

論文 一軸拘束状態下における膨張コンクリートの仕事量に関する一考察

柴田 要^{*1}・石川 靖晃^{*2}・田辺 忠顕^{*3}

要旨: 本研究では, 鋼材および膨張コンクリート自身の各仕事量について理論的考察を行った。さらに, 既往の研究成果から一軸拘束状態下における膨張コンクリートの仕事量に関する調査を行った。その結果, 従来の仕事量一定則の矛盾点が理論的に確認された。一方で, 鋼材とコンクリート自身の仕事量の和が一定である場合は, 矛盾が生じないことが示された。さらに, 鋼材および膨張コンクリート自身がなされた仕事量の和は, 鋼材の仕事量に比べ鋼材比に依存しないことが確認された。即ち, 鋼材とコンクリート自身の仕事量の和が一定とすることが合理的であることを示した。

キーワード: 膨張コンクリート, 仕事量一定則, 一軸拘束状態下, 文献調査

1. はじめに

膨張コンクリートの変形特性のメカニズムは, 一軸拘束状態下においては辻ら¹⁾によって仕事量一定則という形で提案されている。その際, 膨張コンクリートがなす仕事量は, 鋼材になされた仕事量であるとみなされている。

一方で, 膨張コンクリートは, 鋼材に対してのみ仕事を行うことはなく, 膨張コンクリート自身に対しても仕事をする。しかし, 膨張コンクリート自身の仕事量については, 定量的に評価されていない。さらには, 仕事量一定則についても理論的検討は十分になされていない。

そこで本研究では, まず拘束状態下における鋼材および膨張コンクリート自身の仕事量の関係について理論的考察を行った。さらに, 一軸拘束状態下における膨張コンクリートの仕事量について既往の研究成果を調査することで, 膨張コンクリートが鋼材およびコンクリート自身に及ぼす仕事量について検討を行った。

まず, 図 - 1 に示すような, 構造体 C の中の一部の領域 A , B が化学的に体積変化を生じ, 力学的仕事を外部になした場合を考える。また, V および \bar{V} はそれぞれ A および A 以外の領域の体積とする。このとき, 領域 A が外部になした仕事増分 $d\xi$ は, 次式で表される。

$$d\xi = \oint Rds = \int_V \sigma d\varepsilon d\bar{V} + \sum P_i du_i \quad (1)$$

ここで, R および s は領域 A から A 以外の領域に作用する力および変位ベクトルであり, σ および ε はそれぞれ応力および全ひずみテンソル, P_i および du_i はそれぞれ点 i における外力および変位ベクトルである。全ひずみテンソル ε は応力依存性ひずみ成分 ε_e と無拘束状態下での自由体積変化ひずみ成分 ε_{che} の和で構成される。

逆に, 領域 A には A 以外の領域から反力 $-R$ を受け, 構造体から $-d\xi$ の仕事になされ, 次式が成立する。

$$\begin{aligned} -d\xi &= \oint -Rds = \int_V \sigma d\varepsilon dV \\ &= \int_V \sigma (d\varepsilon_e + d\varepsilon_{che}) dV \\ &= \int_V \sigma d\varepsilon_e dV + \int_V \sigma d\varepsilon_{che} dV \end{aligned} \quad (2)$$

2. 仕事量一定則に関する理論的考察

2.1 一般的な拘束状態下における膨張コンクリートの仕事量の関係に関する理論的考察

*1 名城大学大学院 理工学研究科建設システム工学専攻 (正会員)

*2 名城大学 理工学部建設システム工学科 工博 (正会員)

*3 社会基盤技術評価支援機構 中部 工博 (正会員)

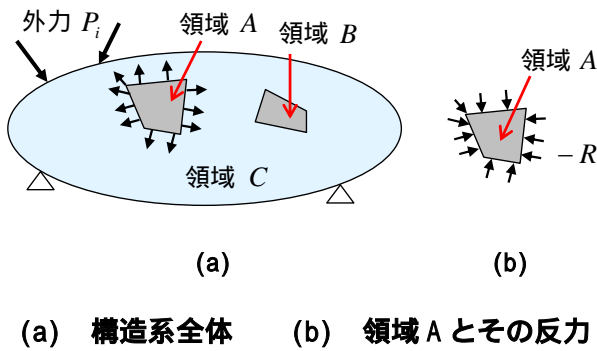


図 - 1 化学的な体積変化が生じる構造系

但し、式(2)の最後の右辺第一項は領域 A 内部の仕事増分 $d\xi_e$ とする。さらに、第二項は自由膨張変形が応力に対してなす仕事であり、以降化学エネルギー $-d\xi_{che}$ と称する。これより式(2)は次式に書き換えることができる。

