コンクリート工学年次論文集，Vol.27，No.2，2005

論文　ポストピーク領域におけるコンクリート部材の破壊進展速度解析

上田　尚史[*1]・中村　光[*2]・国枝　稔[*3]・李　相勲[*4]

要旨：静的な問題を動的問題として扱うことで得られる時刻歴応答によって，軟化材料のポストピーク挙動を解析的に評価した。一軸モデルの解析を行い，基礎的な動的特性について検討を行った。その結果，ポストピーク領域では破壊は急速に生じ，載荷速度によらないある速度で破壊が進行することを明らかにするとともに，脆性的な挙動を示す場合には，より急速な破壊が生じることを明らかにした。また，破壊時の荷重低下の速度から，構造物が崩壊する条件について検討した。加えて，部材レベルへの適用を行い，4 点曲げを受けるコンクリートはりのポストピーク挙動を評価した。

キーワード：破壊進展速度，ポストピーク挙動，擬似崩壊解析，動的解析

1. はじめに

コンクリート構造物のポストピーク挙動の評価は，構造物の耐震性，安全性を考える上で非常に重要である。コンクリート構造物のポストピーク挙動に関する研究は，実験と解析の両面から精力的に行われてきており，特に解析的研究においては，解析理論ならびに解析技術の向上により，ポストピーク挙動を精度よく再現あるいは予測できるようになってきている[1)]。

これまでに行われてきた解析的研究においては，地震荷重が作用する場合を除いて，ポストピーク挙動解析は一般的に静的に行われている。しかしながら，構造物が破壊する場合には，ある速度が伴うことは明らかであり，真のポストピーク挙動評価を行うためには，ポストピーク領域における構造物の破壊進展速度に関しても十分に議論されるべきである。

ポストピーク領域における速度を明らかにすることは，局所的な破壊進展の速度や構造物が倒壊するときの速度を推定することにつながる。それ故に，破壊を制御するといった問題を，速度の観点から議論することができると考えられる。また，大地震時における構造物の倒壊を考えたときには，防災上の議論に対する有益な情報となりうる。

本研究では，コンクリート構造物のポストピーク挙動評価において，破壊時の速度特性ならびに破壊進展速度を解析的に明らかにするための基礎的な研究として，軟化材料で構成される部材のポストピーク領域における動的な特性の評価を行った。加えて，局所破壊領域における破壊進展速度の評価ならびに破壊が進行する条件について検討した。

2. 解析手法

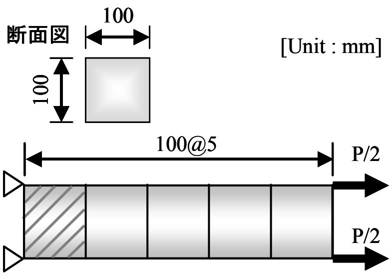
本研究では，一般的に静的問題として考えられる問題を動的問題として扱う。

解析はアイソパラメトリック要素を用いた 2 次元有限要素法で行った。構成則には名古屋大学で開発された格子等価連続体モデルを用いた[2)]。動的応答に対する数値積分法としては Newmark の β 法（β=0.25）を用いた。運動方程式は，Clough の表現を用いれば以下のように表すことができる[3)]。

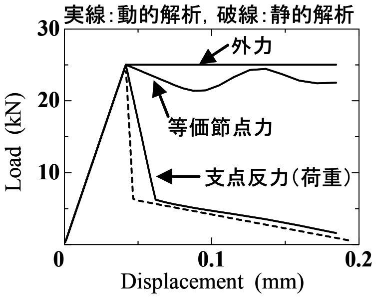
$$\{\Delta\overline{P}\} = [\overline{K}]\{\Delta y\} \tag{1}$$

$$[\overline{K}] = [K] + \frac{1}{\beta\Delta t^2}[M] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[C] \tag{2}$$

