コンクリート工学年次論文集，Vol.27，No.2，2005

論文　RC 柱梁接合部のための弾塑性骨組解析用マクロエレメント

田尻　清太郎[*1]・塩原　等[*2]・楠原　文雄[*3]

要旨：弾塑性平面骨組解析における RC 柱梁接合部を対象として，コンクリート，鉄筋，付着特性を有する一軸バネから構築された 12 自由度を有するマクロエレメントの提案を行い，モデル化の方法と弾塑性骨組解析への適用方法について述べる。さらに，十字型柱梁接合部にマクロエレメントを適用した正負交番繰り返し載荷解析を行い，実用的に計算が可能であることを実証するとともに，パラメーターの違いによる内部変形，強度，剛性の比較を行い，モデルの基本的な特性を検討する。

キーワード：柱梁接合部，マクロエレメント，弾塑性骨組解析，鉄筋コンクリート

1. はじめに

弾塑性骨組解析は，柱，梁，耐震壁の剛性や耐力を考慮して各部分の変形量や損傷量を推定できるため，耐震性能を詳細に評価するための有効な手段である。しかし，従来の弾塑性骨組解析では，柱梁接合部は剛もしくは柱梁の節点における回転バネとして簡略的に扱われてきた[1)]。このような方法では，柱梁の軸力・モーメントやせん断力が変化することにより生じる接合部の剛性や強度低下を的確に評価することは不可能である。さらに，接合部の剛性低下によって柱や梁の固定度が次第に低下する現象は本質的に取り扱うことができず，また，接合部の変形や損傷を推定することもできない。このような問題点を解決するため，より複雑な柱梁接合部の構成則を精確にモデル化する各種の試みが行われてきた。例えば，Lowes は接合部のパネル変形と主筋の抜出し変形を考慮したモデルを提案している[2)]。しかし，これらのモデルは十字型やト型，L 型などの接合部への部材の接続状況を考慮して構成則のパラメーターを調整する必要があり，必ずしも合理的なモデルとはいえない。これに対して，非線形有限要素解析はそのような必要はなく合理的な方法であるが，自由度の数が多くなり計算量の増大や，繰り返し載荷時の収束計算の不安定性の問題を克服する必要がある。

筆者らが既に提案している柱梁接合部のモデルは，柱梁接合部を構成する鉄筋，コンクリートの構成則を断面分割した各要素の一軸バネの集合体として考慮し，12 自由度を考慮するものであり，弾塑性骨組解析に組み込んで利用するためのものである[3)]。本論文では，この新しいモデルの柱梁接合部の自由度の割付け，弾塑性の剛性マトリクスの定式化，構成材料の構成則について述べるとともに，鉄筋コンクリート十字型柱梁接合部を対象とした弾塑性繰返し載荷解析の例を示す。

2. マクロエレメント

本論で提案するモデルは，弾塑性平面骨組解析における鉄筋コンクリート造柱梁接合部のための部材モデルである。以下，本モデルをマクロエレメント（ME）と呼ぶこととする。

ME は柱梁接合部を構成する長方形の 4 辺のうちのそれぞれの辺上に 1 つの節点，合計 4 つ

---

*1 東京大学大学院　工学系研究科　修士（工学）　（正会員）
*2 東京大学大学院　工学系研究科助教授　工博　（正会員）
*3 東京大学大学院　工学系研究科助手　修士（工学）　（正会員）

の節点を有する。すなわち，平面骨組解析において，12 自由度を有するモデルである。骨組解析を行う際は，**図－1** に示すように，これらの 4 つの節点に柱，梁の骨組要素が接続することとなる。

ME は**図－2** に示すように, 柱梁接合部を構成する長方形の 4 辺（図中の実線）と，柱・梁端断面（図中の破線）は平面保持仮定が成り立つと仮定し，それぞれ内部フェース，外部フェースという剛板で表す。そして，これらをコンクリート，鉄筋，付着の特性を有する一軸バネで接続することにより，構築するものである [3)]。なお，既報 [3)] において，内部フェースと外部フェースを接続するコンクリート一軸バネは外部フェースが接続する柱・梁せいに相当する領域で抵抗すると仮定して特性を定めていたが，柱梁接合部の情報のみからモデル化できるよう次のように修正する。左右のフェース間にはパネル長方形の幅部分，上下のフェース間にはパネル長方形の高さ部分に相当する領域で抵抗するものとして特性を定める。

