論文　鉄筋コンクリート橋脚のフラジリティ曲線と地震ロス関数に関する研究

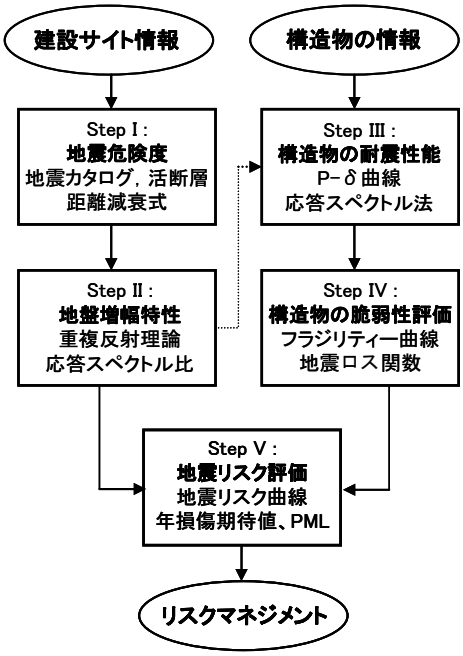
青戸　拡起[*1]・吉川　弘道[*2]

要旨：本論は，信頼性理論より派生したフラジリティ曲線をもとに，地震ロス関数を算出し，これによって構造物の耐震性の議論を行うものである。復旧費用を対象とした地震損失評価を行うとともに，既設構造の補強効果を定量的に示す指標であることも確認できた。また，初期性能の高い橋脚は地震損失が低く抑えられるため，初期建設費用が高くても，総費用（初期建設費用＋地震損失）は低く抑えられる可能性を示した。

キーワード：鉄筋コンクリート，フラジリティ曲線，地震ロス関数，非線形応答，損失期待値

1. はじめに

地震リスク評価は，地震危険度情報と構造物の脆弱性情報によって構成される。その評価フローの一例を**図－1** に示す。前者の地震危険度情報については既に多くの成果があり，本論は，後者のうち，構造物の脆弱性評価である，フラジリティ曲線と地震ロス関数について考察するものである。



図－1　地震リスク評価のフロー[1)]

構造物の脆弱性評価について，Shinozuka et al.[2)]によれば，①専門技術者による工学的判断，②準静的で示方書に準拠した解析，③過去の地震被災事例の活用，④動的解析に基づく数値解析的手法，に大別される。本論は，このうち，②に従うもので，静的非線形解析と道路橋示方書に基づき評価するものである。

本文は，既往の信頼性理論から派生した遠藤・吉川[3)]の定式化を採用し，道路橋橋脚の損失評価に適用するものである。数値シミュレーションとして，初期性能の異なる 3 つの T 型 RC 橋脚を設計し，地震損失期待値と予想最大損失を算出した。既往の検討[3)]に対し，具体的な復旧工法を想定して復旧費用をより現実的に評価するとともに，後半では，初期費用に補強費用を合算した総費用を定義し，これにより耐震性を論じている。また，予想最大損失に用いる確率分布について，標準偏差と変動係数の影響についても，併せて検討している。

2. 地震ロス関数の定式化

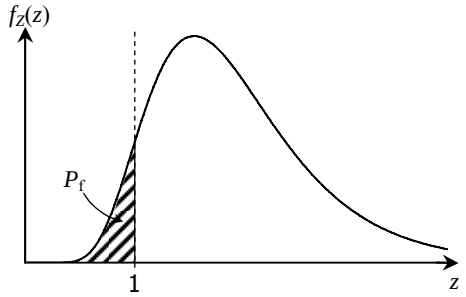
2.1 フラジリティ曲線の定式化

本論では，著者による既往の定式化[3)]を採用するが，標準正規分布Φを用いてより簡潔な形で再提示する。

構造物のある損傷モードにおける抵抗力（resistance）を R，構造物に作用する荷重（作用）(load) を S とする。それぞれが独立な変数であり，ともに対数正規分布に従う確率変数とすれば，この損傷モードが生ずる確率 $P_f[S>R]$は，次のように表される[4)]。

$$P_f[S>R] = P_f[Z<1] = \int_0^1 f_Z(z)dz = 1-\Phi\left(\frac{\lambda_Z}{\zeta_Z}\right) \quad (1)$$