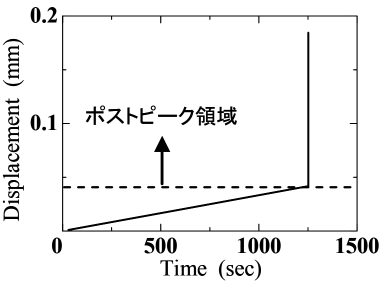
*1 名古屋大学大学院　工学研究科社会基盤工学専攻　（正会員）
*2 名古屋大学大学院　工学研究科社会基盤工学専攻教授　博（工）（正会員）
*3 名古屋大学大学院　工学研究科社会基盤工学専攻助教授　博（工）（正会員）
*4 名古屋大学大学院　工学研究科社会基盤工学専攻助手　博（工）（正会員）



図－１　解析モデル



図－２　荷重－変位関係



図－３　時刻歴変位応答

$$\{\Delta\overline{P}\} = \{\Delta P\} + [M](\frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{y}\} + \frac{1}{2\beta}\{\ddot{y}\}) + [C](\frac{\gamma}{\beta}\{\dot{y}\} + (\frac{\gamma}{2\beta} - 1)\{\ddot{y}\}\Delta t) \tag{3}$$

ここで，$[M]$，$[C]$，$[K]$は，それぞれ構造物の質量，減衰，剛性マトリクスであり，$\{y\}$，$\{\dot{y}\}$，$\{\ddot{y}\}$は，それぞれ加速度，速度，変位ベクトルである。また，$\{P\}$は外力ベクトルであり，$[\overline{K}]$，$\{\overline{P}\}$はそれぞれ有効剛性マトリクス，有効外力である。

式(2)から，ポストピーク領域において剛性マトリクスが負勾配になった場合，時間刻みを小さくすることで有効剛性マトリクスを正勾配にすることができるため，荷重制御法を用いても安定した解析を行うことができる。なお，本論文では全ての解析において減衰は非考慮とした（$[C]$=0.0）。

3. 一軸モデルでの検証解析

これまで，静的な問題を動的な問題として扱った研究はほとんど行われてきていない。そこで本章では，一軸モデルの解析を通して，軟化挙動を示す部材のポストピーク領域における時刻歴応答の特徴を明らかにするとともに，軟化特性ならびに載荷速度がポストピーク領域における時刻歴応答に及ぼす影響について検討した。加えて，ポストピーク領域において破壊が進行する条件について検討した。

3.1 解析概要

一軸モデルの解析を行うにあたり，**図－１**に示す一軸の引張部材を仮定した。強制外力は右側節点に載荷速度を考慮して与えた。引張側の構成則には破壊エネルギーを考慮した 1/4 モデルを用いた [4)]。材料の引張強度，ヤング係数はそれぞれ 3MPa，30GPa とした。なお，**図－１**の斜線の要素の引張強度を 2.5MPa に低下させることで一要素に局所破壊を誘発させた。時間刻みは，プレピーク領域においては 10sec 程度とし，ポストピーク領域では 1.0 $\times 10^{-6}$sec とした。

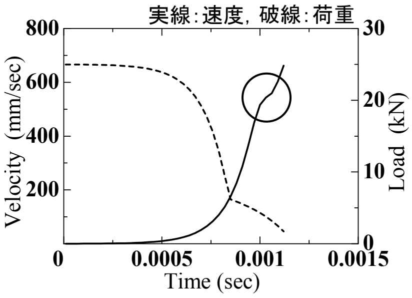
以上の解析条件に対し，載荷速度 20N/sec（応力レベルで毎分 0.12N/mm^2），引張破壊エネルギー 100N/m の場合を基準モデルとした。なお参考として，コンクリートの割裂試験における標準的な載荷速度は，毎分 0.4~0.5 N/mm^2 である [5)]。