3. ME の構成方程式の構築

ME の構成方程式の構築方法を述べるに当たって，ME を構築するバネの記号及びバネが接続する節点の記号を**図－3** に示す。ここで，上図はコンクリート，下図は鉄筋と付着のバネを表す。なお，バネの記号は小文字，節点の記号は大文字で表すものとする。また，外部自由度は構造物全体における自由度，内部自由度は ME 内部のみで用いられる自由度，その他の節点は制約条件により縮約される仮想節点である。

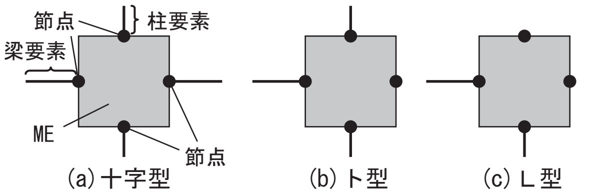
3.1 全バネの構成方程式

モデルを構築する全バネの変形ベクトル $\mathbf{e}_m$ と応力ベクトル $\mathbf{r}_m$ との間には各バネの剛性を対角要素に持つ対角行列 $\mathbf{k}_m$ を用いて，式(1)が成り立つ。

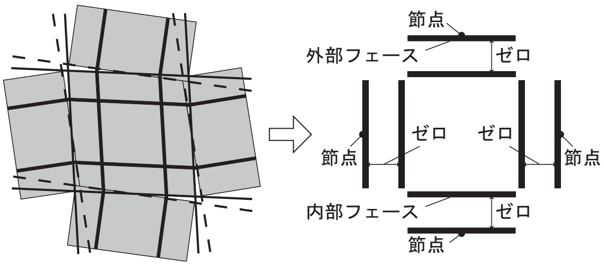
$$\mathbf{r}_m = \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{e}_m \tag{1}$$

