論文　粒子法によるコンクリートおよびＲＣはりの非線形解析に関する基礎的研究

別府　万寿博[*1]・園田　佳巨[*2]・玉井　宏樹[*3]

要旨：コンクリート構造物の非線形解析において，構造物が耐荷力を迎えた後のポストピーク挙動の評価が大きな課題となっている。本研究は，メッシュレス法の一つである粒子法をコンクリート構造物の非線形解析へ適用するために基礎的な検討を行ったものである。まず，本研究で用いた粒子法の概要を説明し，コンクリート板の一軸圧縮解析を行い破壊挙動への有効性を検討した。次に，粒子法により曲げ破壊する RC はりの非線形解析を行い，その適用性と解析結果の妥当性を確認した。

キーワード：粒子法，非線形解析，コンクリート，ＲＣはり，構成モデル

1. はじめに

コンクリート構造物の数値解析において，構造物が耐荷力を迎えた後のポストピーク挙動[1)]の評価が大きな課題となっている。このため，コンクリート材料特有の軟化挙動や局所化を表現できる解析手法の開発が行われている。しかし，有限要素法のように領域を要素分割する手法では，解析結果が要素寸法に依存するという問題点も指摘されており，積分型非局所理論[2)]などの適用が試みられている。

構造解析手法のメッシュ依存性を軽減する手法の一つとして，メッシュレス法が提案されている。メッシュレス法の概念は，1994 年に Belytschko らによって Element Free Galerkin Method（EFGM）[3)]として初めて提案された。近年では，EFGM 以外にも Free Mesh 法，Extended FEM，Smoothed Particle Hydrodynamics（SPH）法および Moving Particle Semi-implicit（MPS）法などが提案されている。中でも粒子法に分類される SPH 法や MPS 法は, 計算負荷が比較的小さく，また流体から固体まで統一して解析できる可能性がある。

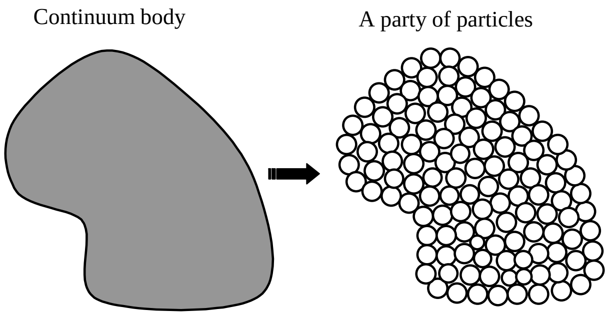
本研究は，MPS 法[4)]に基づいた陽的解析法を用いてコンクリートおよび RC はりの非線形解析を試みたものである。まず，MPS 法に基づいた粒子法の定式化について説明している。次に，粒子法を用いて一軸圧縮を受けるコンクリート板の破壊挙動について検討を行った。最後に，曲げ破壊する RC はりの非線形解析を行い，RC 構造物の非線形解析に対する粒子法の適用性を示したものである。

2. 粒子法の概要

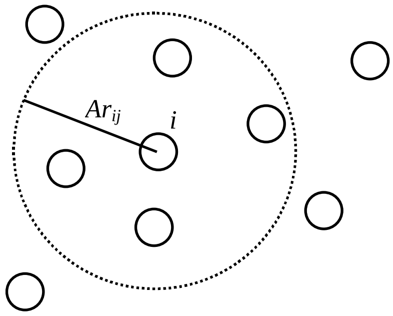
2.1 定式化

粒子法では, 連続体を**図－1** に示すように有限個の粒子によって表し，連続体の挙動を粒子の運動によって計算する。いま，**図－2** に示すように，粒子 i と半径 Ar_{ij} に囲まれた円（影響範囲と呼ぶ）内に存在する粒子を考える。このとき，粒子 i の変位，応力などの物理量は，影響範囲内に存在する粒子との相互作用によって求められる。本研究では，粒子 i に作用する力とモーメントを，粒子間のバネ力を重み付き平均することで求めている。重み関数には様々な形が考えられるが, 本研究では**図－3** および次式の重み関数を用いている。