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_Z z}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln z-\lambda_Z}{\zeta_Z}\right)^2\right] \quad (2)$$



図－2　対数正規分布に従う変数の損傷確率

*1 武蔵工業大学大学院　工学研究科都市基盤工学専攻　客員研究員　修士(工学)　(正会員)
*2 武蔵工業大学　工学部都市工学科　教授　工博　(正会員)

ここで，Z は $Z=R/S$ で表される性能関数で，その密度関数 $f_Z(z)$は**図－2** のようになる。よって，式(1)は，**図－2** の斜線部分の面積を表している。

対数平均λ_Zおよび対数標準偏差ζ_Zは，抵抗力 R の平均値μ_Rおよび標準偏差σ_R，荷重 S の平均値μ_Sおよび標準偏差σ_Sを用いて，次式で表される。

$$\lambda_Z = \ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S}\sqrt{\frac{1+\nu_S^2}{1+\nu_R^2}}\right) \tag{3}$$

$$\zeta_Z = \sqrt{\ln\left\{\left(1+\nu_R^2\right)\left(1+\nu_S^2\right)\right\}} \tag{4}$$

ここで， ν_R と ν_S は変動係数であり，$\nu_R=\sigma_R/\mu_R$，$\nu_S=\sigma_S/\mu_S$ である。

また, 式(1)の積分変数 z を, 式(5)により変換すると [5], 式(6)のように表せる。

$$x = \delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)\cdot z \tag{5}$$

$$P_f = \int_0^{\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_Z x}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\ln\delta_k}{\zeta_Z}\right)^2\right]dx$$

$$= \Phi\left[\frac{\ln\left(\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)/\delta_k\right)}{\zeta_Z}\right] = F_k(\alpha) \tag{6}$$

ここで，$\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)$は，強さ$\alpha$の地震動が作用した際に，構造物に生じる地震時最大応答変位（平均値）であり，地震動強さαの関数となる。δ_kは，損傷限界変位（平均値）であり，地震動強さαとは無関係に定まる。よって，式(6)は，2 つのフラジリティパラメータ（対数標準偏差ζ_Z，損傷限界変位δ_k）を与えることにより，地震動強さ αに関する確率分布関数として同定される [3) 12)]。これが，フラジリティ曲線（Fragility Curve）である。

2.2 損傷レベルの発生確率

一般に，地震による構造物の被災度は，いくつかのレベルに分けて示され，地震時の最大応答変位の推定，および復旧方法の判断指標に用いられる [6)]。地震動強さαを条件とした損傷レベル k の発生確率 $Prob.(c_k|\alpha)$は，4 段階の損傷レベルを設定すると，式(7)により表される。

$$Prob.(c_1|\alpha) = 1-F_1(\alpha) = 1-\Phi\left[\frac{\ln\left(\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)/\delta_1\right)}{\zeta_1}\right] \tag{7a}$$

$$Prob.(c_2|\alpha) = F_1(\alpha)-F_2(\alpha) = \Phi\left[\frac{\ln\left(\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)/\delta_1\right)}{\zeta_1}\right]-\Phi\left[\frac{\ln\left(\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)/\delta_2\right)}{\zeta_2}\right] \tag{7b}$$

$$Prob.(c_3|\alpha) = F_2(\alpha)-F_3(\alpha) = \Phi\left[\frac{\ln\left(\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)/\delta_2\right)}{\zeta_2}\right]-\Phi\left[\frac{\ln\left(\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)/\delta_3\right)}{\zeta_3}\right] \tag{7c}$$

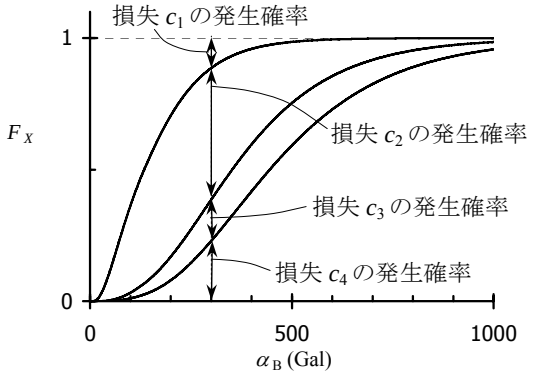
$$Prob.(c_4|\alpha) = F_3(\alpha) = \Phi\left[\frac{\ln\left(\delta_{\mathrm{resp}}(\alpha)/\delta_3\right)}{\zeta_3}\right] \tag{7d}$$

