

論文 凍結及び融解時におけるモルタルの変形挙動解析

大岩 祐司*1・佐藤 靖彦*2・上田 多門*3・松本 浩嗣*4

要旨：本研究において、剛体バネモデル解析法を用いた、モルタルの凍結融解時の変形挙動の解析方法を開発した。その手法は、固相、液相、気相の3相を考えた熱水分同時移動方程式に基づきモルタル内の温度、水分量、氷の量(含氷率)を求め、得られた温度と氷の膨張によるひずみを初期ひずみとして剛体バネモデル解析法に引き渡し、モルタルの凍結及び融解時の変形挙動を求めるものである。

キーワード：凍結融解、熱・水分同時移動方程式、化学ポテンシャル、含氷率、RBSM

1. はじめに

近年、剛体バネモデルを用いたメソスケール解析法のコンクリート部材の耐久性問題への有用性が示されつつある¹⁾²⁾。本研究において、剛体バネモデル解析法によるモルタルの凍結融解挙動の予測を試みる。

常温下での塩分浸透問題や乾燥収縮問題では、物質移動を拡散方程式により表現する方法が一般的である。しかし、凍結融解のように、温度が刻々と変化する状況下での水分移動を論じようとする場合、拡散方程式を利用することはできない。そこで、本研究では、気相・液相・固相の3相を考慮できる熱・水分同時移動方程式³⁾⁴⁾により、モルタル内の温度分布、水分分布、含氷率を求めることにした。本研究では、熱・水分同時移動方程式より得られた温度より温度ひずみを、また含氷率より凍結時の膨張ひずみを求め、それらひずみを剛体バネ解析法に初期ひずみとして与えることにより、凍結融解時のひび割れの進展性状や変形状を再現する解析法を開発する。

2. 解析手法

2.1 物資移動解析

(1) 熱・水分同時移動方程式

実際の現象では温度と水分は、常に影響しあっていると考えるのが妥当である。常温下での塩分浸透問題や乾燥収縮問題では、物質移動を拡散方程式により表現する方法が一般的であるが、凍結融解のように、温度が刻々と変化する状況下での水分移動を論じようとする場合、拡散方程式を利用することはできない。

本研究では、**Fig.1**に示すような水分収支と熱収支式に基づき誘導した熱・水分同時移動方程式を支配方程式として用い、モルタル内部の温度分布と水分分布を求める。その熱・水分同時移動方程式を式(1)及び(2)に示す。

$$\begin{cases} \rho_i \frac{\partial \psi}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial t} = \nabla \cdot \{ \lambda_{\mu} (\nabla \mu) \} + \nabla \cdot \{ \lambda_T \nabla T \} & (1) \\ C \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \{ (\lambda + R \lambda_{T_g}) \nabla T \} + \nabla \cdot \{ R \lambda_{\mu} (\nabla \mu) \} & (2) \end{cases}$$

ここに、 μ は水分化学ポテンシャル (J/kg)、 ρ は各密度 (kg/m³)、 T は温度 (°C)、 C は比熱

*1 北海道大学大学院 維持管理システム研究室 (正会員)

*2 北海道大学大学院 維持管理システム研究室助教授 工博 (正会員)

*3 北海道大学大学院 維持管理システム研究室教授 工博 (正会員)

*4 北海道大学大学院 維持管理システム研究室 (正会員)

(J/kg°C), t は時間 (sec), Ψ は含水率 (m^3/m^3), λ は熱伝導率 (W/mK), λ_μ はポテンシャル勾配による水分伝導率 (kg/ms), λ_T は温度勾配による水分伝導率 (kg/msK), λ_{Tg} は温度勾配に対する気相水分伝導率 (kg/msK), $\lambda_{\mu g}$ はポテンシャル勾配による気相水分伝導率 (kg/msK), R は蒸発熱 (J/kg) である。