3.2 節点の適合条件

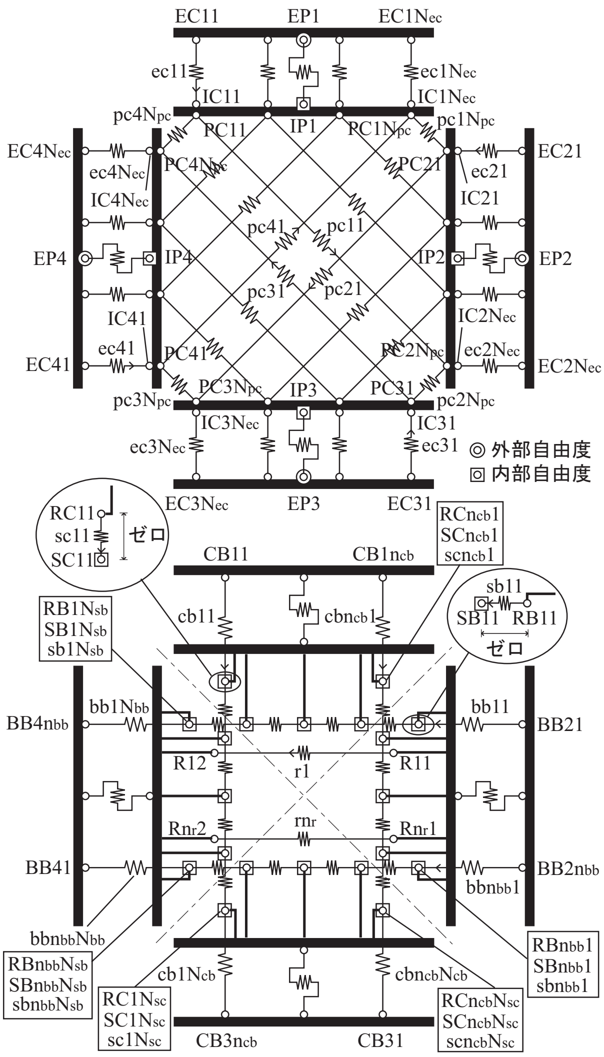
各バネの引張変形量 e_{mi} と両端の部材座標系



図－1　柱梁接合部マクロエレメント



図－2　モデル化概要



図－3　バネ及び節点の記号

変位 $\mathbf{d}_{mi}$ の間には式(2)が成り立つ。ここで，部材座標系は**図－3** 中の矢印の方向を x 方向としている。

$$e_{mi} = \mathbf{A}_{mi}{}^{t}\,\mathbf{d}_{mi} \tag{2a}$$

$$\mathbf{A}_{mi} = [-1\ 0\ 0\ |\ 1\ 0\ 0]^{t} \tag{2b}$$

式(2)を全バネについてまとめたものを式(3)のように表す。

$$\mathbf{e}_{m} = \mathbf{A}_{m}{}^{t}\,\mathbf{d}_{m} \tag{3a}$$

$$\mathbf{e}_{m} = \{e_{m1}\ \cdots\ e_{mNm}\}^{t} \tag{3b}$$

$$\mathbf{d}_{m} = \{\mathbf{d}_{m1}\ \cdots\ \mathbf{d}_{mNm}\}^{t} \tag{3c}$$

i 番目の要素の 1 端から 2 端に向かうベクトルと基準座標系の X 軸とのなす角を α_{mi} とすると, 部材座標系で表した要素両端の変位 $\mathbf{d}_{mi}$ と, 基準座標系で表した要素両端の変位 $\mathbf{d}_{mi}'$（ダッシュは基準座標系を表す。以下, 同様）との間には式(4)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{mi} = \mathbf{T}_{mi}{}^{t}\,\mathbf{d}_{mi}' \tag{4a}$$

$$\mathbf{T}_{mi} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{0mi} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{0mi} \end{bmatrix} \tag{4b}$$

$$\mathbf{T}_{0mi} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_{mi} & -\sin\alpha_{mi} & 0 \\ \sin\alpha_{mi} & \cos\alpha_{mi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4c}$$

これを全要素についてまとめたものを式(5)のように表す。

$$\mathbf{d}_{m} = \mathbf{T}_{m}{}^{t}\,\mathbf{d}_{m}' \tag{5a}$$

$$\mathbf{d}_{m}' = \{\mathbf{d}_{m1}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{mNm}'\}^{t} \tag{5b}$$

次に, 各バネの両端の点の変位の適合条件を考える。

接合部パネル部分のコンクリート一軸バネの両端の変位 $\mathbf{d}_{pc}'$ と図－3 中の節点 PCij における変位 $\mathbf{d}_{PC}'$ との間には, 式(6)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{pc}' = \mathbf{C}_{0pc}{}^{t}\,\mathbf{d}_{PC}' \tag{6a}$$

$$\mathbf{C}_{0pc} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \tag{6b}$$

$$\mathbf{I}_1 = \left[\begin{array}{ccc|c} \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} & \\ \vdots & \ddots & \vdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} & \end{array}\right] \tag{6c}$$

$$\mathbf{I}_2 = \left[\begin{array}{c|ccc} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \vdots & \iddots & \vdots \\ & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \end{array}\right] \tag{6d}$$

$$\mathbf{d}_{pc}' = \{\mathbf{d}_{pc11}'\ \mathbf{d}_{pc12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{pc4Npc}'\}^{t} \tag{6e}$$

$$\mathbf{d}_{PC}' = \{\mathbf{d}_{PC11}'\ \mathbf{d}_{PC12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{PC4Npc}'\}^{t} \tag{6f}$$

フェース間のコンクリート一軸バネの両端の変位 $\mathbf{d}_{ec}'$ と図－3 中の節点 ECij, ICij における変位 $\mathbf{d}_{EC}'$, $\mathbf{d}_{IC}'$ との間には, 式(7)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{ec}' = \mathbf{C}_{0ec}{}^{t} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{EC}' \\ \mathbf{d}_{IC}' \end{Bmatrix} \tag{7a}$$

$$\mathbf{C}_{0ec} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{7b}$$

$$\mathbf{d}_{ec}' = \{\mathbf{d}_{ec11}'\ \mathbf{d}_{ec12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{ec4Nec}'\}^{t} \tag{7c}$$

$$\mathbf{d}_{EC}' = \{\mathbf{d}_{EC11}'\ \mathbf{d}_{EC12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{EC4Nec}'\}^{t} \tag{7d}$$

$$\mathbf{d}_{IC}' = \{\mathbf{d}_{IC11}'\ \mathbf{d}_{IC12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{IC4Nec}'\}^{t} \tag{7e}$$

i 番目（i = 1～n_{cb}, n_{cb}：柱主筋数）の柱主筋一軸バネの両端の変位 $\mathbf{d}_{cbi}'$ と図－3 中の節点 CBij, SCij における変位 $\mathbf{d}_{CB}'$, $\mathbf{d}_{SC}'$ との間には, 式(8)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{cbi}' = \left[\begin{array}{cc|ccccc} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hdashline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hdashline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{CB1i}' \\ \mathbf{d}_{CB3(ncb-i+1)}' \\ \mathbf{d}_{SCB1i}' \end{Bmatrix} \tag{8}$$