既往の定式化 [3)]を，標準正規分布Φを用いて再提示したものである。ここで，δ_k（k=1～3）は，各損傷レベルの限界変位（平均値）で，$\delta_1<\delta_2<\delta_3$ である。c_k は，地震によって損傷レベル k が生じた際の損失の大きさである。すなわち，損傷レベル k の発生確率 $Prob.(c_k|\alpha)$は，損失 c_k の発生確率として表せる。

また，損傷レベルの発生確率 $Prob.(c_k|\alpha)$には，式(8)の関係が成立する。

$$\sum_{k=1}^{4} Prob.(c_k|\alpha) = 1 \tag{8}$$

以上より，損傷レベル k の発生確率 $Prob.(c_k|\alpha)$と，フラジリティ曲線は，**図－3** のように表される。同図は，横軸の地震動強さを，工学基盤における最大加速度α_Bで示した例である。フラジリティ曲線は，常に，連続な単調増加一価関数となる。



図－3　フラジリティ曲線と損傷レベル発生確率

2.3 地震ロス関数の計算

以上の結果を用い，式(9)より地震動強さαにおける地震損失期待値 c_{NEL}が，また，式(10)から損失 c の標準偏差σ_cを求める。

$$c_{\mathrm{NEL}}(\alpha) = \sum_{k=1}^{4} Prob.(c_k|\alpha)\cdot c_k \tag{9}$$

$$\sigma_c^2(\alpha) = \sum_{k=1}^{4} Prob.(c_k|\alpha)\cdot(c_k-c_{\mathrm{NEL}})^2 \tag{10}$$

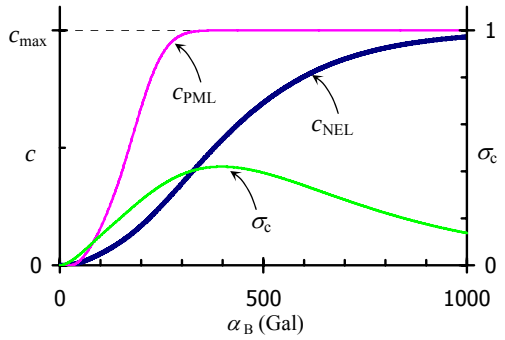
また，地震動強さαにおける損失 c がある確率分布 $f_C(c|c_{\mathrm{NEL}}, \sigma_c)$に従うと仮定すれば，地震動強さ$\alpha$を条件とした，ある損失の大きさ c を超える確率 $R(c|\alpha)$は，式(11)で表される。予想最大損失額（*PML*：probable maximum loss）c_{PML} には，式(12)の定義（＝ 90%非超過確率値）を利用することが多い [7)]。また，損失の確率密度関数 f_C には，上・下限値を表現できるベータ分布がよく利用されている [8)]。

$$R(c|\alpha) = \int_c^{c_{\max}} f_C(c|\alpha)dc \tag{11}$$

$$c_{\mathrm{PML}} = R^{-1}(0.1) \tag{12}$$

様々な地震動強さαについて，地震損失期待値 c_{NEL}，予想最大損失 c_{PML}を求め，地震動強さαの関係を示したものが，地震ロス関数（Seismic Loss Function）である。

地震ロス関数の例を，**図－4** に示す。同図には，標準偏差σ_cも併記している。同図は，横軸の地震動強さを，工学基盤における最大加速度α_Bで示した例である。地震ロス関数は上限を有する関数で，当然のことながら，$c_{NEL}<c_{PML}$となり，σ_cが大きいほど両者は乖離する。しかし，σ_cは地震動強さに応じて変化し，極大点をもつ形状となる。また，損失の関係が $c_1<c_2<c_3<c_4$ である時，地震動強さが大きいほど，地震ロス関数は大きな値を示す。