3.2 基準モデルの解析

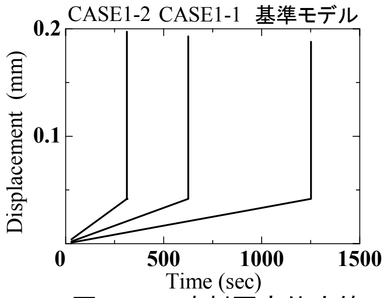
図－2 に解析より得られた支点反力，載荷点の等価節点力および外力を示す。また，図には静的解析の荷重－変位関係を併せて示す。動的解析と静的解析の結果を比較すると，動的解析では外力および等価節点力は部材の挙動を適切に表わしていないことがわかる。これは，動的解析においては，速度，加速度が増加した場合，あるいは時間刻みを小さくした場合は，構造物は式(3)の右辺第 2 項の分布荷重（慣性力）を受ける状態となるからである。したがって，構造物の挙動を適切に表わすためには荷重の設定に注意する必要がある。今回の解析においては支点反力が部材の挙動を表わしていることから，本節では支点反力を荷重とする。なお，慣性力は破壊モードに対してほとんど影響を及ぼさないことを確認している。

図－３に載荷点の時刻歴変位応答を示す。弾性域であるプレピーク領域では，時間とともに変位が線形的に増加するが，ポストピーク領域においては，変位が短時間で急激に増加していることが確認できる。

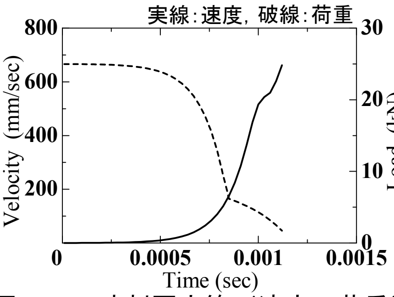
図－４に，最大荷重時の時刻を原点としたポス



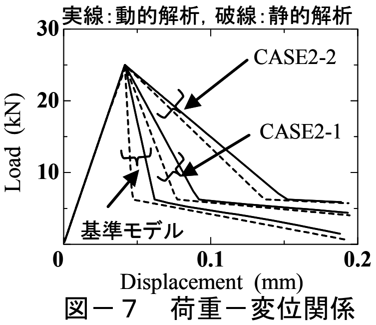
図－４　時刻歴応答（速度，荷重）



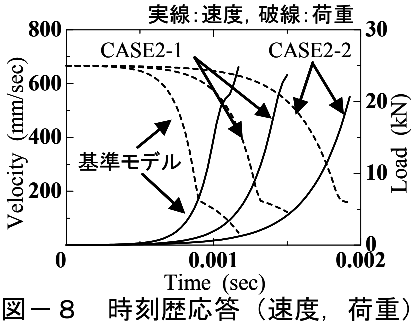
図－５　時刻歴変位応答



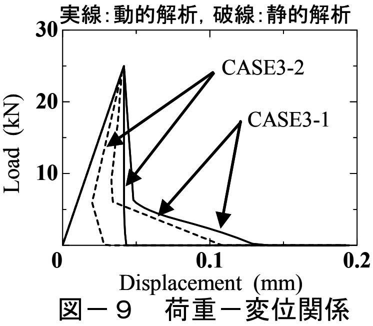
図－６　時刻歴応答（速度，荷重）



図－７　荷重－変位関係



図－８　時刻歴応答（速度，荷重）



図－９　荷重－変位関係

トピーク領域における載荷点の時刻歴速度応答と時刻歴荷重応答を併せて示す。荷重の低下に伴い，速度が急激に増加することが確認できる。また，載荷点速度の増加が○点で一時的に緩やかになっているが，これは1/4モデルの軟化域の第2勾配に達することで，荷重低下の速度が変化することに伴う現象である。

3.3 載荷速度が時刻歴応答に及ぼす影響

基準モデルに対して，載荷速度を2倍，4倍（CASE１-1，CASE1-2）とした解析を行い，載荷速度がポストピーク領域における応答に及ぼす影響について検討を行った。

荷重－載荷点変位関係は，ひずみ速度に依存しない応力－ひずみ関係を用いているため，載荷速度によらず同一の結果となった。また，**図－５**に載荷点の時刻歴変位応答を，**図－６**に，最大荷重時の時刻を原点としたポストピーク領域における載荷点の時刻歴速度応答と時刻歴荷重応答を示す。