この式では、水分移動に関して、水分化学ポテンシャルが用いられており、液相水分については履歴を考えず、含水率に対応する水分化学ポテンシャルは一意に定まるとしている。また、液相と気相の水分は局所平衡しているものと考えている。式(2)における未知変数は、 μ (化学ポテンシャル)と T (温度)のみなので、2つの式を連立することで任意の時間における温度と水分を求めることができる。通常、気相と液相の2相系であれば、含水率に対応する水分化学ポテンシャルは一意に定まるが、本研究のように、3相系を扱う場合には、含水率により支配方程式を記述することはできず、化学ポテンシャルが必要となる。なお本研究では、前進差分により支配方程式を離散化し数値計算を行った。

(2) 3相系の移動方程式

材料内で水分の凍結や融解が生じる場合は水分が氷(固体)となるので、3相系の移動方程式を用いる必要がある。以下、式(3), 式(4), 式(5)に3相系の移動方程式⁴⁾を示す。また、Fig.2に3相系の概念図を示す。

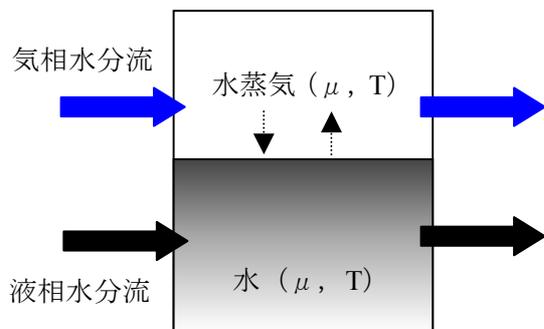


Fig.1 2相系水分収支の概念図

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_l \frac{\partial \mu}{\partial t} &= \nabla \cdot \{ \lambda_{\mu} (\nabla \mu) \} + \nabla \cdot (\lambda_T \nabla T) \frac{\partial \rho_l \Psi_l}{\partial t} & (3) \\ C\rho \frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla \cdot \{ (\lambda + R\lambda_{Tg}) \nabla T \} + \nabla \cdot \{ R\lambda_{\mu g} (\nabla \mu) \} & (4) \\ &+ H_{li} \frac{\partial \rho_l \Psi_l}{\partial t} \\ \mu &= H_{li} \log_e \left(\frac{T}{T_0} \right) & (5) \end{aligned} \right.$$

ここに、 H_{li} は融解熱、 Ψ_l は含水率、 T_0 は自由水の凍結温度(0°C)である。

式(3), 式(4)は熱・水分同時移動方程式の収支式に氷の分を足し合わせたものになっている。このままでは未知数が温度、化学ポテンシャル、含水率の3つで式が2つなので解くことができない。そこで、式(5)を使うことによって式が3つとなり解くことができる。式(5)は凍結条件式と呼ばれ、材料内の化学ポテンシャル μ と凍結温度の平衡関係式である。凍結条件は化学ポテンシャルが大きいほど、つまり水分が多いほど凍結しやすい。

式(3), 式(4), 式(5)を導出するにあたり、以下の仮定が置かれている。

- (A)材料内の水分は局所平衡しているものとする。
- (B)材料内の材料実質部の移動速度は 0, すなわち氷の生成による毛細管構造の変形は十分小さく、水分移動への影響はない。
- (c)履歴現象, 過冷却現象は存在しない。
- (d)液水が凍結する際の体積増は考慮しない。

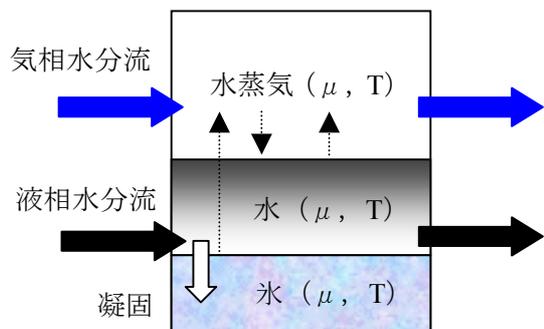


Fig.2 3相系水分収支の概念図

さらに、材料内の空隙が氷と水で飽和、もしくは氷で飽和している場合は水分の移動の条件を変える必要がある。水と氷で飽和している場合には気相水分は流入できないが液相水分は流入できる。したがってポテンシャルを計算する際は気相水分の方向によって場合分けする必要がある。また、氷で飽和している場合は気相、液相ともに流入できないので、気相水分と液相水分どちらの方向によっても場合分けする必要がある。なお、飽和状態では、氷の圧力変化が結氷温度に影響を与えるものとも考えられるが、本研究では、その影響は大きくないと考えた。