$$d\xi_{che} = d\xi + d\xi_e \quad (3)$$

式(3)より、化学エネルギー ξ_{che} は領域外部になされた仕事 ξ と領域自身の内部に蓄えられる仕事量 ξ_e の和となっていることがわかる。

辻らによれば拘束鋼材等の仕事量 $d\xi$ が一定となることが一軸拘束状態で示されている。しかし、その仕事量は、拘束鋼材に導入された仕事量であって、その反力としてコンクリートに導入されたコンクリートの応力によるコンクリート内の仕事量 $d\xi_e$ については無視している。

2.2 従来の仕事量一定則の理論的な矛盾点

前節において ξ_e を無視し、 ξ を一定とすると、数値解析上、解が唯一に求まらないという重大な欠陥が生じる一方で、 $\xi + \xi_e$ 即ち ξ_{che} を一定とすると、数値解析上矛盾の無い唯一解が求まることが判明した。その実例として、構造系が図 - 2 に示すような鋼材と膨張コンクリートから成る一軸拘束体を考える。

ここでは、膨張コンクリートの部分(長さ ℓ)において、体積領域 $\alpha\ell$ がまず先に膨張し、続いて時間差を置いて $(1-\alpha)\ell$ の部分が膨張することを考える。ここで、 α は膨張コンクリートの体積比率を表す係数とする。これは数値解析上

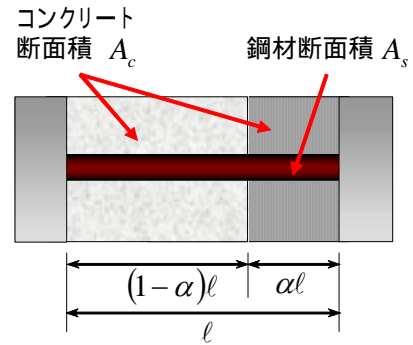


図 - 2 鋼材による一軸拘束体

ℓ の区間のコンクリートの膨張計算を二度に分けて行うことを意味している。また、コンクリートはヤング係数が一定である弾性体であり、膨張だけが生じると仮定する。

化学エネルギー ξ_{che} が一定の場合、二度に分けようが、どの区間が先に膨張しようが、全ての区間が膨張終了したときの発生応力は一定となる。しかし、領域外部になした仕事、即ち鋼材になした仕事 ξ が一定である場合、どの区間が先に膨張するかによって最終的に発生する応力は異なる。つまり α の大きさによって無数の異なる応力解が生じることになる。これは数値解析上、膨張現象の極めて小さな時間差によって応力解が異なり、実際には唯一解が求まらないことを示唆している。以下、その例を述べる。

(1) ξ_{che} が一定である場合

ここでは、この構造において ξ_{che} が一定とした場合に α の如何に係らず最終的に発生する応力解が一定となることを示す。まず、 $\alpha\ell$ 部分のコンクリートが先に膨張することを考える。このとき、力の釣合いより任意断面において式(4)が成立する。

$$\rho\sigma_s + \sigma_c = 0 \quad (4)$$

ここで、 ρ は鋼材比、 σ_c および σ_s は任意断面におけるコンクリートおよび鋼材の応力である。さらにひずみの適合条件から任意断面において

$$\varepsilon_s = \varepsilon_e + \alpha\varepsilon_{che} \quad (5)$$

が成立する。ここで ε_s 、 ε_e および ε_{che} は、それ

ぞれ鋼材の軸ひずみ，コンクリートの弾性軸ひずみおよび自由膨張による初期軸ひずみである。コンクリートおよび鋼材のヤング係数をそれぞれ E_c および E_s とすると

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s, \quad \sigma_c = E_c \varepsilon_e \quad (6)$$

となる。式(4)(5)(6)から

$$\varepsilon_s = \frac{\alpha}{1+n\rho} \varepsilon_{che}, \quad \varepsilon_e = -\frac{\alpha n\rho}{1+n\rho} \varepsilon_{che} \quad (7)$$

が得られる。但し， $n = E_s / E_c$ である。

膨張した αl 部分のコンクリートが $(1-\alpha)l$ 部分のコンクリートおよび鋼材になした仕事 $\xi_{\alpha \rightarrow (1-\alpha)}$ は次式で与えられる。

$$\xi_{\alpha \rightarrow (1-\alpha)} = \alpha l A_c \int \sigma_c (d\varepsilon_e + d\varepsilon_{che}) \quad (8)$$