図－５より，時刻歴変位応答は，弾性域であるプレピーク領域においては載荷速度に依存して速度が異なることが確認できる。このとき載荷速度の倍率と応答速度の倍率は等しい。一方，**図－６**より，ポストピーク領域においては，すべてのケースで等しい速度となることが確認できる。すなわち，減衰を考慮しない場合，構造物が破壊するときには，載荷速度によらない，構造物固有のある速度で破壊が進行すると考えられる。

3.4 軟化特性が時刻歴応答に及ぼす影響

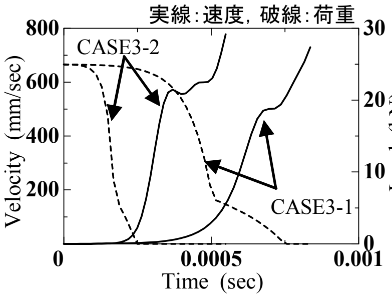
基準モデルに対して，破壊エネルギーを2倍，4倍（CASE2-1，CASE2-2）とすることによって，部材の軟化勾配を変化させ，軟化特性が時刻歴応答に及ぼす影響について検討を行った。

荷重－載荷点変位関係を，静的解析結果と併せて**図－７**に示す。破壊エネルギーが大きくなるほど軟化勾配が緩やかになる傾向は，動的解析を行った場合においても同様である。

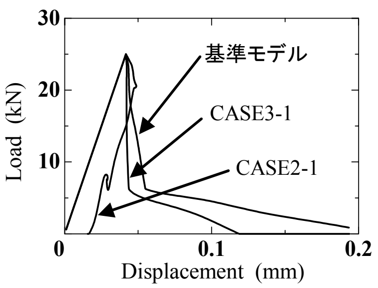
図－８に，最大荷重時の時刻を原点としたポストピーク領域における載荷点の時刻歴速度応答と時刻歴荷重応答を示す。軟化勾配が急であるほど，荷重低下に要する時間は短く，時間当たりの速度の増加量（加速度）が大きくなる傾向が確認できる。このことは，実現象では脆性的な挙動を示す部材ほど応答速度が速く，また，荷重が低下する速度も大きいことを意味する。

3.5 動的解析時におけるSnapback挙動

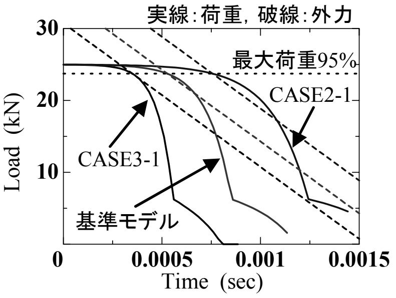
Snapback 挙動が生じる場合に，動的解析下においてどのような応答を示すかを検討するために，基準モデルに対して，破壊エネルギーを1/2倍，1/10倍（CASE3-1，CASE3-2）とすることによりSnapback挙動解析を行った。



図－10　時刻歴応答（速度，荷重）



図－11　荷重－変位関係



図－12　破壊進行判定図

荷重－載荷点変位関係を，静的解析結果と併せて**図－９**に示す。なお，静的解析は弧長法の一種である Indirect displacement control[2)]を用いた解析により予測したものである。また，**図－10** に，最大荷重時の時刻を原点としたポストピーク領域の載荷点の時刻歴速度応答と時刻歴荷重応答を示す。

図－９より，動的解析では，Snapback 挙動を生じず，いずれのケースにおいても，ほぼ一定の変位で急激に荷重が低下する挙動を示した。これは，式(1)において，有効剛性と有効外力がともに正であるために，載荷点の変位増分が負にならないことに起因する。

また，**図－10** より，静的解析で強い Snapback 挙動を示す CASE3-2 は，CASE3-1 と比較して荷重が低下する速度が大きいことが確認できる。動的解析より得られる荷重－変位関係は，CASE3-1，CASE3-2 で，その差は大きくなかったが，このような差が生じるのは，Snapback する静的な釣合経路と動的な釣合経路のエネルギー差が運動エネルギーに変換されたためと考えられる。

