣合い式より次 式で表される。



$$q' = \frac{db}{2 \cdot r_t} \cdot q \tag{13}$$

放射状ひび割れ進展長さrt は,式(12)のσtを引 張強度 ft と等値することにより求められる。

最終的に, **図** – **4**の内部斜めひび割れの進展 長さrc は,式(8)より計算される引張歪とコンク リート限界引張歪 ε cr とを等値して得られる方 程式を解くことによって計算される。ただし, 解析においては,このrc が rt よりも小さい場合 には, σ t = 0 と置いた。

2.3 放射状ひび割れによる相対変位

図-7左側に,鉄筋横ふしから進展する放射 状ひび割れの角度 θ t分の領域を示す。鉄筋軸か らのひび割れ進展距離はrtとする。ただし,解 析では,このrtがrcよりも大きい場合には,rc を用いた。いま,この内部ひび割れ進展域を同 図右側のように片持ちばりに置換する。はりの厚 さ(断面高さ)は横ふし間隔hとする。はりの 平均幅btは次式で表される。

$$b_t = \theta_t \cdot (r_t + d_b/2)/2 \tag{14}$$

従って,はりの断面二次モーメント It は,

$$I_t = \frac{b_t \cdot lr^3}{12} \tag{15}$$



この片持ちばりの先端に鉄筋軸方向力Ptが作 用したときの,先端の鉄筋軸方向変位はStは,

$$S_t = \frac{P_t \cdot (r_t - d_b / 2)^3}{3 \cdot E_c \cdot I_t} \tag{16}$$

ここに, Ptは,

$$P_t = \frac{\theta_t \cdot \delta P_s}{2 \cdot \pi} \tag{17}$$

式(16),(17)より,

$$\delta P_s = \frac{\pi \cdot E_c \cdot (r_t + d_b / 2) \cdot l_r^3}{4 \cdot (r_t - d_b / 2)^3} \cdot S_t = K_t \cdot S_t \ (18)$$

ここに, Ktは, 式(6)と同様にこのせん断変形挙 動をスプリング要素で表現した場合の剛性であ り,

$$K_{t} = \frac{\pi \cdot E_{c} \cdot (r_{t} + d_{b} / 2) \cdot l_{r}^{3}}{4 \cdot (r_{t} - d_{b} / 2)^{3}}$$
(19)

鉄筋表面での相対変位すなわちすべり量をSとすると、式(6)と(18)より、

$$S = S_c + S_t$$

= $\left(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_t}\right) \cdot \delta P_s = \frac{1}{K_b} \cdot \delta P_s$ (20)

ここに、Kbは合成ばね剛性であり、

$$K_b = 1 / \left(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_t}\right) \tag{21}$$

2.4 局部的付着割裂破壊条件

図-8にサイドスプリット型付着破壊の生じた RC部材断面を、図-9に図-8の陰影部分の応力状態をそれぞれ示す。図-9では、応力集中を考慮して、鉄筋近傍での応力値を鉄筋から離れた位置での値の3倍に仮定した。まず、図-1より付着力δPsと放射力Pvとの関係を求める。いま、鉄筋表面における付着応力度を τ,放射方向応力度(図-5,6における内圧)



図-8 部材断面における解析領域



をq,両者のなす角度を θ とする。以下では,角 度 $\theta = \pi/4$ とし,図-4に示した斜めひび割れ の角度に等しいものとする。これにより次式を 得る。

$$q = \tau \cdot \tan \theta = \tau \tag{22}$$

$$\delta P_s = \tau \cdot \pi \cdot d_b \cdot l_r$$

$$= \frac{q \cdot \pi \cdot d_b \cdot l_r}{\tan \theta} = q \cdot \pi \cdot d_b \cdot l_r$$
(23)

図-9において内圧の鉛直成分を積分すると,

$$P_{\nu} = q \cdot db / 2 \cdot lr \int_{0}^{\pi} \sin \theta_{2} \cdot d\theta_{2}$$

= $q \cdot db \cdot lr$ (24)

放射力Pvと割裂面におけるコンクリート引張応 力度の合力との力の釣合いより,

$$P_{\nu} = \frac{\sigma_{\nu}}{3} \cdot (l_1 + l_2 + 2 \cdot l_3) \cdot l_r \tag{25}$$

式(24)と(25)より,

$$q = \frac{\sigma_v}{3 \cdot d_b} \cdot \left(l_1 + l_2 + 2 \cdot l_3\right) \tag{26}$$

式(23)と(26)より,

$$\delta P_s = \frac{\sigma_v}{3} \cdot \pi \cdot (l_1 + l_2 + 2 \cdot l_3) \cdot l_r \tag{27}$$

図-10 に、今回の解析で使用する割裂面で のコンクリート引張応力度 σvと伸び δv (割裂 ひび割れ面を含む長さ If の領域での平均伸び) との関係を示す。これを一般式として次式で表 示する。

 $\sigma_{v} = f(\delta_{v})$ (28) なお,図中のGFはひび割れ後に消費される破壊 エネルギー,*lt*はひび割れ領域長さであり,後 者には粗骨材最大寸法の3倍を用いた。