また, これを全ての柱主筋についてまとめたものを式(9)のように表す。

$$\mathbf{d}_{cb}' = \mathbf{C}_{0cb}{}^{t} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{CB}' \\ \mathbf{d}_{SC}' \end{Bmatrix} \tag{9a}$$

$$\mathbf{d}_{cb}' = \{\mathbf{d}_{cb11}'\ \mathbf{d}_{cb12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{cbncbNcb}'\}^{t} \tag{9b}$$

$$\mathbf{d}_{CB}' = \{\mathbf{d}_{CB11}'\cdots\mathbf{d}_{CB1ncb}'\ \mathbf{d}_{CB31}'\cdots\mathbf{d}_{CB3ncb}'\}^{t} \tag{9c}$$

$$\mathbf{d}_{SC}' = \{\mathbf{d}_{SC11}'\ \mathbf{d}_{SC12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{SCncbNsc}'\}^{t} \tag{9d}$$

梁主筋についても, 柱主筋と同様に, 梁主筋一軸バネの両端の変位 $\mathbf{d}_{bb}'$ と図－3 中の節点 BBij, SBij における変位 $\mathbf{d}_{CB}'$, $\mathbf{d}_{SB}'$ との間には, 式(10)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{bb}' = \mathbf{C}_{0bb}{}^{t} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{BB}' \\ \mathbf{d}_{SB}' \end{Bmatrix} \tag{10a}$$

$$\mathbf{d}_{bb}' = \{\mathbf{d}_{bb11}'\ \mathbf{d}_{bb12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{bbnbbNbb}'\}^{t} \tag{10b}$$

$$\mathbf{d}_{BB}' = \{\mathbf{d}_{BB11}'\cdots\mathbf{d}_{BB1nbb}'\ \mathbf{d}_{BB31}'\cdots\mathbf{d}_{BB3nbb}'\}^{t} \tag{10c}$$

$$\mathbf{d}_{SB}' = \{\mathbf{d}_{SB11}'\ \mathbf{d}_{SB12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{SBnbbNsb}'\}^{t} \tag{10d}$$

柱主筋の付着一軸バネの両端の変位 $\mathbf{d}_{sc}'$ と**図－3** 中の節点 RCij，SCij における変位 $\mathbf{d}_{RC}'$，$\mathbf{d}_{SC}'$ との間には，式(11)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{sc}' = \mathbf{C}_{0sc}{}^{t} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{RC}' \\ \mathbf{d}_{SC}' \end{Bmatrix} \tag{11a}$$

$$\mathbf{C}_{0sc} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{11b}$$

$$\mathbf{d}_{sc}' = \{\mathbf{d}_{sc11}'\ \mathbf{d}_{sc12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{scncbNsc}'\}^{t} \tag{11c}$$

$$\mathbf{d}_{RC}' = \{\mathbf{d}_{RC11}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{RCncbNsc}'\}^{t} \tag{11d}$$

同様に，梁主筋の付着一軸バネの両端の変位 $\mathbf{d}_{sb}'$ と**図－3** 中の節点 RBij，SBij における変位 $\mathbf{d}_{RB}'$，$\mathbf{d}_{SB}'$ との間には，式(12)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{sb}' = \mathbf{C}_{0sb}{}^{t} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{RB}' \\ \mathbf{d}_{SB}' \end{Bmatrix} \tag{12a}$$

$$\mathbf{C}_{0sb} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{12b}$$

$$\mathbf{d}_{sb}' = \{\mathbf{d}_{sb11}'\ \mathbf{d}_{sb12}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{sbnbbNsb}'\}^{t} \tag{12c}$$

$$\mathbf{d}_{RB}' = \{\mathbf{d}_{RB11}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{RBnbbNsb}'\}^{t} \tag{12d}$$