なお，本解析において動的解析ではポストピーク領域において急激な荷重低下を示しているが，経路上で解は常に収束条件を満たしており，安定した解析が行われていることを強調する。また，動的解析に弧長法のアルゴリズムを導入して解析を行えば，Snapback 挙動を予測することができる。しかしながら，弧長法では間接的に変位を制御しているため，速度自体がほとんど生じない。すなわち，変位の拘束条件を課した場合には，応答速度などを評価することはできない。

3.6 擬似崩壊解析

地震荷重を受けた場合に構造物が崩壊する現象を検討することを目的として，Snapback 挙動を生じるものも含めて軟化特性の異なる 3 つの部材（基準モデル，CASE2-1，CASE3-1）を対象として，ポストピーク領域の最大荷重の 95%の時点で除荷を行った。なお，除荷速度は載荷速度の 1.0×10^6 倍（2.0×10^4kN/sec）とし，急速な除荷を仮定した。

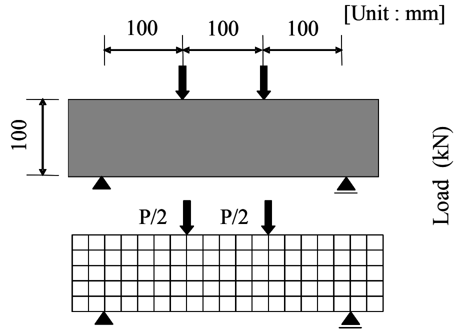
荷重－変位関係を**図－11** に示す。基準モデルと Snapback 挙動を示す CASE3-1 は除荷を行ったにもかかわらず，載荷経路が選択されている。一方，軟化勾配が緩やかな CASE2-1 は除荷経路が選択され，軟化特性の違いにより挙動が異なってくることがわかる。

図－12 に，除荷を行わない場合の，最大荷重時の時刻を原点としたポストピーク領域における時刻歴荷重応答と，除荷を作用させた場合の外力の関係を示す。なお，外力を表わす直線は最大荷重 95%の点へ平行移動させてあり，その勾配が除荷速度となる。荷重速度の比較から，載荷時の荷重速度が除荷速度よりも大きい場合（基準モデル，CASE3-1）は破壊が進行し，小さい場合（CASE2-1）は除荷経路が選択されることが確認できる。このことから，ポストピーク領域において，構造物が崩壊する条件は，以下の式で表される。

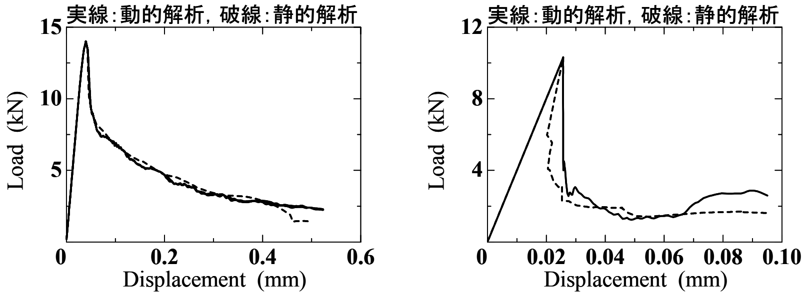
$$\frac{dQ}{dt} \leq \frac{dP}{dt} \tag{4}$$

ただし，Q，P はそれぞれ構造物の荷重および外力であり，$dQ \leqq 0$ である。このことは，脆性材料では，ポストピーク領域での破壊速度が速くなるが，その破壊速度に見合う速度で荷重が除荷されない限り，破壊が進行することを意味する。