ここで A_c はコンクリートの断面積である。式(8)右辺第 2 項は αl 部分の化学エネルギー $-\xi_{che,\alpha}$ である。即ち次式が成り立つ。

$$\xi_{che,\alpha} = -\alpha l A_c \int \sigma_c d\varepsilon_{che} \quad (9)$$

式(9)に式(6)(7)を代入し積分すると次式となる。

$$\xi_{che,\alpha} = \frac{\alpha^2 n\rho E_c A_c l}{2(1+n\rho)} \varepsilon_{che}^2 \quad (10)$$

もし， $\xi_{che,\alpha}$ が一定であるとする，初期ひずみは式(10)で与えられる。ここで，符号マイナス(-)は収縮エネルギーに対応する。

$$\varepsilon_{che} = \pm \sqrt{\frac{2(1+n\rho)\xi_{che,\alpha}}{\alpha^2 n\rho E_c A_c l}} \quad (11)$$

従来，初期ひずみは拘束条件によらない量として取り扱われていたが，仕事量一定則を用いると初期ひずみは一定値の平方根で表現され，さらに周囲の拘束状態に依存することを式(11)は示している。式(7)(10)を式(6)に代入すると発生するコンクリート応力 $\sigma_{c(\alpha)}$ は次式となる。但し，式(12)の複号は式(11)と同順である。以降の複号についても同様である。

$$\sigma_{c(\alpha)} = \mp \sqrt{\frac{2n\rho E_c \xi_{che,\alpha}}{(1+n\rho)A_c l}} \quad (12)$$

次に，引き続いて $(1-\alpha)l$ 部分のコンクリートが膨張することを考える。このとき，既にこの部分には先の $\sigma_{c(\alpha)}$ が作用している。このとき αl 部分のコンクリートおよび鋼材になした仕事は式(9)を参考にすると次式で表される。

$$\begin{aligned} \xi_{(1-\alpha) \rightarrow \alpha} &= (1-\alpha)l A_c \int (\sigma_{c(\alpha)} + \sigma_c^*) d\varepsilon^* \\ &= (1-\alpha)l A_c \int (\sigma_{c(\alpha)} + \sigma_c^*) d\varepsilon_e^* \\ &\quad + (1-\alpha)l A_c \int (\sigma_{c(\alpha)} + \sigma_c^*) d\varepsilon_{che}^* \end{aligned} \quad (13)$$

ここで，上付き添え字*は $(1-\alpha)l$ 部分のコンクリートが膨張する際に生じる量を表している。式(13)右辺第 2 項は $(1-\alpha)l$ 部分の化学エネルギー $-\xi_{che,(1-\alpha)}$ である。即ち，次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \xi_{che,(1-\alpha)} &= -(1-\alpha)l A_c \int (\sigma_{c(\alpha)} + \sigma_c^*) d\varepsilon_{che}^* \\ &= -(1-\alpha)l A_c \sigma_{c(\alpha)} \varepsilon_{che}^* \\ &\quad - (1-\alpha)l A_c \int \sigma_c^* d\varepsilon_{che}^* \end{aligned} \quad (14)$$

また，このときの任意断面におけるひずみの適合条件は次式となる。

$$\varepsilon_s^* = \varepsilon_e^* + (1-\alpha)\varepsilon_{che}^* \quad (15)$$

また，力の釣合い条件から

$$\rho\sigma_s^* + \sigma_c^* = 0 \quad (16)$$

式(16)は，さらに式(6)と同様に

$$\sigma_s^* = E_s \varepsilon_s^*, \quad \sigma_c^* = E_c \varepsilon_e^* \quad (17)$$

が成立する。式(15)(16)(17)より式(18)となる。

$$\varepsilon_s^* = \frac{1-\alpha}{1+n\rho} \varepsilon_{che}^*, \quad \varepsilon_e^* = -\frac{(1-\alpha)n\rho}{1+n\rho} \varepsilon_{che}^* \quad (18)$$

式(12)(17)および式(18)を式(14)に代入し積分すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ce}^* &= \pm \sqrt{\frac{2n\rho \xi_{che,\alpha}}{(1+n\rho)E_c A_c l}} \\ &\quad \mp \sqrt{\frac{2n\rho(\xi_{che,\alpha} + \xi_{che,(1-\alpha)})}{(1+n\rho)E_c A_c l}} \end{aligned} \quad (19)$$