接合部内補強筋の一軸バネの両端の変位 $\mathbf{d}_{r}'$ と**図－3** 中の節点 Rij における変位 $\mathbf{d}_{R}'$ との間には，式(13)が成り立つ。

$$\mathbf{d}_{r}' = \mathbf{C}_{0r}{}^{t}\ \mathbf{d}_{R}' \tag{13a}$$

$$\mathbf{C}_{0r} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{13b}$$

式(6)～(13)をまとめたものを全バネ両端の変位 $\mathbf{d}_{m}'$ と**図－3** 中の全節点における変位 $\mathbf{d}_{P}'$ を用いて，式(14)のように表す。

$$\mathbf{d}_{m}' = \mathbf{C}_{0}{}^{t}\ \mathbf{d}_{P}' \tag{14a}$$

$$\mathbf{d}_{m}' = \{\mathbf{d}_{pc}'\ \mathbf{d}_{ec}'\ \mathbf{d}_{cb}'\ \mathbf{d}_{bb}'\ \mathbf{d}_{sc}'\ \mathbf{d}_{sb}'\ \mathbf{d}_{r}'\}^{t} \tag{14b}$$

$$\mathbf{d}_{P}' = \{\mathbf{d}_{PC}'\ \mathbf{d}_{EC}'\ \mathbf{d}_{IC}'\ \mathbf{d}_{CB}'\ \mathbf{d}_{SB}'\ \mathbf{d}_{BB}'\ \mathbf{d}_{SB}'\ \mathbf{d}_{RC}'\ \mathbf{d}_{RB}'\ \mathbf{d}_{R}'\}^{t} \tag{14c}$$

剛体上の節点は剛体変位に従い，SCij，SBij は主筋方向成分以外は RCij，RBij と同じ挙動を示すため，**図－3** 中の節点 EPi，IPi における変位 $\mathbf{d}_{EP}'$，$\mathbf{d}_{IP}'$ を用いて，式(15)のように表される。

$$\mathbf{d}_{PCij}' = \mathbf{H}_{IPi,PCij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{IPi}' \tag{15a}$$

$$\mathbf{H}_{A,B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -L_{yAB} & L_{xAB} & 1 \end{bmatrix} \tag{15b}$$

$$\mathbf{d}_{PCi}' = \{\mathbf{d}_{PCi1}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{PCiNpc}'\}^{t} \tag{15c}$$

ここで，L_{xAB}，L_{yAB} は任意の 2 節点 A，B について，A 点から B 点に向かうベクトルの基準座標系における x，y 成分をそれぞれ表す。

$$\mathbf{d}_{ECij}' = \mathbf{H}_{EPi,ECij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{EPi}' \tag{15d}$$

$$\mathbf{d}_{ICij}' = \mathbf{H}_{IPi,ECij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{IPi}' \tag{15e}$$

$$\mathbf{d}_{CBij}' = \mathbf{H}_{EPi,CBij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{EPi}' \tag{15f}$$

$$\mathbf{d}_{BBij}' = \mathbf{H}_{EPi,BBij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{EPi}' \tag{15g}$$

$$\mathbf{d}_{RCij}' = \mathbf{R}_{RCij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{IP}' \tag{15h}$$

$$(\mathbf{R}_{RCij})_{k1} = \begin{cases} \mathbf{H}_{IPz(RCij),RCij} & : k = z(RCij) \\ \mathbf{0} & : k \neq z(RCij) \end{cases} \tag{15i}$$

$$\mathbf{d}_{RBij}' = \mathbf{R}_{RBij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{IP}' \tag{15j}$$

$$(\mathbf{R}_{RBij})_{k1} = \begin{cases} \mathbf{H}_{IPz(RBij),RBij} & : k = z(RBij) \\ \mathbf{0} & : k \neq z(RBij) \end{cases} \tag{15k}$$

なお，関数 $z(A)$は，接合部パネルの両対角線で分けられた 4 つの領域のうち，A 点が存在する領域の番号を返す関数とする。

$$\{d_{xSCij}'\ d_{\theta SCij}'\}^{t} = \{d_{xRCij}'\ d_{\theta RCij}'\}^{t} \tag{15l}$$

$$\{d_{ySBij}'\ d_{\theta SBij}'\}^{t} = \{d_{yRBij}'\ d_{\theta RBij}'\}^{t} \tag{15m}$$

$$\mathbf{d}_{Rij}' = \mathbf{R}_{Rij}{}^{t}\ \mathbf{d}_{IP}' \tag{15n}$$

$$(\mathbf{R}_{Rij})_{k1} = \begin{cases} \mathbf{H}_{IPz(Rij),Rij} & : k = z(Rij) \\ \mathbf{0} & : k \neq z(Rij) \end{cases} \tag{15o}$$

$$\{d_{xIP1}'\ d_{yIP2}'\ d_{xIP3}'\ d_{yIP4}'\}^{t} = \{d_{xEP1}'\ d_{yEP2}'\ d_{xEP3}'\ d_{yEP4}'\}^{t} \tag{15p}$$

