論文 三次元 FEM 解析の結果に基づく RC スラブの押し抜きせん断耐力算 定式

甲斐 慎一朗^{*1}·檜貝 勇^{*2}·斉藤 成彦^{*3}

要旨:本研究は,三次元 FEM 解析を行い,圧縮強度,鉄筋比,有効高さ,臨界断面周長といった押し抜きせん断耐力に影響を及ぼす主要因の効果を定量的に評価し,その結果を簡単な型にまとめた耐力算定式を提案したものである。また,既往の耐力算定式の基礎となった実験結果との比較を行って,本提案式の耐力算定精度は他の算定式と同等,もしくはそれ以上であることを示した。

キーワード:押し抜きせん断破壊,三次元有限要素法解析,耐力算定式,臨界断面周長

1. はじめに

1974年に角田ら¹⁾により, RC スラブの押し抜きせん断耐力算定式が提案された。この耐力算 定式は,種々の影響因子を変化させた 113 体の 実験結果に基づいて導かれたものである。

$$P_{u} = \frac{0.211(u+3\pi d)d\sqrt{f_{c}'(1+1.6p_{w}f_{y}/\sqrt{f_{c}'})}}{1+d/200}$$
(1)
ここで、u : 載荷板周長
 d : 有効高さ
 f_{c}' : コンクリート圧縮強度
 p_{w} : 鉄筋比
 f_{y} : 鉄筋の降伏強度

ただし、 $p_w f_v / \sqrt{f_c'} \le 1.04$ とする。

また,1984年に前田・松井ら²⁾は,押し抜き せん断破壊モデルを構築し,耐力算定式を作成 した。これらは,わが国における代表的な押し 抜きせん断耐力算定式である。

土木学会コンクリート標準示方書〔構造性能 照査編〕³⁾での設計押し抜きせん断耐力は,次式 である。この式は,角田らの研究を基礎として 定められたものである。

$$V_{pcd} = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_r \cdot f_{pcd} \cdot u_p d / \gamma_b$$
(2)

$$\Box \subset U, \qquad f_{pcd} = 0.20 \sqrt{f'_{cd}} \qquad [N/mm^2]$$

$$\beta_{d} = (1000/d)^{1/4} \le 1.5 \qquad [d:mm]$$

$$\beta_{p} = (100 p_{w})^{1/3} \le 1.5$$

$$\beta_{\gamma} = 1 + 1/(1 + 0.25 u/d)$$

u_p:設計断面の辺長で,載荷面から *d*/2 離れた 位置で算定する。

CEB-FIP モデルコード 4で定める設計押し抜きせん断耐力は、次式である。

$$V_{Rd} = 0.12\xi (100p \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_p d$$
(3)

ここで、 $\xi = 1 + (200/d)^{1/2}$ [d:mm] u_p :載荷面から 2d 離れた位置で算定する。

なお,これらの式において耐力は [N],長さ は [mm],応力は [N/mm²] である。

このような研究により破壊に影響を及ぼす主 要因はほぼ把握されているが,基礎となってい る実験結果の範囲の違いから,個々の主要因の 影響程度については評価が分かれている。

既往の研究により,本研究室で開発された三 次元有限要素法⁵⁾を用いてRCスラブの押し抜き せん断破壊性状を評価できることが示されてい る。そこで本研究では,FEM 解析の結果のみを 用いて,圧縮強度,鉄筋比,有効高さ,臨界断

*1 山梨大学大学院 医学工学総合教育部	(正会員)
*2 山梨大学大学院 医学工学総合研究部教授 工博	(正会員)
*3 山梨大学大学院 医学工学総合研究部助教授 博(工	C) (正会員)

面周長といった主要因の効果を定量的に評価す るとともに、その結果を簡単な型にまとめた耐 力算定式の提案を試みた。また、既往の実験結 果を用いて、提案式と既往の算定式との比較、 および適合性の検討も併せて行った。

2. 非線形三次元有限要素法解析の概要

本解析に用いた有限要素法は、8 節点のアイソ パラメトリック 6 面体 1 次要素を使用し、数値 積分に用いる Gauss Point の数は 8 である。鉄筋 は、コンクリート要素中に平均的に分散させた RC 要素でモデル化した。従って、付着は完全で すべりは生じないものと仮定したことになる。

2.1 主応カー主ひずみ関係

本解析では、3 方向の主応力-主ひずみ関係と して、それぞれ一軸応力下での構成則を用いた。 従って三軸応力下での破壊基準は考慮していな い。ここで用いられている圧縮破壊エネルギー (G_{fc}) 、および引張破壊エネルギー (G_{ff}) は、 Nakamura and Higai⁶⁾の研究によった。