図－4　地震ロス関数の例

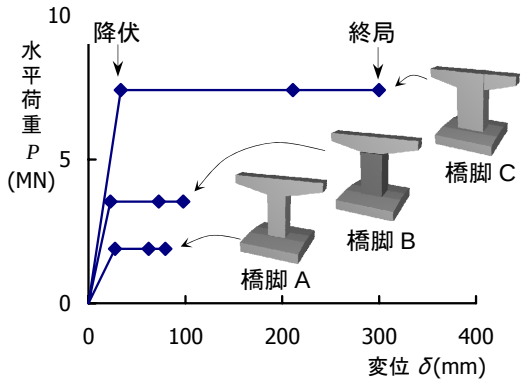
3. 解析対象と解析手法

3.1 解析対象

初期性能の異なる，3 つの鉄筋コンクリート橋脚を対象とする。矩形断面を有する，柱高さ 10m の曲げ破壊型の T 型橋脚である。諸元を**表－1** に，荷重変位関係を**図－5** に示す。なお，耐力や変形性能の評価は，道路橋示方書耐震設計編[9]（以降，道示 V とよぶ）による。

表－1　対象橋脚の諸元と性能

	橋脚 A	橋脚 B	橋脚 C
断面幅×断面高(m)	2.3×1.7	2.8×2.2	3.5×2.0
降伏変位δ_y (mm)	27.4	22.5	33.2
終局変位δ_u (mm)	79.3	97.7	299.8
水平耐力 P_a (MN)	1.894	3.001	7.414
許容塑性率	2.26	3.23	1
応答塑性率	7.05	2.55	0.99
道示 V による判定	NG	OK	OK



図－5　荷重変位関係

橋脚 A は，1970 年以前の基準に基づき設計された橋脚で，靭性，耐力とも小さく，現行道示 V の要求する耐震性能は満たさない。橋脚 B は，橋脚 A に対し，現行道示 V を満たすよう柱補強（t=250mm RC 巻立て）を行っている。また，橋脚 C は，現行道示 V を満たすと同時に，設計地震荷重に対し弾性範囲内となるよう（免震設計によらず），断面を設定したものである。

3.2 被災度と復旧費用の設定

地震による損失は，直接被害（復旧費等），間接被害（営業損失，経済損失等）があるが，本論では，復旧費（直接工事費のみ）を地震による損失と設定する。

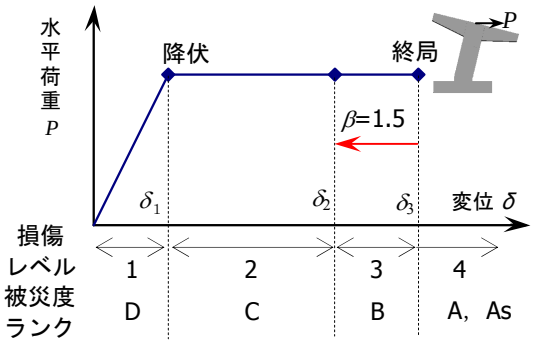
表－2　想定する復旧工法

被災度	復旧工法	
	応急復旧	本復旧
被害無 D	－	
小被害 C	－	樹脂注入・補修
中被害 B	樹脂注入・補修	RC 巻立て補強 (t=250mm)
大被害 A	梁・柱を再構築（上部構造，基礎を再利用）	
倒壊 As		

表－3　損傷レベルと費用

損傷レベル	被災度	β	復旧費用（百万円）		
			橋脚 A	橋脚 B	橋脚 C
1	D	∞	-	-	-
2	C	1.5	1.0	1.0	1.7
3	B	1	6.0	6.0	10.2
4	As, A	0	12.0	12.0	18.0
初期建設費用 c_I			20.0	20.0	28.4
補強費用 c_R			-	7.0	-

まず，兵庫県南部地震の復旧実績に基づいて[10]，被災度と復旧工法を**表－2** のように設定する。被災度 A および As とも再構築となるが，フーチング・基礎は再利用し，同形状の梁・柱を再構築するものとする。



図－6　RC 橋脚の荷重変位関係と損傷レベル

次に，各被災度に応じた復旧費用と，式(13)より各被災

度の限界変位を算出する。

$$\delta_k / \delta_y = 1 + \frac{\delta_u - \delta_y}{\beta \delta_y} \tag{13}$$

ここで，βは安全係数であり，各種実験より経験的に得られた値である[6]。鉄筋コンクリート橋脚の荷重変位関係と損傷レベルの対応は，**図－6** のように整理される。