最終的に発生するコンクリート応力 σ_{cT} は

$$\sigma_{cT} = \sigma_{c(\alpha)} + \sigma^* \quad (20)$$

となる。式(12)(17)(19)を式(20)に代入すると次式が得られる。

$$\sigma_{cT} = \mp \sqrt{\frac{2n\rho E_c (\xi_{che,\alpha} + \xi_{che,(1-\alpha)})}{A_c \ell}} \quad (21)$$

$\xi_{che,\alpha} + \xi_{che,(1-\alpha)}$ は一定値であるため、式(21)の最終的に発生するコンクリート応力 σ_{cT} は α に依らず一定値となる。即ち、実際現象に矛盾しない解が得られることがわかる。

(2) ξ が一定である場合

次に ξ を一定にした場合、即ち従来から提案されている仕事量一定則であるが、矛盾が生じることを前述の構造系にて示す。

まず、前の例に倣って $\alpha\ell$ 部分のコンクリートが先に膨張することを考える。このとき、力の釣合い条件および変形の適合条件および仕事の考え方は式(4)～式(8)と同様であるが、式(9)の左辺が一定である。式(10)を書き換えると次式となる。

$$\xi_\alpha = -\alpha l A_c \int \sigma_c (d\varepsilon_e + d\varepsilon_{che}) \quad (22)$$

ここで、 ξ_α は $\alpha\ell$ 部分のコンクリートが鋼材になした仕事である。現在まではこれが化学エネルギーであると考えられている。式(22)に式(6)(7)を用いて積分すると、最終的に

$$\sigma_{c(\alpha)} = \mp \sqrt{\frac{2n\rho E_c \xi_\alpha}{\{1+n\rho(1-\alpha)\} A_c \ell}} \quad (23)$$

が得られる。次に、引き続いて $(1-\alpha)\ell$ 部分のコンクリートが膨張することを考える。式(14)を書き換えると次式となる。

$$\xi_{1-\alpha} = -(1-\alpha)l A_c \times \int (\sigma_{c(\alpha)} + \sigma_c^*) (d\varepsilon_{ce}^* + d\varepsilon_{che}^*) \quad (24)$$

ここで $\xi_{1-\alpha}$ は $(1-\alpha)\ell$ 部分のコンクリートが他の部分になした仕事である。力の釣合い条件および適合条件は式(15)～式(18)および式(20)と同様である。式(17)(18)を式(24)に代入して積分

し、さらに式(20)に代入すると最終的に発生する応力 σ_{cT} は次式で得られる。

$$\sigma_{cT} = \mp \sqrt{\frac{2n\rho E_c}{A_c \ell} \left\{ \frac{\xi_\alpha}{1+n\rho(1-\alpha)} + \frac{\xi_{1-\alpha}}{1+n\rho\alpha} \right\}} \quad (25)$$

発生するコンクリート応力は、 $\xi_\alpha + \xi_{1-\alpha}$ が一定であっても α に依存することは明白である。

簡単な例として、膨張のみを考え、かつ $\xi_\alpha = K\alpha$ 、 $\xi_{1-\alpha} = K(1-\alpha)$ と α に比例させた仕事量を与えることにする。さらに簡単のため $n=1$ 、 $\rho=1$ であるとする。このとき、式(25)の σ_{cT} は $\alpha=0$ あるいは $\alpha=1$ で最大値

$$\sigma_{cT,\max} = \sqrt{2E_c K / (A_c \ell)} \quad (26)$$

となり、 $\alpha=0.5$ において最小値

$$\sigma_{cT,\min} = \sqrt{4E_c K / (3A_c \ell)} \quad (27)$$

となる。この理由は、最初の膨張で発生した初期応力によって後の膨張仕事が増加するためである。いずれにしても、 α によって解が無数に存在し、このことは現象と矛盾する。

3. 既往の研究結果に基づいた膨張コンクリートの仕事量に関する調査分析

3.1 分析方法

上記により、鋼材の仕事よりも、むしろ鋼材とコンクリート自身の仕事量の和が一定であるとき矛盾が生じないことが理論的に証明された。

一方で、実際現象においてそのことが成立するかどうか検討する必要がある。そこで、鋼材および膨張コンクリート自身の各仕事量について既往の研究結果に基づく分析検討を行った。膨張コンクリートに関する実験的研究の多くは一軸拘束試験に基づいている。まず、既往の研究結果に対するデータベースの構築を行った。データベース項目は鋼材ひずみおよび膨張コンクリートのヤング係数の経時変化である。調査の対象は、三谷ら²⁻⁴⁾、百瀬ら⁵⁾による文献から抽出した全57ケースである。次に、これらの値を基に鋼材およびコンクリートの仕事量の経時