(1) 圧縮応力を受けるコンクリート

圧縮応力下のコンクリートの応力-ひずみ関係は、図-1に示すように、最大応力(f_c)までを 二次放物線である式(5)とし、その後応力が直線 的に零まで減少するモデルを用いた。ここで、 応力零時のひずみ(ε_m)は、圧縮破壊エネルギー (G_{fc})を考慮して決定した。また、ここで用いる等 価長さ(l_{eq})は、要素の体積立方根とした。なお、 基本的に一軸応力下での構成則を用いているの であるが、直交方向の引張ひずみ(ε_t)の存在によ って圧縮強度が低下する Collins⁷⁾のモデルを使 用している。

$$\sigma_{2\max} = f'_c \frac{1}{0.8 + 0.34 \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0}\right)} \le f'_c \tag{9}$$

(2) 引張応力を受けるコンクリート

引張応力下でのコンクリートの挙動について は、図-2に示すように、引張強度(f_t)まで直線 的に応力が増加し、軟化域ではコンクリートの 引張応力(σ_t)とひび割れ幅(w)の関係、および引



図-3 解析モデル(対称1/4モデル)

張破壊エネルギー(*G_{ft}*)を用いて,式(6)のように 定めた。

2.2 ひび割れモデル

ひび割れモデルについては、「不連続回転ひび 割れモデル」を用いた⁸⁾。このモデルは、固定ひ び割れモデルと回転ひび割れモデル両者の特徴 を併せ持っており、主ひずみ方向の角度変化量 $\Delta \theta$ が小さい場合には、固定ひび割れモデルとし てひび割れ面にせん断伝達を許し、 $\Delta \theta$ が大きい ときには回転ひび割れモデルとしてせん断伝達 を発生させないモデルである。

2.3 境界条件及び要素分割

解析モデルの概要を図-3に示した。x 軸を主 方向,y 軸を配力方向,z 軸を高さ方向とした。 解析は中心載荷に限ったので,x=0の面,y=0 の面でそれぞれy,x 方向変位を拘束し,z方向 は単純支持のため支点部分のみ鉛直方向を拘束 した,対称 1/4 モデルを使用した。要素分割は, x,y方向については原則として 50×50 mm とし たが,載荷板及び支持板付近については多少異 なる部分もある。z 方向の分割はかぶり部分を 25mm,鉄筋部分を 20mm とし,残りの部分に ついては,シリーズA では二分割、シリーズ B では 25mm で分割した。

3. 解析結果

3.1 解析条件

本研究での解析条件の一覧を**表**-1 に示した。 シリーズAでは, 圧縮強度(f_c)を20,30,40N/mm², 鉄筋比(p_w)を0.5~3.0%とした。これらは実構造 物を十分にカバーした範囲といえる。載荷板は, 周長(u)が320(幅100×長さ60),720(200×160), 1120(300×260)mmの長方形である。これは,角 田の実験におけるuが200~1200mmの範囲であ る事を考慮して定めたものである。また,スパ ン長(l)を800mm,スラブ長(b)を1000mmで一 定とした。条件数は52である。

シリーズ B では、有効高さ(*d*)のみの影響をみ るため、 $d=65\sim415$ mm と変化させ、 f_c '=30N/mm²、 $p_w=3.0\%$ 、u=1120mm で一定とした。なお、dが 増加すると広い範囲に渡って押し抜けるように なるので、l=1200mm、b=1500mm と大きくし た。シリーズ B の条件数は 9 である。

いずれの場合も,鉄筋は弾性係数を $2.0 \times 10^5 \text{N/mm}^2$ とし,押し抜きせん断破壊を生じさせるため,降伏強度を 1000N/mm^2 と大きく設定した。

3.2 せん断破壊モード

図-4,**5**に,典型的な押し抜きせん断破壊 を起こした場合の解析結果を例示した。**図-4**

表-1 解析条件一覧

	シリーズ	スラブ形状(mm)		и	f_c'	p_w	データ物	
		l	b	d	(mm)	(N/mm^2)	(%)	
	A	800 10		65	320	20	0.5~3.0	7
						30	0.7~3.0	6
						40	0.7~3.0	6
					720	20	0.5~3.0	7
			1000			30	1.0~3.0	5
						40	0.7~3.0	6
					1120	20	1.0~3.0	5
						30	1.0~3.0	5
						40	1.0~3.0	5
		B 1200 150		65			3.0	1
				90				1
				115				1
				140	1120	30		1
	В		1500	165				1
				265				1
				315				1
				365				1
				415				-