*1 防衛大学校　システム工学群建設環境工学科講師　博（工）　(正会員)
*2 九州大学　工学研究院建設デザイン部門教授　工博　(正会員)
*3 九州大学　工学府建設システム工学専攻大学院博士後期課程　(正会員)



図－1　粒子法の概念図



図－2　影響半径

$$0 \le r \le Cr_{ij}\ ;\ w_{ij}(r) = 1.0 \tag{1a}$$

$$Cr_{ij} \le r \le Ar_{ij}\ ;$$

$$w_{ij}(r) = \frac{1}{\left\{Cr_{ij}\left(1-\sqrt{\beta}\right)\right\}^2}\left(r - Ar_{ij}\right)^2 \tag{1b}$$

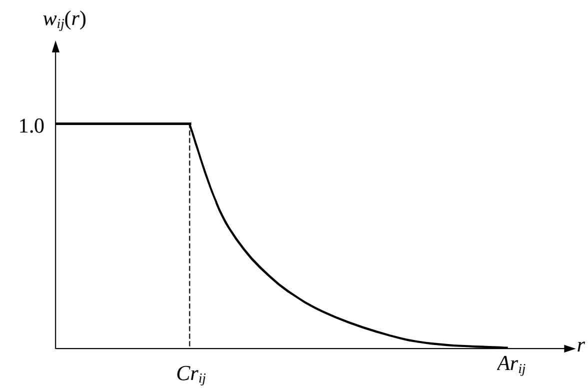
$$Ar_{ij} \le r\ ;\ w_{ij}(r) = 0.0 \tag{1c}$$

ここに, w_{ij} は重みの値, r は粒子 i , j 間の距離, Cr_{ij} は粒子 i , j の半径の和, Ar_{ij} ($=\sqrt{\beta}\times Cr_{ij}$)は影響範囲, β は影響係数を示す。

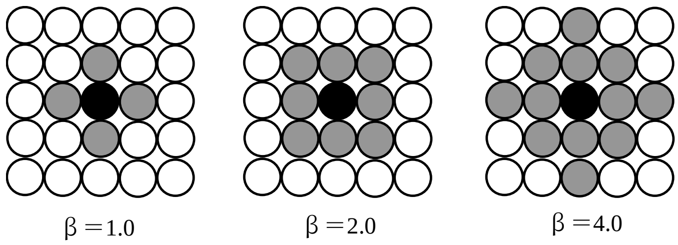
影響係数βによる影響範囲の変化を**図－4** に示す。図中の灰色で示した粒子が, 相互作用の対象となる粒子を表している。これより, **図－4** の直交配列では, 影響係数β=1.0, 2.0, 4.0 に対して影響範囲内の粒子数は 4, 8, 12 となることがわかる。

さて, 粒子 i の水平変位 u , 鉛直変位 v , および回転変位θに関する運動方程式は, 次のように与えられる。

$$m\ddot{u} = F_x \tag{2a}$$
$$m\ddot{v} = F_y \tag{2b}$$
$$I\ddot{\theta} = M \tag{2c}$$



図－3　本研究で用いた重み関数



図－4　影響係数βと相互作用粒子の数

ここに, m は粒子 i の質量, I は慣性モーメント, F_x, F_y, M はそれぞれ相互作用によって粒子 i に生じる x , y , θ方向の力とモーメントを示す。

なお, 式(2)の積分は, 中央差分法により演算を行った。ちなみに, このような動的陽解法を用いても載荷速度を十分に小さくすることで, 静的な解析にも適用できる [5]。