式(15)を外部自由度における変位 $\mathbf{d}_{E}'$，内部自由度における変位 $\mathbf{d}_{I}'$ を用いてまとめたものを式(16)のように表す。

$$\mathbf{d}_{P}' = \mathbf{R}^{t} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{E}' \\ \mathbf{d}_{I}' \end{Bmatrix} \tag{16a}$$

$$\mathbf{d}_{E}' = \{\mathbf{d}_{EP1}'\ \mathbf{d}_{EP2}'\ \mathbf{d}_{EP3}'\ \mathbf{d}_{EP4}'\}^{t} \tag{16b}$$

$$\mathbf{d}_{I}' = \{\mathbf{d}_{IP8}'\ \mathbf{d}_{ySCij}'\ \mathbf{d}_{xSBij}'\}^{t} \tag{16c}$$

$$\mathbf{d}_{IP8}' = \{\mathbf{d}_{yIP1}'\ \mathbf{d}_{\theta IP1}'\ \cdots\ \mathbf{d}_{xIP4}'\ \mathbf{d}_{\theta IP4}'\}^{t} \tag{16d}$$

式(3)，(5)，(14)，(16)より，全バネの変形 $\mathbf{e}_{m}$ と $\mathbf{d}_{E}'$，$\mathbf{d}_{I}'$ の間には式(17)が成り立つ。

$$\mathbf{e}_{m} = \mathbf{B}^{t} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_{E}' \\ \mathbf{d}_{I}' \end{Bmatrix} \tag{17a}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}\ \mathbf{C}_{0}\ \mathbf{T}_{m}\ \mathbf{A}_{m} \tag{17b}$$

3.3 釣合い条件

反傾関係より，全バネの応力 $\mathbf{r}_{m}$ と外部自由度における荷重 $\mathbf{p}_{E}'$，内部自由度における荷重 $\mathbf{p}_{I}'$

の間には式(18)が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_E' \\ \mathbf{p}_I' \end{Bmatrix} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{r}_m \tag{18}$$

3.4 ME の構成方程式

式(1)，(17)，(18)より，式(19)が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_E' \\ \mathbf{p}_I' \end{Bmatrix} = \mathbf{K}_{0EI} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_E' \\ \mathbf{d}_I' \end{Bmatrix} \tag{19a}$$

$$\mathbf{K}_{0EI} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{EE} & \mathbf{K}_{EI} \\ \mathbf{K}_{IE} & \mathbf{K}_{II} \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{K}_m\mathbf{B}^t \tag{19b}$$

$\mathbf{p}_I' = \mathbf{0}$ を用いて，外部自由度に関して縮約すると，式(20)が成り立ち，ME の構成方程式が導かれる。

$$\mathbf{p}_E = \mathbf{K}_E\, \mathbf{d}_E \tag{20a}$$

$$\mathbf{K}_E = \mathbf{K}_{EE} - \mathbf{K}_{EI}\, \mathbf{K}_{II}^{-1}\, \mathbf{K}_{IE} \tag{20b}$$

4. 弾塑性骨組解析の手順

ME を用いた弾塑性骨組解析手順を示すため，各節点に外力増分$\Delta\mathbf{P}$が与えられたときの，各節点の増分変位$\Delta\mathbf{D}$を求める手順を述べる。

(a) 構造物全体の瞬間剛性マトリクス $\mathbf{K}$ を作成する。

(b) 仮の増分変位$\Delta\mathbf{D}_1$ を式(21)により算出する。

$$\Delta\mathbf{D}_1 = \mathbf{K}^{-1}\, \Delta\mathbf{P} \tag{21}$$

(c) $\Delta\mathbf{D}_1$ に対する各部材の復元力増分を算出する。ここでは，ME についてのみ述べる。$\Delta\mathbf{D}_1$ から得られる ME の外部自由度における増分変位$\Delta\mathbf{d}_E$を用いて，式(22)より，内部自由度の増分変位$\Delta\mathbf{d}_I$を求める。

$$\Delta\mathbf{d}_I = -\mathbf{K}_{II}^{-1}\, \mathbf{K}_{IE}\, \Delta\mathbf{d}_E \tag{22}$$

(d) 外部，内部自由度における増分変位$\{\Delta\mathbf{d}_E\ \Delta\mathbf{d}_I\}^t$ から式(23)により全バネの増分変形$\Delta\mathbf{e}_m$を算出する。

$$\Delta\mathbf{e}_m = \mathbf{B}^t\, \{\Delta\mathbf{d}_E\ \Delta\mathbf{d}_I\}^t \tag{23}$$