以上，復旧費用，安全係数β，および，初期建設費用と補強費用を，**表－3** に整理した。

3.3 フラジリティ曲線の評価方法

まず，フラジリティパラメータ（損傷レベル k ごとの対数標準偏差ζ_kと限界変位δ_k（平均値））を決定する。δ_k（平均値）は**表－1** の値を用いて，式(13)により求める。また，$\nu_R = \nu_S = 0.4$ を採用し，式(4)より$\zeta_k = 0.54$ を得る。既往の報告（道路橋に対し 0.5～0.6 程度）[1)5)]とほぼ同等の値であり，本論の数値解析に用いることとする。

次に，任意の地震動強さαに対する，構造物の最大応答変位δ_{resp}の関係を与える必要がある。解放工学基盤における地震動強さα_Bを想定すると，次のように表せる。

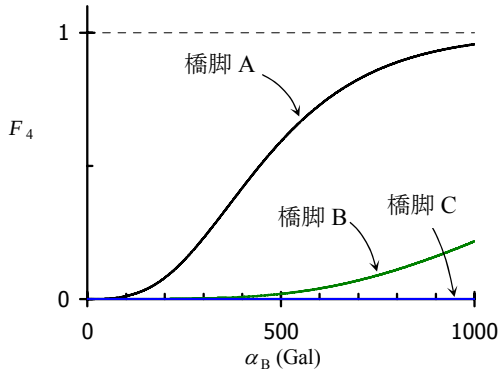
$$\delta_{resp} = f(\alpha_{resp}) \tag{14}$$

$$\alpha_{resp} = \xi \zeta \alpha_B \tag{15}$$

ここで，α_{resp}は構造物の弾性応答加速度(Gal)，α_Bは工学基盤における最大加速度(Gal)，ξは地盤増幅率，ζは応答倍率である。本論では，式(16)で表されるエネルギー一定則と，地盤の動的非線形解析結果を反映した式(17)[11)]により，地盤・構造物の非線形性を考慮した最大応答変位（平均値）δ_{resp}を得るものとする。

$$\delta_{resp} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\alpha_{resp} W}{g P_y}\right)^2 + 1\right]\delta_y \tag{16}$$

$$\alpha_{resp} = 19.44 \cdot \alpha_B^{0.6523} \tag{17}$$



図－7　3 橋脚のフラジリティ曲線（損傷レベル 4）

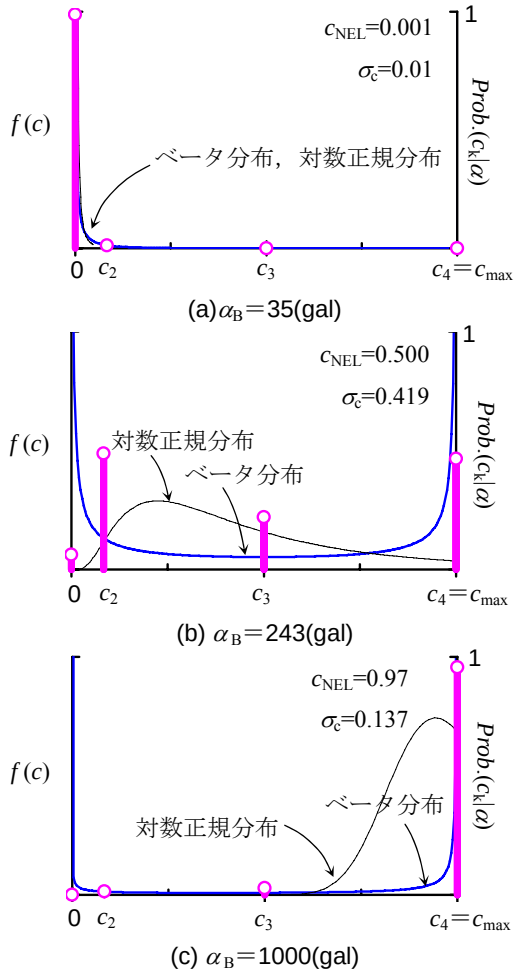
なお，統計的情報から得たζ_kは，サイトの地盤増幅特性，構造物の耐力および応答のばらつきを含む，複合偏差である[1)]。よって，式(6)のζ_kにこの値を用いれば，式(16)，式(17)の評価誤差もこれに含まれることになる。