変化を算定した。鋼材の仕事量 U_s は式(28)から得られる。

$$U_s = \frac{1}{2} \rho E_s \varepsilon_s^2 \quad (28)$$

但し, ρ は鋼材比, E_s は鋼材のヤング係数, ε_s は鋼材ひずみである。

一方, コンクリートの弾性ひずみおよび応力を直接測定している研究事例は殆ど無いため, コンクリートの仕事量については直接求めることはできない。そこで本研究では, コンクリートのヤング係数を E_c および式(4)を用いて, 膨張コンクリートの仕事量 U_e を間接的に式(29)で求めた。

$$\begin{aligned} U_e &= \sum \sigma_c \Delta \varepsilon_e = \sum -\rho \sigma_s \Delta \varepsilon_e \\ &= \sum -\rho E_s \varepsilon_s \frac{\Delta \sigma_c}{E_c} \\ &= \sum \rho E_s \varepsilon_s \frac{\rho \Delta \sigma_s}{E_c} \\ &= \sum \rho^2 \frac{E_s^2}{E_c} \varepsilon_s \Delta \varepsilon_s \end{aligned} \quad (29)$$

但し, σ_c および σ_s は任意断面におけるコンクリートおよび鋼材の応力, ε_e は, コンクリートの弾性軸ひずみである。

多くの実験では, 膨張コンクリートのヤング係数は測定されるため, この方法により間接的に U_e を得ることができる。

3.2 仕事量に関する検討

まず, 図 - 3 は鋼材の仕事量 U_s および鋼材および膨張コンクリートの仕事量の和 $U_s + U_e$ における経時変化の一例を示したものである。なお, U_s および $U_s + U_e$ は異なっていることは明らかであり, 膨張コンクリート自身の仕事量が生じていることが認められた。この傾向は, 他のすべてのケースにおいても同様であった。

この結果より U_s および $U_s + U_e$ と鋼材比の関係について検討を行った。図 - 4, 5 は, U_s および $U_s + U_e$ と鋼材比の関係についてそれぞれ示したものである。なお, 各仕事量については十分材齢が経過し一定となったときの値とし