図ー4 荷重ー変位関係



(b) 配力方向

図-5 斜めひび割れ性状



は荷重一変位関係であり、斜めひび割れが発生 すると脆性的に荷重が低下している。図-5は、 〇印時の最大主引張ひずみ(ε_1)を方向と大きさ で表現したひび割れ性状である。主方向,配力 方向ともに斜めひび割れが発生している。これ は,載荷板下から底面に向かってコーン状にコ ンクリートが押し抜かれる図-6(a)のような 性状を表している。また,鉄筋比が低い場合に, 主方向の斜めひび割れが配力方向に一様に近い 形で拡がる図-6(b)のような破壊モードがあ った。このケースは,はりのせん断破壊と押し 抜きせん断破壊の中間的な破壊モードといえる。 しかし,耐力には特に差が認められなかったの で,本解析では押し抜きせん断破壊としてデー タに含めるものとした。

3.3 押し抜きせん断耐力

圧縮強度が押し抜きせん断耐力に及ぼす影響 について,角田式,前田・松井式,解析結果を それぞれ図-7(a)に示す (p_w =1.0%, d=65mm, u=320mmで一定)。解析は,圧縮強度が低い場合 に角田式に近く,圧縮強度が高くなると前田・ 松井式に近づくが,全体的に両算定式の中間と なっている。

同様に,鉄筋比が及ぼす影響について一例を 図-7(b)に示す(f_c'=30N/mm², d=65mm, u=320mmで一定)。圧縮強度の場合と同様に,解 析結果が角田式と前田・松井式の中間の値をと り,解析値は妥当な範囲内にあると思われる。

4. 耐力算定式

FEM の解析結果を基に,押し抜きせん断耐力 に影響を及ぼす主要因の効果を算定するに当た り,土木学会式(2)の型を基本として以下の検討 を行った。その際,未定係数の最適値は最小二 乗法によって決定した。

4.1 圧縮強度,鉄筋比の影響

載荷板寸法ごとに,圧縮強度,鉄筋比のみを 独立変数とした式(10)の型で検討を行った。

$$V_{\mu} = \alpha_1 \cdot f_c \, {}^{\beta_1} \cdot (100 \, p_w)^{\gamma_1} \tag{10}$$

表-2は、載荷板周長ごとの解析値と式(10) による算定値の比較、および決定した係数を表 している。いずれの場合も解析値/算定値の平均



図-7 圧縮強度,鉄筋比が耐力に及ぼす影響

表-2 解析値と算定値の比較

載荷板周長 〔mm〕	α_1	β_1	γ ₁	AVE	CV [%]
320	363.3	0.64	0.21	1.00	1.3
720	487.4	0.63	0.24	1.00	1.4
1120	559.9	0.64	0.21	1.00	1.5



(AVE)は 1.0, 変動係数(CV)は 1.3~1.5%と精度良い結果が得られた。また,係数 α_1 については圧縮強度,鉄筋比以外の変数の影響が含まれているので,当然それぞれ異なる値となるが,載荷板に拘わらず圧縮強度の係数 β_1 が 0.64,鉄筋比の係数 γ_1 が 0.2 程度でほぼ一定であることが分かる。

4.2 臨界断面周長の影響

土木学会, CEB などの耐力算定式と同様に, 図-8に示す鉛直な臨界断面を想定することと して,式(10)に臨界断面積(*u_pd*)を導入した式(11) の型で臨界断面周長(*u_p*)の影響を検討した。

$$V_{\mu} = \alpha_2 \cdot f_c \gamma^{\beta_2} \cdot (100 p_w)^{\gamma_2} \cdot u_p d \tag{11}$$

その際,載荷板から臨界断面までの距離 kd を0 ($u_p=u$) から 3d ($u_p=u+6 \pi d$) まで変化させた。 図-9は、 α_2 と載荷板周長(u)の関係を表して いる。kdが載荷板から 0~1.5dの距離の範囲で は、uが大きいほど α_2 が小さくなる傾向にある。 2dの距離の場合には、 α_2 はuに拘らずほぼ一定 となった。2.5d、3dの距離では、グラフが上に 凸の形となった。つまり、kd=2dとすることでuの効果を適切に表す u_p が得られるといえる。そ こで、 u_p は載荷板から 2dの距離における値を用 いることとした。

4.3 有効高さの影響

スラブの有効高さのみを変化させたシリーズ Bの解析結果に基づき,式(12)の型で有効高さ(*d*) の影響を検討した。

$$V_{u} = \alpha_{3} \cdot f_{c} ^{'0.64} \cdot (100 p_{w})^{0.2} \cdot u_{p} d$$
(12)

図-10 の■印は, α_3 と有効高さ(*d*)の関係を 表している。解析結果は *d*=150mm 未満で α_3 は ほぼ一定で、150mm 以上では、*d* が大きくなる につれ α_3 が減少する傾向が明らかなので、*d* を 式(13)のように評価することとした。

$$\alpha_3 = 0.16 (1000 / d)^{0.42} \le 0.36$$
 [d:mm] (13)

また,比較のために土木学会式(14)と CEB 式 (15)を用い, *d*=150mm の耐力を基準にして *d* の 効果を示した。式(14), (15)は式(13)に対し,大 きい値を示している。