以上の方法より同定したフラジリティ曲線（損傷レベル 4 の場合）を，**図－7** に示す。

4. 地震ロス関数を用いた耐震性の解析的検討

4.1 損失確率関数と地震ロス関数の特性

橋脚 A を例に，損失関数と地震ロス関数の特性を考察する。

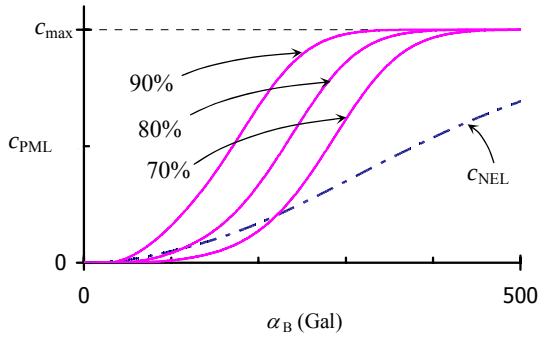


図－8　橋脚 A の損失確率関数

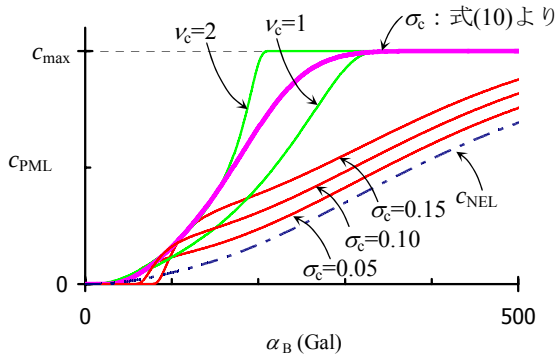
3 つの地震動強さα_Bにおける，損失 c_k の発生確率（＝損失確率関数）を，**図－8** に例示した。これらは，下限値 c_{min}（$=c_1=0$）と上限値 c_{max}（$=c_4$）を有する確率関数となる。よって，下限値 c_{min} の確率は地震動強さα_Bが 0 のときに最も大きく，上限値 c_{max} の確率は地震動強さα_Bが∞のときに 1 を示し，また，それらの時，標準偏差σ_cはほぼ 0 となる。同図に併記したベータ分布は，地震動強さα_Bが小さいと下限値 c_{min} に漸近し，また，地震動強さα_Bが∞では上限値c_{max}に漸近する特性を示しており，本橋脚の地震損失の分布特性を合理的に表している。

図－9 は，非超過確率をパラメータに，ベータ分布による予想最大損失額 c_{PML} を示したものである。ある地震動強さα_B に着目すると，非超過確率が大きいほど c_{PML} は大きく，大小関係は地震動強さα_Bが変化しても保たれる。また，どのような非超過確率でも，c_{PML} の上・下限値が保証される。これは，上・下限値を表現できるベータ分布を用いたことによるものである。

図－10 は，ばらつきの指標である，標準偏差σ_c，あるいは，変動係数ν_c（$=\sigma_c/c_{NEL}$）をパラメータに，予想最大損失額c_{PML}を示したものである。変動係数を固定（$\nu_c=1$，2）とした場合，それが大きいほどc_{PML}は大きくなる。標準偏差を一定（$\sigma_c=0.05$，0.10，0.15）とした場合，c_{PML}は地震損失期待値c_{NEL}と平行に推移し，σ_cが大きいほどc_{PML}は大きい。また，$c_{PML}\leqq c_{max}$の上限を設定しているため，上限に達する点において地震ロス関数が不連続となる。一方，式(10)により評価される標準偏差σ_cを用いた場合は，地震ロス関数は連続的に描かれる。