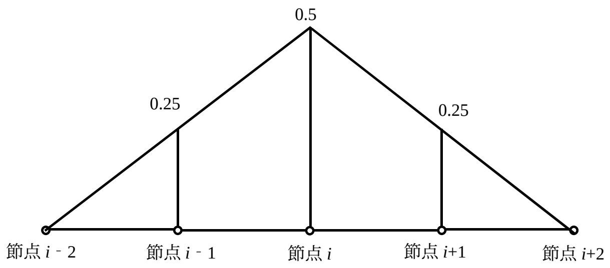
式(2)における x , y , θ方向の力とモーメント F_x, F_y, M は, 粒子 i , j 間の法線方向および接線方向のひずみに剛性を乗じて座標変換した力を重み付き平均して求められる [4]。

$$F_x = \frac{2d}{n_0}\sum_{i=1}^{N}\left[-EA\varepsilon_{ij}\cdot cos\,\alpha_{ij} + GA\gamma_{ij}\cdot sin\,\alpha_{ij}\right]\cdot w_{ij} \tag{3a}$$

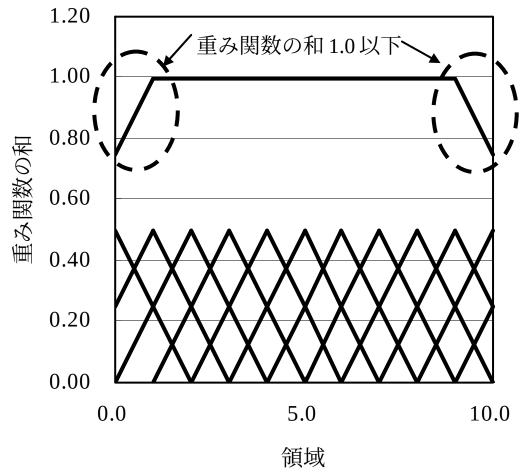
$$F_y = \frac{2d}{n_0}\sum_{i=1}^{N}\left[-EA\,\varepsilon_{ij}\cdot sin\,\alpha_{ij} - GA\,\gamma_{ij}\cdot cos\,\alpha_{ij}\right]\cdot w_{ij} \tag{3b}$$

$$M = -\frac{2d}{n_0}\sum_{i=1}^{N}\left[r_{ij}\cdot GA\gamma_{ij}\right]\cdot w_{ij} \tag{3c}$$

ここに, d は解析の次元, N は影響範囲内の粒子数, ε_{ij} , γ_{ij} は粒子 i , j 間のバネに発生した法線方向および接線方向のひずみ, E , G は材料の弾性係数およびせん断弾性係数, A はバネ



図－5　線形の重み関数

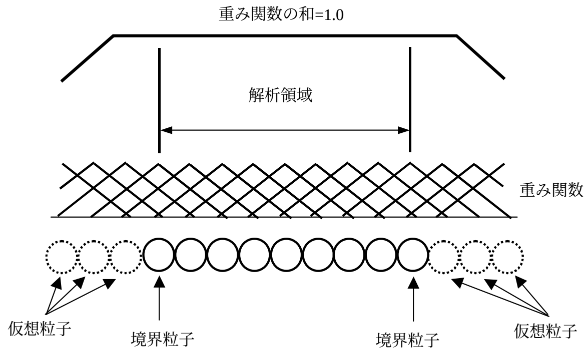


図－6　境界部の問題点

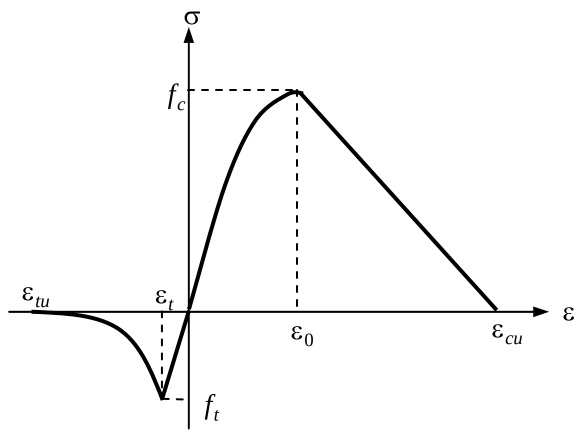
の断面積，r_{ij} は粒子 i，j 間の距離を示す。また，n_0 は影響範囲内に存在する粒子の重み関数の総和であり，次式で定義される。