4. コンクリートはりの解析

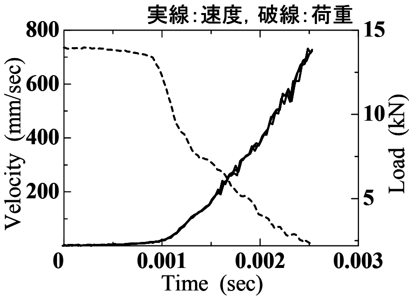


図－13　解析モデル

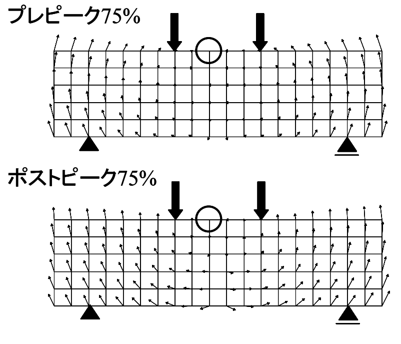


(a)　G_f=100N/m　　(b)　G_f=10N/m

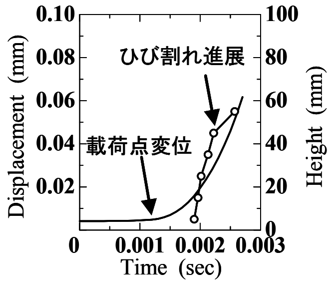
図－14　荷重－変位関係



図－15　時刻歴応答（速度，荷重）



図－16　相対速度ベクトル図



図－17　ひび割れ進展図

前章での議論が，一般的な部材においても成り立つかを検討するため，4 点曲げを受けるコンクリートはりの動的解析を行った。

4.1 解析概要

解析は，100×100×400mm（載荷スパン 300mm）のコンクリートはりの 4 点曲げ試験を対象とした。寸法ならびに要素分割図を**図－13** に示す。材料の圧縮強度，引張強度，ヤング係数，破壊エネルギーはそれぞれ 30MPa，3MPa，30GPa，100N/m を仮定した。載荷速度としては，20N/sec を基準として，2 倍，4 倍とした場合について解析を行った。また，破壊エネルギーを 10N/m とすることで，Snapback 挙動が生じる場合についての検討も行った。

4.2 解析結果

本解析では，部材に作用する曲げモーメントと同等のモーメントを生じさせるために必要な力を載荷点において逆算し，その力を荷重とした。荷重－変位関係を**図－14** に示す。(a) は破壊エネルギーを一定（G_f=100N/m）として，載荷速度を変えた場合の結果であり，(b) は Snapback 挙動を生じる場合（G_f=10N/m）の結果である。それぞれ静的解析の結果も併せて示す。

図－14(a) より，部材の 4 点曲げ解析においても動的解析と静的解析は同様の結果が得られ，また，載荷速度の影響もほとんど見られないことが確認できる。一方，**図－14**(b) より，一軸モデルの解析の場合と同様に，動的解析で Snapback 挙動を予測することはできなかった。

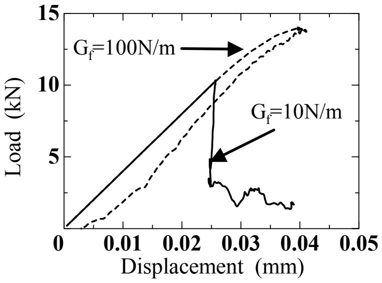
図－15 に，載荷速度を変えた場合のポストピーク領域における載荷点の時刻歴速度応答と時刻歴荷重応答を示す。一軸モデルの解析の場合と同様に，載荷速度によらず，ある一定の速度で荷重が低下していくことが確認できる。

以上のように，コンクリートはりの 4 点曲げ解析においても，要素レベルで検討した内容と同様の傾向を示すことが確認できた。

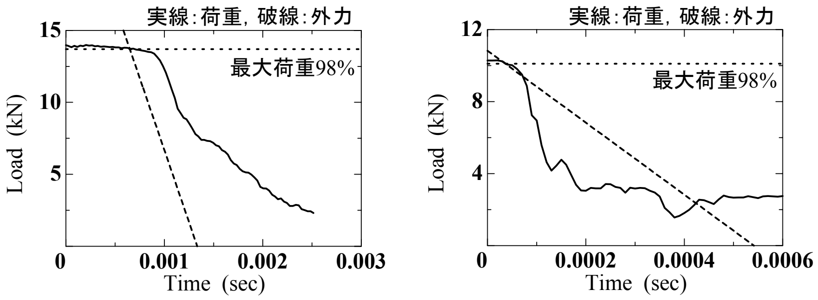
4.3 破壊進展の様子

図－16 に，プレピークとポストピークの最大荷重 75%時点において，図中○の節点の速度ベクトルを基準に取った場合の各節点の相対速度ベクトル図を示す。図によれば，ポストピーク領域において，部材中央を境に剛体回転をするような変形挙動が生じていることがわかる。