3 相系の移動方程式を用いて含氷率を計算する際も 2 相系のときと同様に前進差分により支配方程式を離散化し数値計算を行った。

2.2 変形挙動解析

(1) 剛体バネモデル解析法

剛体バネモデル解析法（以下、RBSM）は、川井らによって開発された離散解析手法である⁵⁾。個別要素法などの一般的な離散解析と比べて、RBSM は微小変形問題に適している。

RBSM では、解析対象は多角形要素に分割され、各要素の境界面はバネで連結される。各要素の重心は、鉛直、水平、回転方向に対する 3 つの自由度を持つ。Fig.3 に示すように、要素の境界面には直方向、せん断方向にバネが連結されている。ここに、 k_n 、 k_s は垂直バネ、せん断バネの弾性係数である。ひび割れは要素の境界面に沿って発生するため、要素形状が破壊の進展方向に影響する。これを避けるため、要素分割に Voronoi 分割 (Fig.4) を用い、要素形状にランダム性を与えた。

解析においては、仮想仕事の原理より剛性マトリクスを構成し、修正 Newton-Raphson 法を非線形計算に用いた。各要素に生じる残差力の 2 乗和と内力の 2 乗和との比が 10^{-5} となったときを収束判定としているが、400 回を収束計算の最大回数と設定しており、繰返し回数が 400 回に達した時点で次のステップへ移行する。また、

収束計算終了後に各要素に生じている残差力は、次ステップに足し合わせている。

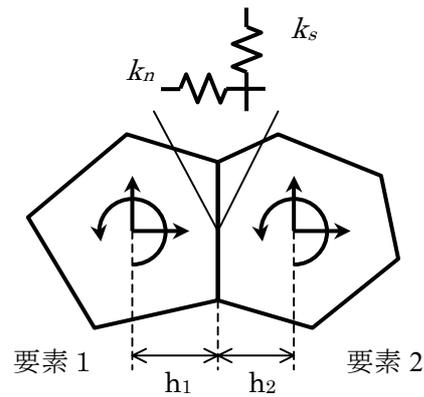


Fig.3 モデル図

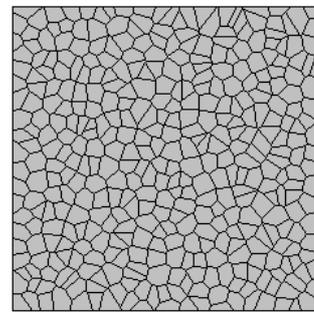


Fig.4 Voronoi 分割図

(2) 連結バネの構成則

長井らは、巨視的な弾性係数、ポアソン比とメソレベルにおける弾性係数、ポアソン比との関係を定めた⁶⁾。垂直バネおよびせん断バネは、引張強度または τ_{max} 基準に達するまで弾性である。垂直バネの応力-ひずみ関係を Fig.5 に示す。圧縮域においては完全弾性となる。垂直バネの応力が引張強度 f_{elem} に達したときバネは破壊し、その後ひび割れ幅に対して線形の軟化挙動を持つ。本研究では最大ひび割れ幅を 0.03mm とした。また、原点と結ぶ直線を除荷・再載荷経路としている。せん断バネの応力-ひずみ関係に関しては、垂直バネが未破壊の場合は Fig.6 に示す弾塑性挙動となる。 τ_{max} は垂直バネの状態によって定められる。垂直バネ破壊後は Fig.7 に示す構成則に従うものとした。なお、 γ はせん断変位である。