図－9　非超過確率と予想最大損失 c_{PML}

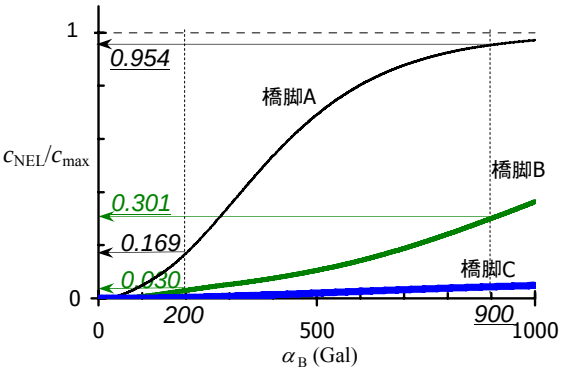


図－10　ばらつき指標と予想最大損失 c_{PML}

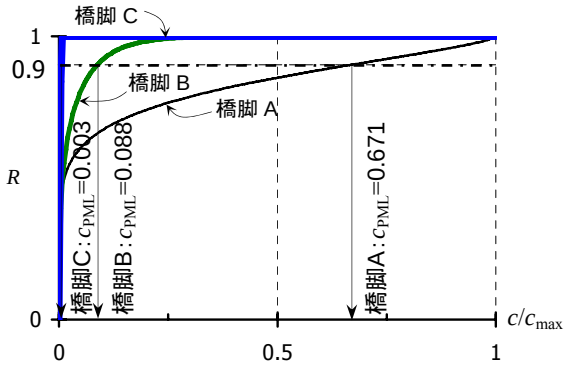
4.2 地震ロス関数の比較

図－11 に，地震損失期待値c_{NEL}で示した，各橋脚の地震ロス関数を示す。縦軸は，最大損失額c_{max}（$=c_4$）で基準化している。耐震性能が低いほど，地震損失期待値c_{NEL}は大きい。現行道示 V を満たさない橋脚 A と，それを満たすよう補強した橋脚 B の地震損失期待値c_{NEL}を比べると，$\alpha_B=200$Gal の地震に対しては 0.169→0.030，$\alpha_B=900$Gal の地震に対しては 0.954→0.301 となり，1/5～1/3 に低減される。地震動強さにより低減率が異なる。

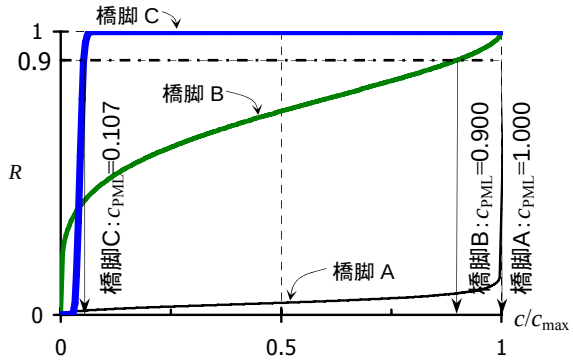
図－12 は，損失の確率分布をベータ分布とおき，式(11)を示したものである。横軸は，最大損失額c_{max}（$=c_4$）で基準化している。橋脚 A と橋脚 B について，予想最大損失c_{PML}（=90%非超過確率値）を比べると，$\alpha_B=200$Gal の地震に対しては 0.671→0.088 となり，大きく低減している。$\alpha_B=900$Gal の地震に対しては 1.000→0.900 となり，大きな低減はない。よって，大きな地震に対しては，補強の効果が小さいと判断できる。



図－11 地震ロス関数（地震損失期待値）



(a) $\alpha_B=200$(gal)

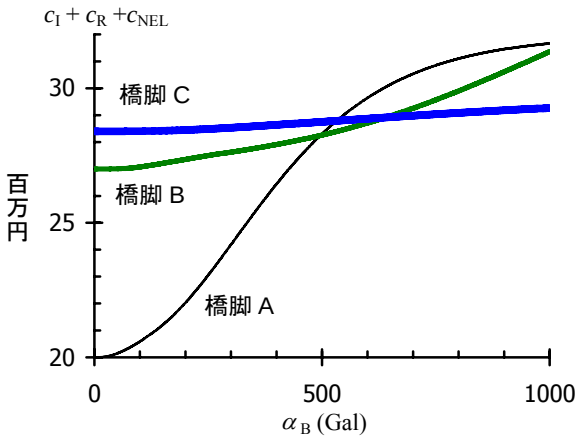


(a) $\alpha_B=900$(gal)

図－12　非超過確率 R と非超過確率値

4.3 総費用による耐震性の比較

地震損失期待値c_{NEL}と，その他の費用（初期費用c_I，補強費用c_R）を合算し，これを総費用と定義する。**図－13** は，この総費用により地震ロス関数を示したものである。ここでは，損失を具体的な金額（円）で示している。図の開始点（$\alpha_B=0$）の値は，既に発生した費用（＝初期費用c_I＋補強費用c_R）を意味する。橋脚 A は耐力が最も小さいが，小さい地震に対する総費用は他の橋脚よりも低い。しかし，地震動の大きさが 500gal 程度となると，補強された橋脚 B の総費用が最も低く，関係は逆転する。そして，初期費用が一番高い橋脚 C は，600gal 以上の地震に対し，総費用が最も低くなっている。