図-11 に、式(25)中の σv がftに到達した後 における、式(21)のせん断剛性Kbの処理方法を 示す。解析的にせん断剛性の負勾配を求めるこ とは困難であるため、今回の解析では剛性低下 パラメータ β を導入し、- β Kcへと強制的に低 下させた。ここに、Kcは式(7)のせん断剛性で ある。パラメータ β の基準値としては藤井³⁾の 実験結果を参考にして β =0.2を採用し、比較の ため β =1.0についても検討を行った。

3. 数值解析

3.1 ばねモデル

図-12 に, R C 部材の主筋1本分の領域を対象とし, それを主筋を表すばね要素と周囲のコンクリートを表す付着要素にモデル化したものを示す。各節点は横ふし位置に対応している。

付着要素の要素剛性式は式(20)に示したとおり である。主筋要素iの付着剛性式は次式となる。

$$\delta P_{si} = K_s \cdot \delta l_{ri} \tag{29}$$

$$K_s = \frac{E_s \cdot A_s}{l_r} \tag{30}$$

$$\delta l_{ri} = (S_{i+1} - S_i) \tag{31}$$

ここに、Si は節点 i のすべり量、Ksi は要素 i の ばね剛性、Es は主筋の縦弾性係数、As は主筋断 面積、 δ *h*i はばね要素の伸びである。

3.2 解析手順

図-13 に解析手順を簡単に示す。解析には増 分法を用い、各節点位置iでの割裂ひび割れ領域 の伸び δ vi を微少量ずつ増加させることによっ て、その他の増分量を逐次求めていった。

コンクリートの圧縮強度 fc', 引張強度 ft およ



び縦弾性係数 Ec の関係には,以下の実験式4を 使用した。

$$f_t = 0.267 \cdot f_c^{2/3} \tag{32}$$

$$E_c = 8500 \cdot f_c^{-1/3} \tag{33}$$

3.3 解析結果

表-1に平均付着割裂強度の解析値 tucalと実

解析No.	1	2	3	4	5	6	7
定着長 / d(mm)	400	400	400	400	400	200	530
剛性低下パラメータβ	0.2	1.0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
付着割裂パラメータ bsi	3.14	3.14	3.14	3.14	4.19	3.14	3.14
圧縮強度 fc'(MPa)	30	30	20	40	30	30	30
引張強度 ft(MPa)	2.6	2.6	2.0	2.6	2.6	2.6	2.6
弾性係数 Ec(GPa)	26	26	23	29	26	26	26
直径 d₀(mm)	19.1	19.1	19.1	19.1	19.1	19.1	25.4
横ふし間 / r (mm)	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0	16.0
弾性係数 Es(GPa)	200	200	200	200	200	200	200
解析值 τ _{ucal} (MPa)	2.74	1.73	2.17	3.21	3.44	3.13	2.74
実験值 τuexp(MPa)	2.92	2.92	2.39	3.36	3.60	2.92	2.93
τ ucal/ τ uexp	0.94	0.59	0.91	0.96	0.96	1.07	0.94

表-1 平均付着割裂強度の解析値と実験値の比較の一例

験値 τ uexpとの比較の一例を示す。 定着長 Idが約 20dbを超えると τ uexpへのIdの影響が小 さくなるという既往の研究結果³³に基づき,解 析値は Id= 20dbの場合を基準とした。実験値 は藤井等³³の提案した付着割裂強度式より求め た。同表より, β =0.2 の場合,比 τ ucal/ τ uexp は0.91~1.07の間にあり,鉄筋径db,付着割裂 パラメータbsi,コンクリート強度fc'の各種組合 わせに対して,解析値と実験値とは良好な一致 をみていることが判る。定着長がId= 10dbと短 い解析No.6 では,解析値が大きくなっており, 既往の実験結果と傾向が一致している。なお,解 析No.2 から分かるように,剛性低下パラメータ を β =0.2から1.0へと増加させることにより,当 然 τ ucalは低下する。

4. 結論

本研究では、横補強筋を配置していないRC部 材のサイドスプリット型付着破壊を対象とした 1次元ばねモデルを提案し、増分法による数値 解析を実行した。得られた付着割裂強度の解析 値は、既往の付着割裂強度の提案式から求めら れる強度と良く一致した。

参考文献

- Tepfers, R. : Cracking of Concrete Cover along Anchored Deformed Bars, Magazine of Concrete Research, Vol.31, No.106, pp.3–12, March 1979
- 2) 金久保 利之ほか:補強コンクリート部材



の付着割裂性状に関する研究(その1,

- 2),日本建築学会構造系論文集,第492
 号,第506号,pp.99-106,pp.163-169,
 1997.2,1998.4
- 3)藤井 栄:鉄筋コンクリートにおける付着
 ・定着特性とその部材性能に及ぼす影響に
 関する研究,京都大学学位論文,1992.1
- 4) 岡村 甫,前田詔一:鉄筋コンクリート工学,市ヶ谷出版, pp.12-16, 1987