(e) 各バネについて，与えられた変形増分Δe_iに対する復元力増分Δr_i を各々の復元力特性のルールに従って算出し，全バネの復元力増分$\Delta\mathbf{r}_m$ を求め，外部，内部自由度における荷重増分$\{\Delta\mathbf{p}_I\ \Delta\mathbf{p}_E\}^t$を式(24)により算出する。

$$\{\Delta\mathbf{p}_E\ \Delta\mathbf{p}_I\}^t = \mathbf{B}\, \Delta\mathbf{r}_m \tag{24}$$

(f) ここで，$\Delta\mathbf{p}_I = \mathbf{0}$ であれば，$\Delta\mathbf{p}_E$が ME の復元力増分となる。$\Delta\mathbf{p}_I \neq \mathbf{0}$ の場合，$\Delta\mathbf{d}_I = (\Delta\mathbf{d}_I)_1$ とし，式(25)により，内部自由度における新たな増分変位$\Delta\mathbf{d}_I$ を求め，(d)の手順に戻り，$\Delta\mathbf{p}_I = 0$ となるまで繰り返す。

$$\Delta\mathbf{d}_I = (\Delta\mathbf{d}_I)_1 - \mathbf{K}_{II}^{-1}\, \Delta\mathbf{p}_I \tag{25}$$

(g) 各部材から得られた復元力の和により得られる節点における荷重増分$\Delta\mathbf{P}_1$が$\Delta\mathbf{P}$と異なるとき，$\Delta\mathbf{D}_2 = \Delta\mathbf{D}_1$とし，不釣合い力 $\mathbf{UP}$（$= \Delta\mathbf{P} - \Delta\mathbf{P}_1$）を用いて，式(26)より新たな増分変位$\Delta\mathbf{D}_1$を求め，(c)の手順に戻り，$\Delta\mathbf{P}_1 = \Delta\mathbf{P}$ となるまで繰り返す。$\Delta\mathbf{P}_1 = \Delta\mathbf{P}$ となるときの$\Delta\mathbf{D}_1$が求める増分変位$\Delta\mathbf{D}$である。

$$\Delta\mathbf{D}_1 = \Delta\mathbf{D}_2 + \mathbf{K}^{-1}\, \mathbf{UP} \tag{26}$$

なお，各剛性マトリクスは収束法に応じて，適宜更新する。

5. 解析例

5.1 解析対象

解析対象を**図−4** に示す。コンクリートはヤング係数 27GPa，圧縮強度 24MPa，引張強度 2.4MPa，圧縮強度時歪 0.17%とし，鉄筋はヤング係数 205GPa，降伏強度 345MPa とし，付着特性は初期剛性 150N/mm^3，降伏後剛性 0.15N/mm^3，付着強度 7.5MPa とする。なお，柱上端の水平変位制御による繰返し載荷とし，変位履歴は±0.25,±0.5,±1.0,±2.0,±3.0,±4.0,+5.0%とする。

モデルの比較のため，標準のもの（type A）以外にも，主筋，付着要素を弾性要素としたもの（type B）についても解析を行なう。

5.2 解析方法

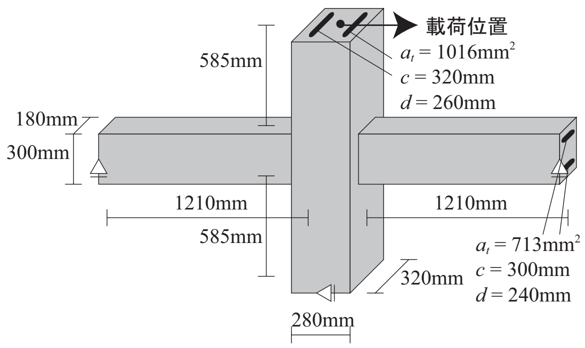
柱，梁は弾性要素，柱梁接合部は ME によりモデル化し，変位制御の繰り返し載荷解析を行った。ME のモデル化に当たっては，パネル部分のコンクリート分割数を 10，フェース間のコンクリート分割数を 10，柱，梁主筋の分割数を 11 とした[3]。また，各バネの復元力特性を**図−5** に示す。解析において，ME 内における不釣合い力，全体の節点における不釣合い力の収束条件には，不釣合い力のノルムが実際の荷重のノルムの 10^{-6} 以下となることを用いた。