図－13　地震動強さと総費用

表－5　地震損失期待値と総費用の算出結果

		橋脚 A	橋脚 B	橋脚 C
α_B= 200 Gal	地震損失期待値 c_{NEL}(百万円)	2.0	0.4	0.05
	総費用 $c_I + c_R + c_{NEL}$(百万円)	22.0	27.4	28.5
α_B= 900 Gal	地震損失期待値 c_{NEL}(百万円)	11.5	3.6	0.78
	総費用 $c_I + c_R + c_{NEL}$(百万円)	31.5	30.6	29.2

表－5 に，基盤最大加速度α_Bが 200Gal と 900Gal についての地震損失期待値 c_{NEL} と総費用を整理した。橋脚 A と橋脚 B を比較すると，700 万円の補強費用に対し，α_B＝900Gal の地震に対する地震損失期待値 c_{NEL} の低減効果は 790 万円（＝1150 万-360 万）となり，補強費用以上の効果が期待できるといえる。

なお，本論で示した地震ロス関数に基づく耐震性の議論は，供用期間中にある大きさの想定地震動（ここでは，α_B＝200Gal，あるいは 900Gal の地震を例示した）が，一度発生する場合の地震損失に基づくものである。地震の発生確率を考慮した，地震リスク指標による耐震性の議論については，次の機会に発表したいと考える。

5. 結論

1) フラリジティ曲線と地震ロス関数の解析的な算定方法をとりまとめ，曲げ破壊型の単柱式 RC 橋脚に適用した。
2) 予想最大損失の算出に用いる，分布関数の変動係数と標準偏差の感度について検討し，ベータ分布が合理的であることを追認した。
3) 本論にて提示したフラジリティ曲線と地震ロス関数を活用した事例解析（想定地震動に対する耐震性評価）によって，以下のことを示した。
   - 橋脚の耐震性と補強効果を，地震損失や総費用によって，定量的合理的に判断できる。
   - 強さの大きな地震動を想定した場合，初期建設費（＝初期性能）が高くても，総費用が低くできる場合がある。

謝辞：本研究の一部は，平成 18･19 年度科学研究費補助金「RC 橋脚の地震リスク評価とリスクファイナンスに関する研究」（基盤研究（C）：代表者 吉川弘道）の助成にて実施したものである。ここに謝意を表します。

参考文献

1) 吉川弘道，中村孝明：土木/建築施設の地震リスク評価とコンクリート構造物への適用，テクニカルレポート，日本コンクリート工学協会，Vol.45，No.4，pp.16-22, 2007.4
2) Shinozuka, M., Feng, M. Q., Kim, H., Uzawa, T. and Ueda, T.: Statistical Analysis of Fragility Curves, Technical Report submitted to MCEER under Federal Highway Administration Agency, 2001
3) 遠藤昭彦，吉川弘道：鉄筋コンクリート橋脚に対する地震リスク評価手法の適用，構造工学論文集，Vol.49A, pp.435-446, 2003.3
4) 柴田明徳：確率手法による構造安全性の解析，森北出版, 2005.8
5) 中村孝明，長沼俊彦，静間俊郎，篠塚正宣：統計解析による道路橋脚の地震時損傷確率に関する研究，第 10 回日本地震工学シンポジウム論文集，Vol.3, pp.3165-3170, 1998.11
6) 日本道路協会：道路橋震災対策便覧（震災復旧編），pp.78-79, 1988.2
7) 損害保険料率算出機構：地震危険度指標に関する調査研究～地震 PML の現状と将来～，地震保険研究，No.1, pp.43-46, 2002.12
8) Federal Emergency Management Agency: Earthquake Damage Evaluation Data for California, ATC-13, p492, 1985
9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説　V 耐震設計編, 2002.3
10) 足立幸朗，庄司学：兵庫県南部地震で被災を受けた都市高速道路橋の復旧費に関する検討，土木学会地震工学論文集, Vol27, pp.1-4, 2003
11) 佐藤一郎，平川倫生，神田順：活断層を考慮した地震危険度解析と最適信頼性への応用，第 10 回日本地震工学シンポジウム論文集，Vol.1，pp.145-150, 1998.11
12) 吉川弘道：鉄筋コンクリート構造物の耐震設計と地震リスク解析，丸善, 2008.1