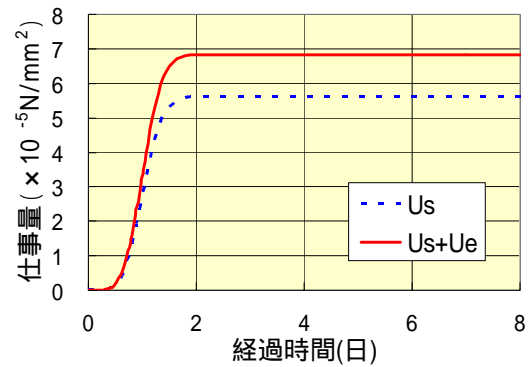


図 - 3 鋼材およびコンクリートの仕事量の経時変化の一例

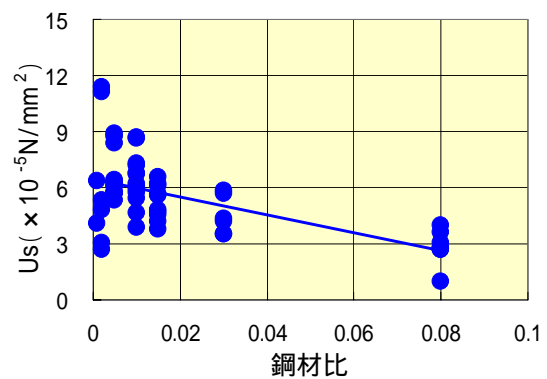


図 - 4 鋼材の仕事量と鋼材比の関係

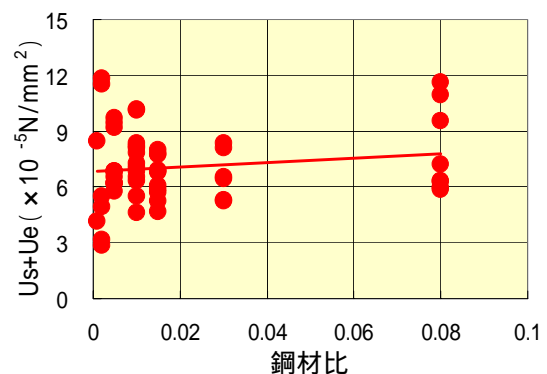


図 - 5 鋼材および膨張コンクリートの仕事量の和と鋼材比の関係

ている。なお, 4 つの文献を対象にまとめた理由は, 配合, 使用材料ともほぼ同じであることが挙げられる。各ケースの実験結果は一定温度下において得られているが, 全ケースを通して見ると環境温度は 20~60 の範囲にある。本研究では温度毎に区分せずに各種仕事量と鋼材

表 - 1 各仕事量と鋼材比の補間直線の傾き
(単位は $10^{-5}N/mm^2$)

	U_s/ρ	$(U_s + U_e)/\rho$
傾き	-47.96	12.06
相関係数	0.598	0.155

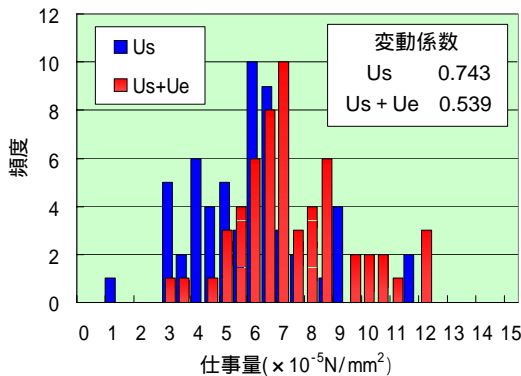


図 - 6 各仕事量における度数分布と変動係数

比のポイントをプロットしている。また、それぞれの仕事量と鋼材比との関係を最小二乗法により直線近似した仕事量と鋼材比の補間直線は図中に示されている。この補間直線の傾きが小さいほど鋼材比の変化による仕事量によらず一定であることを示唆している。表 - 1 に示すように鋼材および膨張コンクリートの仕事量の和と鋼材比の傾きは鋼材のみの仕事量の場合に比べると小さいことがわかる。しかし、その有意性についてはこれらの情報のみでは分からない。

図 - 6 は、各仕事量の度数分布を示しているが、鋼材および膨張コンクリートの仕事量の変動係数は、鋼材のみの仕事量のそれに比べ小さいことがわかる。従来では、鋼材比 4% 以上の条件では仕事量一定則が成立しないとされているが、以上の結果より鋼材および膨張コンクリートの仕事量の和は、鋼材比に拘らず一定性を保っていると考えられる。

4. まとめ

以上より以下の結論を得る。

- 従来の仕事量一定則は、化学体積変化する構造体自身に蓄積される仕事量を無視していることを理論的に明らかにした。

- 従来の仕事量一定則を適用すると、膨張エネルギーが同じであるにもかかわらず、応力解が無数に存在するといった矛盾が生じる一方、提案した仕事量一定則には、この矛盾は生じないことを示した。
- 既往の研究結果に基づいた一軸拘束状態下における膨張コンクリートの仕事量に関する調査分析を行った結果、鋼材比に依らず提案された仕事量一定則は成立するといえることが示唆された。

以上より膨張コンクリートにおいては、鋼材の仕事量が一定であるという考え方よりもむしろ鋼材と膨張コンクリート自身に蓄積された仕事量の和が一定であるという考え方が合理的であるといえる。この考え方を基にした三次元 FEM による膨張コンクリートの応力解析手法が開発され数値解析も実施されている。このことについては次報にて報告したいと考えている。

参考文献

- 辻幸和：ケミカルプレストレスおよび膨張分布の推定方法，コンクリート工学，vol.19，No.16，pp.99-104，1981
- 三谷裕二ほか：マス養生温度履歴下における膨張コンクリートの応力評価手法，コンクリート工学年次論文集，Vol.28，No.1，pp.1295-1300，2006
- 三谷裕二ほか：膨張コンクリートのマス養生温度履歴を考慮した膨張応力算定法，コンクリート工学年次論文集，Vol.27，No.1，pp.1141-1146，2005
- 三谷裕二ほか：マス養生温度下における膨張コンクリートの膨張応力評価法について，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，No.1，pp.225-230，2004
- 百瀬晴基ほか：低熱ポルトランドセメント及び膨張材を用いたコンクリートの膨張収縮挙動に関する研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.26，No.1，pp.495-500，2004