$(1000/d)^{1/4}$	[d:mm]	(14)
$1 + (200/d)^{1/2}$	[d:mm]	(15)

4.4 実験結果との比較

以上の検討により得られた,押し抜きせん断 耐力算定式は,式(16)のとおりである。

$$V_{u} = 0.16 \left(\frac{1000}{d}\right)^{0.42} \cdot f_{c}^{10.64} \cdot (100p_{w})^{0.2} \cdot u_{p}d \qquad (16)$$

ただし、 $0.16(1000/d)^{0.42} \le 0.36$ とする。[d:mm]

u_p:臨界断面周長で,載荷面から 2d 離れた位置で算定する。

次に,提案式(16)の適合性を検討するために, 角田らの行った実験結果との比較を行った。ま た,同様に角田式,前田・松井式,および土木



表-3 角田の実験諸元

古井冬州	スラフ	и	f_c'	p_w		
又时本日	寸法	スパン長:1	d	(mm)	(N/mm^2)	(%)
	650×650	500×500	72	200		
4辺単純	2	2	2	2		
	2200 × 2200	2000 × 2000	170	1200	15	0.5
	1200 × 1400	1000	75	314	2	2
相対2辺単純	2	2	2	2	50	3.4
	1800 × 2400	1500	133	400		
円形単純	ϕ 1300	ϕ 1000	80	942		

学会式の適合性も併せて検討した。

表-3は、角田らの行った実験における諸元 をまとめたものである。解析はすべて相対 2 辺 単純支持であるが、現段階では、支持条件の検 討は行っていないので、4 辺単純支持も比較の対 象とした。また、実験で最大荷重の測定ができ ていない No.32、円形単純スラブである No.54 を 除く 58 体について比較を行った。

図-11 には、各耐力算定式による算定値と実験値の比較を表した。また、グラフ内に耐力比 (算定式/実験値)の平均値を AVE,変動係数を CV として示した。

角田式はこの実験結果から作られた式なので, 当然,耐力比の平均,変動係数ともに高精度で ある。前田・松井式は,耐力を平均で14%ほど 過大に評価しているが,変動係数は15%とまず まずである。土木学会式は,耐力を平均で17% ほど過大に,変動係数は23%とばらつきも大き い。提案式での耐力比の平均は,1.05 とかなり 良いといえる。変動係数は20%程度とあまり良 いとはいえないが,土木学会式と同程度以上の 精度である。図-11(a)の▽印は,スパン長が大 きい(1500mm以上)場合である。これを見ると, 算定値と実験値が大きく違うのはスパン長が大 きい場合であることが分かる。

本研究では,主要因のみの検討・評価を行っ た。しかし,この他にスパン長,スラブ長とい った形状に関する影響因子の効果も大きいこと が,解析による予備検討によって確認されてい る。今後,それらの影響を,併せて評価するこ とで更なる精度の向上を目指す予定である。

5. まとめ

三次元 FEM 解析を用い, RC スラブの押し抜 きせん断耐力に影響を及ぼす主要因の効果を評 価し,その結果を簡単な型にまとめた耐力算定 式を提案した。本研究の結論は以下のとおりで ある。

- (1) FEM 解析により, 圧縮強度, 鉄筋比, 有効 高さ, 臨界断面周長といった押し抜きせん断 耐力の主要因の影響を定量的に評価するこ とができた。
- (2) FEM 解析の結果を簡単な型にまとめた押し 抜きせん断耐力算定式を提案し,実験データ との適合性を確認した。

参考文献

 角田与史雄、井藤昭夫、藤田嘉夫:鉄筋コン クリートスラブの押し抜きせん断耐力に関 する実験的研究、土木学会論文報告集、 Vol.229、 pp.105-115、1974.9



- 前田幸雄,松井繁之:鉄筋コンクリート床版 の押し抜きせん断耐荷力の評価式,土木学会 論文報告集, Vol.348, pp.133-141, 1984.8
- コンクリート標準示方書〔構造性能照査編〕
 〔2002 年制定〕, 土木学会
- 4) CEB-FIP Model Code 1990, CEB, 1990
- 5) 八若幹彦,檜貝 勇,中村 光,斉藤成彦: 3D-FEM による RC スラブの押し抜きせん断 破壊性状の解析,構造工学論文集, Vol.47A, pp.1339-1346, 2001.4
- Nakamura, H. and Higai, T. : Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Seminar on Post-peak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Load, JCI, pp.259-272, 1999,
- Collins, M. P. and Mitchell, D. : Prestressed Concrete Basics, Canadian Prestressed Concrete Institute, 1987
- 8) 山谷 敦:有限要素法による RC 部材のせん
 断挙動に関する研究,山梨大学博士論文,
 2001