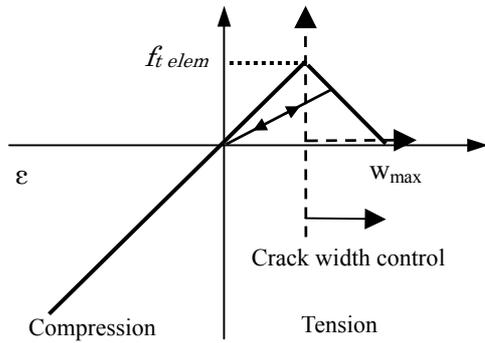


Fig.5 垂直バネモデル

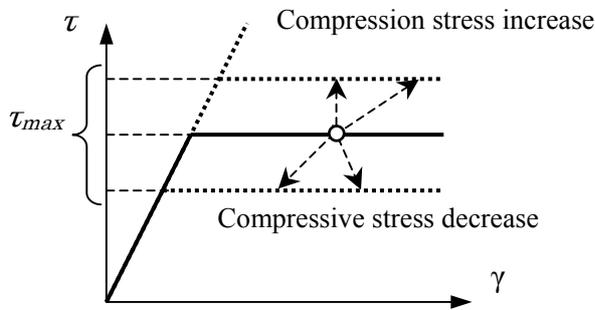


Fig.6 せん断バネモデル

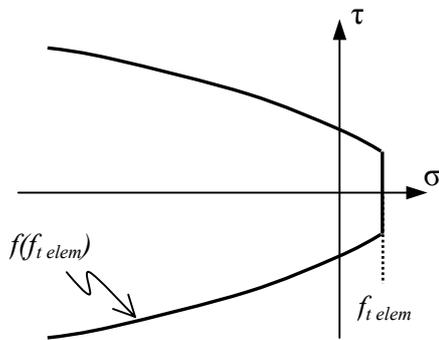


Fig.7 モルタルの τ_{max} 構成則

(3) 初期ひずみ

本研究では温度と氷の生成による影響を、RBSM において垂直バネに初期ひずみとして代入する方法により考慮することとした。ここでいう初期ひずみとは応力を発生しないひずみのことで、周りに拘束されてはじめて応力が発生するものである。つまり、もしバネの両端が自由端ならば、バネは伸びもしくは収縮だけを

じ、応力は発生しない。以下、式(6)、式(7)に本研究で使用した温度による初期ひずみと含水率による初期ひずみを示す。

$$\varepsilon_T = \alpha \times T_d \quad (6)$$

$$\varepsilon_i = \alpha_i \times \psi_i \quad (7)$$

α : 線膨張係数, T_d : 温度差, α_i : 凍結ひずみ係数, ψ_i : 含水率

本来、凍結による初期ひずみは過冷却水の移動による収縮などにより、式(7)の様な含水率と線形関係を示さないと予想される。本論文では、線形関係にあると大胆に仮定して計算した。線膨張係数は一般によく用いられている $10\mu/\text{C}$ を使用した。 α_i は 6250μ とした。なお、バネに入力する際には含水率による初期ひずみ ε_i と温度による初期ひずみ ε_T を線形に足し合わせた。含水率による初期ひずみのバネへの入力方法は Fig.8 に示すように氷ができた要素につながっているすべてのバネに一様に入力した。また温度による初期ひずみの入力方法は、まずバネの温度をつながっている 2 つの要素の温度を平均化して計算し、バネの温度の初期値からの温度変化を T_d としてひずみを計算して、バネに入力した。

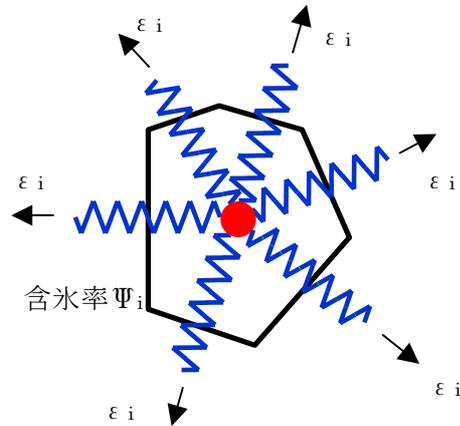


Fig.8 含水率による初期ひずみの入力

3 モルタルの変形挙動解析

(1)解析概要

解析に用いたモルタル供試体を Fig.9 に示す。供試体サイズは 100(mm)×100(mm)であり、Voronoi 分割による総要素数は 400(20×20)個である。本解析では、上表面に Fig.10 に示すような温度を与え、水分は相対湿度 85%で一定とした。その他の面では断湿、断温条件とした。