$$n_0 = \sum_{i=1}^{N} w_{\mathrm{ij}}(r) \tag{4}$$

以上の定式化に基づいて粒子法の解析は行われるが，解析領域の境界近傍において次のような問題が生じる。すなわち，上記の手順で解析領域を離散化したとき，解析領域の境界部において重み関数の総和が 1.0 よりも小さくなるため，数値解が正解へ収束しないことがわかった。一例として，**図－5** に，着目している節点 i から前後 2 個の節点にわたって線形の重みをつけた関数を示す。この関数を用いて領域 0～10.0 間を離散化すると，**図－6** に示すように領域の境界部において重みの総和が 1.0 より小さくなる。そこで，本解析では**図－7** に示すように解析領域外に仮想の粒子を配列することで，解析領域内における重みの総和を調整した。ただし，仮想粒子とは力の相互作用は行わないものとした。



図－7　境界部の処理



図－8　垂直バネの応力～ひずみ関係

2.2 構成モデル

法線方向の垂直バネおよび接線方向のせん断バネの構成モデル[6)]をそれぞれ**図－8,9** に示す。圧縮応力下の垂直バネには，**図－8** および式(5)に示すように垂直応力が圧縮強度 f_c に達するまで放物線とし，その後は圧縮終局ひずみ ε_{cu} に達するまで線形に軟化するモデルを用いた。

$$\sigma = \begin{cases} f_c\left\{\dfrac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2\right\} & (0 \le \varepsilon \le \varepsilon_0) \\[2ex] f_c\dfrac{(\varepsilon_{cu} - \varepsilon)}{(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_0)} & (\varepsilon_0 \le \varepsilon \le \varepsilon_{cu}) \end{cases} \tag{5}$$

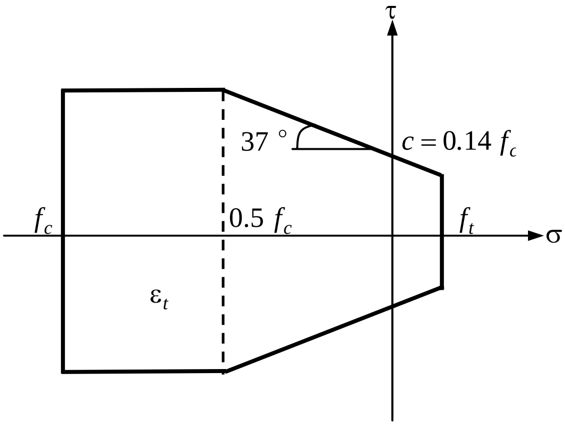
ここに，$\varepsilon_0 = 2f_c / E_c$，$E_c$ はコンクリートのヤング率である。また ε_{cu} は次式で求めている。

$$\varepsilon_{cu} = \frac{2G_{fc}}{f_c h} + \frac{\varepsilon_0}{2} \tag{6}$$

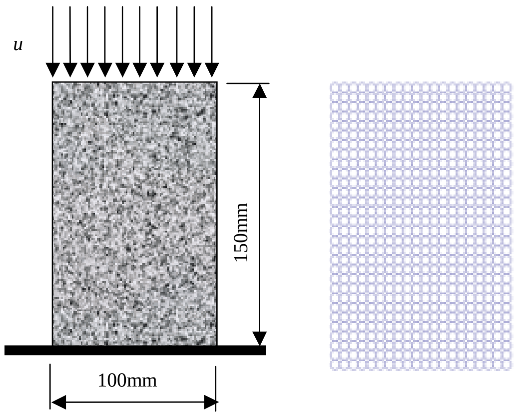
ここに，h は粒子間距離を示す。G_{fc} は圧縮破壊エネルギーで，次式より求めた。