5.3 解析結果

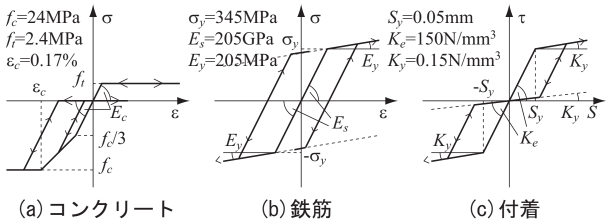
解析は，全ステップにおいて収束条件を満足し，ME を用いたモデルも実用的に計算が可能である。なお，コンクリートの復元力特性において，圧縮軟化，引張軟化を表す負剛性をもつ場合についても，負勾配がある程度小さければ収束計算が可能であるが，荷重増分法を用いた収束計算の安定性を考慮する場合，本論のように負剛性を持たせないことが望ましい。

図－6 に層間変形角－層せん断力関係を示す。主筋，付着が弾性の type B ではコンクリートのバネが十分に耐力を発揮し，高い耐力を示しているのに対し，type A については，主筋降伏，付着破壊，コンクリート破壊のいずれも考慮しているため，耐力が低くなっている。

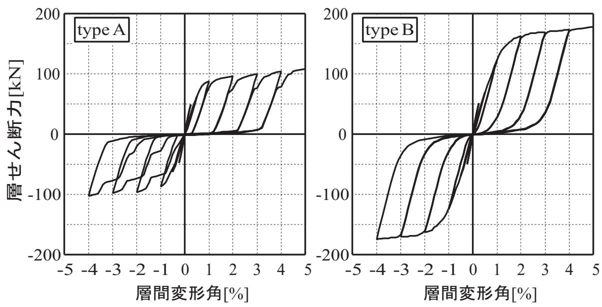
図－7 に各サイクルピーク時の変形割合を示す。柱，梁要素は弾性要素としてモデル化しているため，いずれも柱，梁要素の変形による層間変形は小さい。主筋，付着要素が弾性要素の type B は主筋の抜け出しによる変形は小さくなっており，type A については，主筋，付着とも弾塑性要素であるため，主筋の抜け出しによる変形が最も大きくなっている。



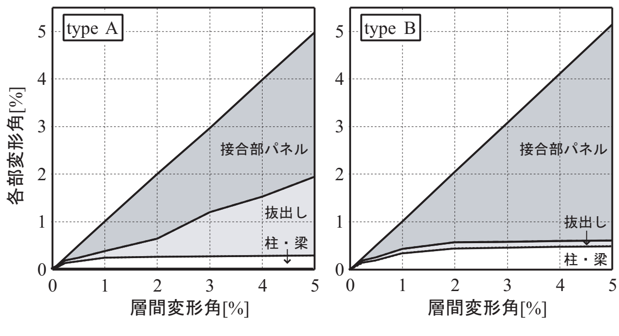
図－4　解析対象



図－5　バネ復元力特性



図－6　層間変形角－層せん断力関係



図－7　各部層間変形角割合

6. まとめ

弾塑性平面骨組解析における RC 柱梁接合部の部材モデルとして，マクロエレメント（ME）の提案を行い，モデル化の方法および弾塑性骨組解析への適用方法について述べた。

また，ME を用いて十字型柱梁接合部について弾塑性骨組解析による繰返し載荷解析を行うことにより，実用的に計算が可能であることを実証し，パラメーターの違いによる内部変形，強度，剛性の比較を行い，モデルの特性を検討した。

謝辞

本研究は, 平成 16 年度東京大学大学院工学系研究科建築学専攻 RA の研究として行われた。

参考文献

1) Alath, S. and Kunnath, S. K.: Modeling Inelastic Shear Deformation in Reingforced-Concrete Beam-Column Joints, Proc., 10th Engineering Mechanics Conference, Univ. of Colorado at Boulder, Boulder, Colorado, May 21-24, ASCE, New York, Vol.2, pp.822-825
2) Lowes, L. N. and Altoontash, A.: Modeling Reinforced-Concrete Beam-Column Joints Subjected to Cyclic Loading, J. of Struct. Eng., Vol.129, No.12, pp.1686-1697, Dec.2003
3) 田尻清太郎・塩原等・楠原文雄：鉄筋コンクリート十字型柱梁接合部のマクロモデルを用いた漸増載荷解析，日本地震工学会大会梗概集，pp.294-295，2005.1