解析ケースは、上面の水分が相対湿度 85% (Case 1)とした場合と相対湿度 99%(Case2)とした場合の 2 ケースである。すなわち、Case1 は水分を供給しない場合の凍結融解を、Case2 は一面吸水凍結融解を想定している。なお、今回は、凍結融解 1 サイクルのみ行った。これは、著者らの最終的な目的が、凍結融解サイクルの増加に伴う、コンクリートの劣化の進行を的確に追跡できる解析手法の開発であり、本論は、その第一段階として位置づけ、ただ 1 サイクルの解析で、実験で観察されているような、変形挙動に及ぼす水分供給の違いが本解析においても現れるかどうかに着目していることによる。

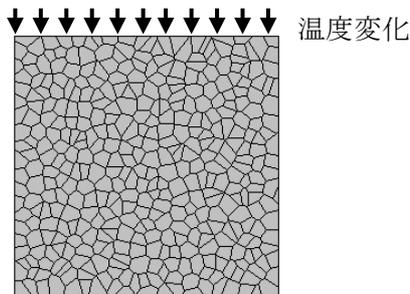


Fig.9 解析供試体

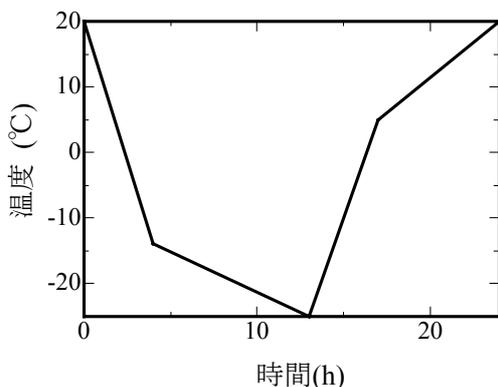


Fig.10 上面の温度履歴

(2)解析結果

計算で得られた縦方向ひずみと入力した表面温度の関係性を Fig.11 に示す。ひずみ測定区間は上面から高さ方向に 2cm までの区間である。

Fig.11 には、温度の上昇下降に伴うひずみのヒステリシス曲線が見られ、またその曲線に相対湿度の違いが現れている。すなわち、Case 1 と Case 2 はほぼ 0 度 (図中の A 点) までは同じひずみ挙動を示すが、A 点以降の挙動が大きく異なる。具体的には、Case1 はそのまま熱収縮が起こり (B 点)、Case2 はひずみが膨張に転じている。これは、Case 2 では上面に水があることにより、上面付近の要素では水分量が多くなっているために Case 1 より低い温度で凍結が始まっていることによる。つまり、Case 1 では B 点から凍結が始まり、Case 1 では A 点から凍結が始まっているのである。また、最大ひずみについても Case 2 の方が Case 1 に比べて大きくなっている。これはひずみ測定区間において、Case 2 の方が Case 1 よりも氷の量が多いためである。

Fig.12 にもっとも氷の量が多い 12 時間後における両 Case の深さ方向の含水率の分布を示す。グラフから Case1 では表面から 10mm までしか氷ができていないのに対して、Case2 では表面から 20mm まで氷ができていたのが分かる。

今回の解析では表面付近でひび割れが発生したにも関わらず、1 サイクル後に残留ひずみはなかった。これは応力-ひずみ関係の除荷曲線を原点指向型(Fig.5 参照)にしているためである。凍結融解サイクルの増加に伴う残留ひずみの増加を表現するには、内部曲線の修正が求められる。今後の課題である。

以上より、本解析手法は、膨張量の与え方や構成則など改良すべき点を多々有するものの、水分の供給の有無による凍結温度の差異や最大ひずみの大きさの違いを解析的に表現することができた。もちろん実験結果との比較を通じた本解析手法の妥当性の検証は、今後行われなければならない。