局所的な破壊の進展として，ひび割れ進展につ



図－18 荷重－変位関



(a) G_f=100N/m　　(b) G_f=10N/m

図－19 破壊進行判定図

いての検討を行った。**図－17** に，横軸を最大荷重からの時間，縦軸を載荷点変位と断面高さとした時の，ひび割れ進展図を○印で示す。ひび割れ進展は，各ガウス点において，引張ひずみが引張軟化曲線の終局ひずみ（約 1000μ）に達したときに，ひび割れが完全に開口したと仮定し，その時刻をプロットすることで表現した。

図より，最下部のガウス点でひび割れが開口した後，ひび割れは瞬間的に進展している。最大荷重後，載荷点の鉛直方向変位増分がわずか 0.1mm 以下にもかかわらず，60~70mm の高さまでひび割れが進展することから，ひび割れの進展は変形に対して非常に敏感なものであることがいえる。

4.4 擬似崩壊解析

軟化挙動を示すはり（G_f=100N/m）と Snapback 挙動を示すはり（G_f=10N/m）を対象として，擬似崩壊解析を行った。除荷はポストピーク領域の最大荷重 98%で行い，2.0×10^4kN/sec の瞬間的な除荷を行った。

図－18 に荷重－変位関係を，**図－19**(a)，(b)に，除荷を行わない解析での，最大荷重時の時刻を原点としたポストピーク領域における時刻歴荷重応答と，除荷を行った解析での外力の関係を示す。**図－18** より，G_f=100 N/m の軟化挙動を示すはりは除荷経路が選択され，G_f=10N/m の Snapback 挙動を示すはりは破壊が進行している。**図－19** より，軟化挙動を示すはりは，荷重低下の速度が除荷速度に比べて緩やかであるために，除荷経路が選択されたのに対し，Snapback 挙動を示すはりは，荷重低下の速度が除荷速度を上回っているため，破壊が進行したことが分かる。このことから，本解析においても，破壊が進行するか否は，式(4)を用いて評価することができ，式(4)は一般的な部材の破壊においても，十分妥当な評価式であるといえる。

5. 結論

コンクリート部材の，ポストピーク領域における動的な特性を解析的に検討した結果，以下の知見を得た。

(1) 部材が破壊するときには，載荷速度によらないある速度を伴って破壊する。また，その速度は，材料固有のエネルギー吸収能に対応する軟化特性に依存していると考えられる。

(2) 動的解析では Snapback 挙動は予測できないが，その結果として生じる静的な釣合経路と動的な釣合経路のエネルギー差によって，破壊時の速度は増大する。

(3) ポストピーク領域において除荷を行った場合，荷重低下速度が除荷速度よりも大きい場合には構造物の破壊は進行する。すなわち，脆性的な挙動を示す構造物ほど，ポストピーク領域での荷重低下の速度が速いため，崩壊する可能性が高くなると考えられる。

参考文献

1) コンクリート構造物のポストピーク挙動解析研究委員会：コンクリート構造物のポストピーク挙動評価と設計への応用，日本コンクリート工学協会，2003.8
2) 伊藤 睦，Kongkeo PHAMAVANH，中村 光，田辺 忠顕：格子等価連続体化法による鉄筋コンクリート部材の有限要素解析，土木学会論文集，No.767/V-64, pp.115-129, 2004.8
3) 柴田 明徳:最新耐震構造解析，森北出版pp.97-112, 1981.6
4) 日本コンクリート工学協会：破壊力学の応用研究委員会報告書，1993
5) 國分 正胤編：土木材料実験（改定 4 版），技報堂出版，1982.2