$$G_{fc} = 8.8\sqrt{f_c} \tag{7}$$

引張応力下では，式(8)に示すように引張強度

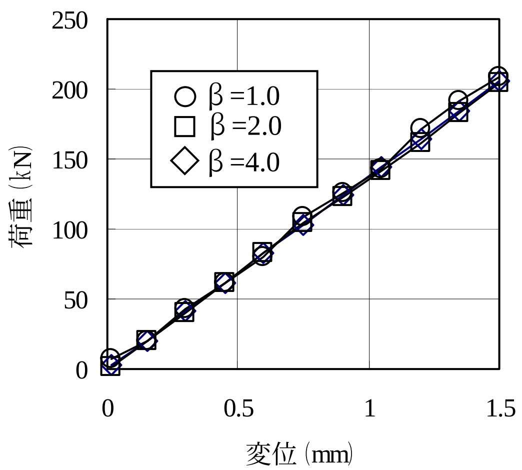


図－9　モール・クーロン型の降伏基準



(a)コンクリート板　　(b)　解析モデル

図－10　一軸圧縮を受けるコンクリート板



図－11　荷重～変位関係（弾性解析）

f_t まで線形とし，その後は徐々に応力が低下するような軟化挙動とした。

$$\sigma = f_t \exp\left[-\frac{5}{\varepsilon_{tu}}\left(\varepsilon - \varepsilon_t\right)\right] \tag{8}$$

ここに，引張終局ひずみ ε_{tu} は，次式で仮定した。

$$\varepsilon_{tu} \approx 5\left(\frac{G_f}{f_t h} - \frac{f_t}{2E_c}\right) \tag{9}$$

引張破壊エネルギー G_f は，コンクリート標準示方書から求めた。

せん断バネに対しては，**図－9** および式(10)に示すモール・クーロン型の降伏基準を用いた。

$$\tau_f = \begin{cases} c - \sigma\tan\phi & (\sigma \geq 0.5\, f_c) \\ c - 0.5\, f_c \tan\phi & (\sigma < 0.5\, f_c) \end{cases} \tag{10}$$

せん断ひずみが 4000 μ を越えた場合には，せん断応力を軟化させた。

3. コンクリート板の一軸圧縮解析

3.1 解析の概要

ここでは，影響係数が破壊モードに与える影響を確認するため，粒子法を用いて一軸圧縮を受けるコンクリート板の破壊挙動解析を行った。**図－10(a)**に，解析の対象とした長方形板を示す。寸法は，縦 150mm，横 100mm，板厚 10mm である。解析モデルは影響係数の影響がわかりやすいように**図－10(b)**に示す格子状の直交配列とし，粒子数 600（粒子直径 5mm）のモデルを作成した。モデルの下端を固定して，上端から変位増分を与えた。解析パラメータは，影響係数βをβ=1.0，2.0 および 4.0 として解析を行った。解析に用いた材料定数を**表－1** に示す。

3.2 解析結果および考察

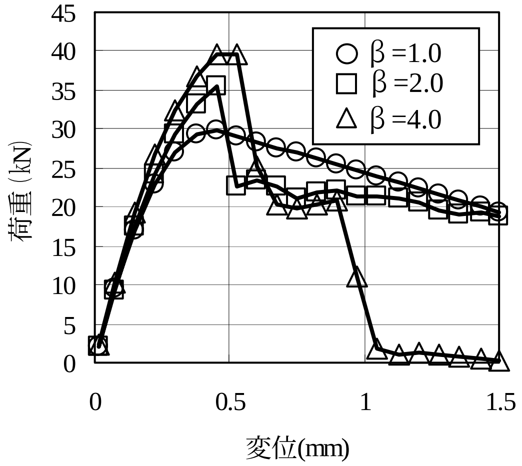
図－11 に弾性解析で得られた荷重～変位関係を示す。これより，影響係数の値によらずほぼ等しい荷重～変位関係を示すことがわかる。次に，非線形解析で得られた荷重～変位関係を**図－12** に，破壊時の変形状況を**図－13** に示す。

まず，影響係数がβ=1.0 の場合は，上下左右の 4 つの粒子から影響を受けるため，基本的に載荷軸方向のみの変形状態となる。したがって，荷重～変位関係は垂直バネの圧縮挙動と同じ性状を示し，その破壊状況は板下部のある列に変形が局所化していることがわかる。