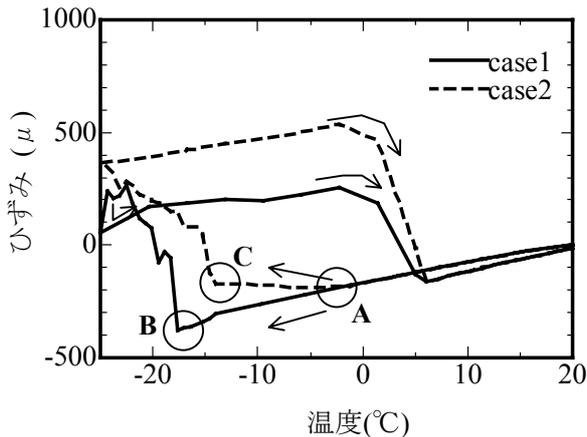


Fig.11 ひずみと温度の関係

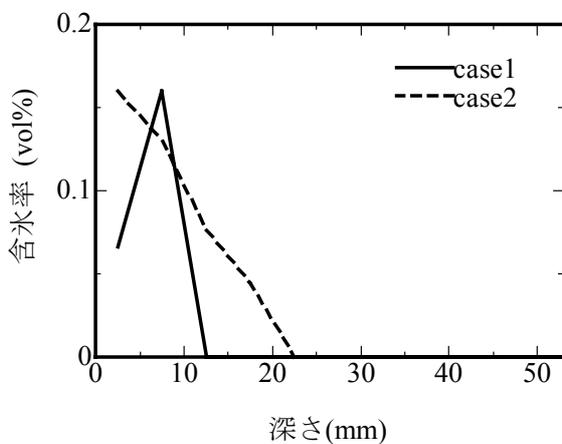


Fig.12 深さ方向の含水率分布

4. まとめ

本研究において、固相、液相、気相の3相を考えた熱水分同時移動方程式に基づきモルタル内の温度、水分量、氷の量(含水率)を求め、得られた温度と氷の膨張によるひずみを初期ひずみとして剛体バネモデル解析法に引き渡し、モルタルの凍結及び融解時の変形挙動を計算する方法を示した。本解析手法により、水分の供給の有無による凍結温度の違いや最大ひずみの大きさの違いを解析的に表現することができた。しかし、本研究において設定した条件や構成モデルの妥当性に関する検討は決して十分ではない。今後は、実験結果との比較を行うなどして、本解析手法の信頼性を高める。

謝辞

本研究を実施するにあたり、岸本嘉彦博士(北海道大学 COE 研究員)と伊庭千恵美氏(北海道立北方建築総合研究所)に貴重なアドバイスをいただきました。ここに礼申し上げます。

参考文献

- 1) Nakamura H, Worapong S and Kunieda M : New Structural Analysis Considering Deteriorating Process Induced by Mass Transfer, Durability of Reinforced Concrete under Combined Mechanical and Climatic Loads, pp.213-221, 2005
- 2) Shigehiko Saito : Fracture Analysis of Structural Concrete using Spring Network with Random Geometry, Kyushu University, 1999
- 3) 岸本嘉彦: ひび割れを有する建築壁体の熱水分移動と酸性雨が中性化に及ぼす影響, 京都大学, 2005.3
- 4) 伊庭千恵美: 多孔質建築壁体における水分の凍結・融解過程に関する研究, 京都大学, 2003.2.
- 5) 川井忠彦: 離散化極限解析法概論, 培風館, 1991.7
- 6) K. Nagai, Y. Sato and T. Ueda, Mesoscopic Simulation of Failure of Mortar and Concrete by 2D RBSM, *Journal of Advanced Concrete Technology*, Vol.2, No.3, pp359-374, 2004.10
- 7) 桂 修ほか: セメント硬化体の凍害機構モデル, コンクリート工学論文集, 第 11 巻第 2 号, pp.49-62, 2000.5
- 8) 三橋博三ほか: 微視的メカニズムを考慮したコンクリートの凍結作用による変形挙動の数値モデル, コンクリート工学論文集, 第 14 巻第 3 号, pp.33-44, 2003.9
- 9) Max J. setzer : Mechanical Stability Criterion, Triple-Phase Condition, and Pressure Differences of Matter Condensed in a Porous Matrix, *Journal of Colloid and Interface Science* 235, pp.170-182, 2001