次に，影響係数β=2.0 の場合は，荷重が 35kN まで増加し，最大荷重後は瞬間的に 23kN に低下した後なだらかに低下している。荷重が増加し

表-1　解析に用いた材料定数

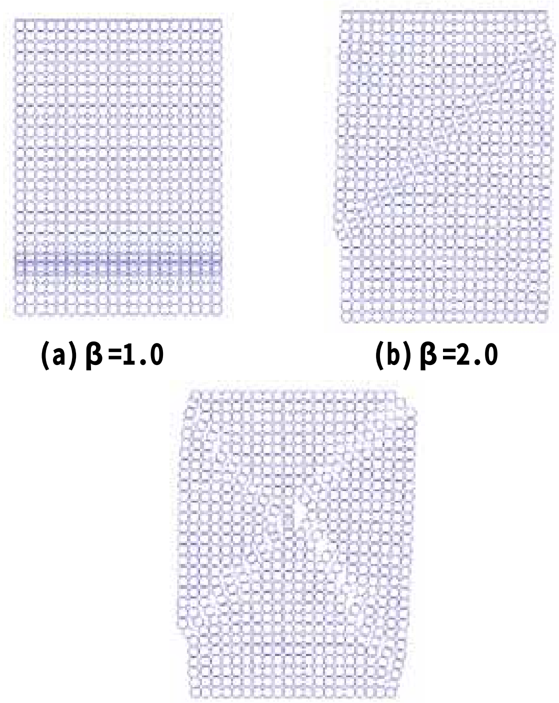
質量密度（g/cm^3）	2.5
ヤング率（$\times 10^3 N/mm^2$）	20
ポアソン比	0.15
圧縮強度（N/mm^2）	30
引張強度（N/mm^2）	3
粗骨材の最大寸法（mm）	10



図－12　荷重～変位関係（非線形解析）

た理由は，影響係数β=2.0 の場合は上下左右の 4 個に加え斜め方向の粒子を考慮して重み付き平均を行うためと考えられる。最大荷重時の破壊状況を**図－13**(b)に示している。このケースでは，最大荷重時に板の右上から左下方向へのずれ変形が生じ，このときに荷重が低下した。破壊面が発生した後は，破壊面のせん断抵抗力で釣合っている。β=4.0 のケースでは，最大荷重は約 40kN となり，最終的には変位 1.1mm で荷重を失っている。最終的な破壊状況を**図－13**(c)に示しているが，このケースでは，×型のせん断破壊面が発生した。

以上の検討より，適切な影響係数を設定することにより，コンクリート材料のずれ変形や破壊を表現できることがわかった。ただし，粒子の寸法，配列が破壊性状にどのような影響を与えるのかについては，今後さらに検討する必要があると考えている。



(a) β=1.0　**(b) β=2.0**

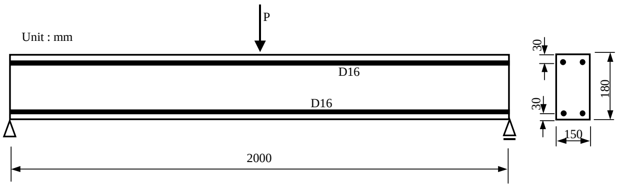
(c) β=4.0

図－13　破壊状況

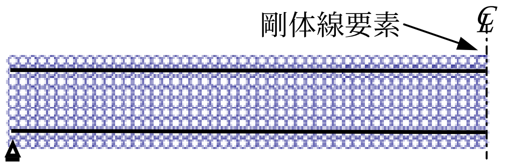
4. 曲げ破壊する RC はりの非線形解析

4.1 解析の概要

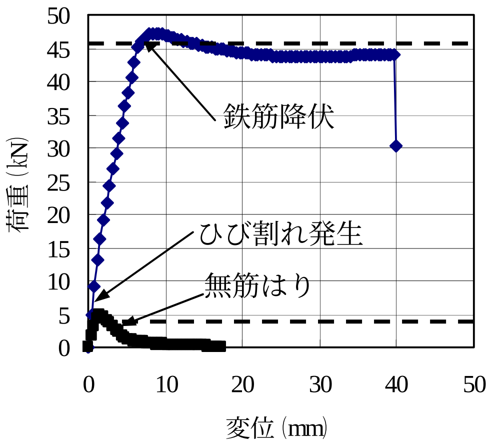
粒子法を用いて曲げ破壊する RC はりの非線形解析を試みた。**図－14** に解析の対象とした RC はりの概要を示す。はりのスパンは 2000mm で，圧縮，引張側ともに D16 鉄筋で補強されている。このはりの中央部に集中荷重を載荷させた。解析モデルを**図－15** に示す。はりの対称性を考慮し，はりの半分のみを粒子数 400 でモデル化した。本解析は，曲げ破壊を対象としており，軸方向の変形挙動および断面内の応力分布を表現できるように直交配列とし，影響係数はβ=1.0 とした。コンクリートの材料特性モデルもこれまでと同じである。鉄筋はトラス要素でモデル化し，完全弾塑性型の構成モデルを適用した。コンクリートと鉄筋は完全付着を仮定している。鉄筋のヤング率は $210\times 10^3 N/mm^2$，降伏応力は $350N/mm^2$ とした。載荷の方法は，**図－15** に示すように載荷部に剛体線要素を配置し，この線要素と粒子間にバネを挿入して下方向に等速運動（速度：1cm/s）させた。なお，このバネに発生するバネ力を荷重として評価した。



図－14　RC はりの概要



図－15　RC はりの解析モデル



図－16　荷重～変位関係

4.2 解析結果および考察

図－16 に，解析で得られた荷重～変形関係を曲げ耐力（点線）と比較して示す。図中には，無筋はりの解析結果も示している。これより，載荷点変位が 3mm を過ぎたあたりから，引張側コンクリートにひび割れが発生し，剛性がやや緩やかになっていることがわかる。変位約 8mm において引張側の鉄筋が降伏し，曲げ耐力とほぼ等しい約 47kN を示した。鉄筋が降伏した後は圧縮側コンクリートが軟化して最終的に変位 40mm において計算が発散した。これらの結果から，粒子法により曲げ破壊する RC はりの非線形挙動を表現できることがわかる。

5. 結言

本研究は，メッシュレス法の一つである粒子法を用いてコンクリートおよび RC はりの非線形解析を試みたものである。本研究で得られた成果を以下に示す。

(1) MPS 法に基づいた粒子法を陽的に定式化するとともに解析領域の境界部に生じる問題点を指摘し，その対策を提案した。

(2) 垂直バネにはコンクリートの一軸特性を，せん断バネにはモール・クーロン型の降伏基準を用いてコンクリート板の一軸圧縮解析を行った。その結果，コンクリートの破壊挙動を表すことができた。

(3) また，曲げ破壊する RC はりの非線形解析を行った。その結果，曲げ破壊する RC はりの特徴を定性的にシミュレートできた。

今後の課題として，影響係数や空間的離散化の精度が解析結果に与える影響を検討する予定である。

参考文献

1) コンクリート構造物のポストピーク挙動解析研究委員会:コンクリート構造物のポストピーク挙動評価と設計への応用，（社）日本コンクリート工学協会，2003.8

2) 権　庸吉，諏訪俊輔，中村光，田辺忠顕：積分型非局所手法による圧縮応力を受けるコンクリートの特性長さの推定，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，No.2，pp.109-114，2004

3) Belytschko, T., Y. Y. Lu, and L. Gu; Element-free Galerkin methods, International Journal for Numerical Methods in Engineering 37, 229-256, 1994

4) 越塚誠一：粒子法，丸善，2005.1

5) 伯野元彦：破壊のシミュレーション，森北出版，1997.10

6) 斉藤成彦，中村光，檜貝勇：剛体－バネモデルを用いた RC パネルのせん断二次破壊に関する解析的研究，土木学会論文集，No.704／V-55，pp.219-234，2002.5