

論文 コンクリート画像からの骨材相の抽出と粒度分布の推定

DANG Giang Hoang^{*1}・五十嵐 心一^{*2}・内藤 大輔^{*1}

要旨: 骨材種類の異なるモルタルやコンクリートの2次元断面画像に対して、エッジ抽出法を用いて骨材相を抽出した画像を取得し、その空間構造に関する情報の解析を試みた。エッジ抽出法を用いることにより、骨材のみを観察倍率に関わらず、適切に抽出することが可能であり、画像解析作業が簡便化される。また、観察視野としては2次のステレオロジー関数からモルタルでは10mm×10mm、コンクリートでは35mm×35mm程度を代表領域の目安にすればよいことが示された。骨材粒子が適切に抽出されるならば、Schwartz-Saltykov法を適用することにより、骨材の粒度分布も簡単に求められ、その分布は実測値と比較的よく一致する。

キーワード: ステレオロジー, 2点相関関数, Schwartz-Saltykov法, エッジ抽出法

1. はじめに

骨材が適切な物理的性能を有し、化学的にも安定である限り、粗骨材や細骨材は安定な増量材として機能する。この場合、通常のコンクリートにおいては骨材の体積率はおよそ70~80%と大きな部分を占めるが、骨材粒子自身の性能をコンクリートの性能発現に関係づけて詳細に検討されることは多くはない。しかし、材料分離の例をあげるまでもなく、骨材の空間分布構造はコンクリートの性能に深く関わっており、さらにはセメントペースト相の空間構造、ひいてはミクロなレベルにおける組織形成にも影響を及ぼしうる。例えば、骨材を混入することによって、セメント粒子のフロックが壊されてセメント粒子の分散性がよくなることが考えられる。また、骨材-セメントペーストマトリックス界面においては局所的に水セメント比の高い遷移帯が形成されると考えられ、結果として界面の影響を受けない領域の水セメント比は局所的に相対的に低下する領域も現れる。その他にも骨材の空間分布がコンクリートの性能に影響を及ぼす例としては、まだ固まらないコンクリートのワーカビリティへの影響や、近年では骨材の周囲の遷移帯以外に骨材間のバルクセメントペースト中にも多孔質な領域が存在し、これが骨材粒子を取り込みながら連結することで¹⁾、耐久性に影響を及ぼす可能性も指摘されている。

以上のようなコンクリートの性能発現において深く関わる骨材の空間分布特性を評価することを目的とした場合、最も一般的な手段は画像の取得とその画像の定量的な画像解析である。近年ではコンクリートのマクロからミクロレベルまで多種多様な画像を取得することができ、それらの画像をもとにして、3次元的な空間構造を μm レベルで再現することも可能になっている^{2),3)}。

しかし、一般のコンクリート関連の実務において取得される画像としては、コンクリート構造物から採取されたコンクリートコア断面のような比較的low倍率の画像が多い^{4),5)}。これから配合推定や品質管理に必要となるコンクリートの物性に関わる画像情報を取得していくことになり、その第一段階として骨材粒子の抽出や空間情報の取得が必要となる。また、コンクリートの画像診断に画像解析を組み合わせて、自動画像解析手順として確立しようとする場合、骨材相を自動的に識別し、これを抽出、定量評価する手法の開発が急務である^{4),5)}。しかし、一般に骨材の色相は多様であり、また、その粒子寸法を考慮すると、骨材の空間特性の把握には、より広い範囲の視野を観察する必要もあると考えられる。よって、例えば、従来よりコンクリート組織の定量評価に多くの実績を有する反射電子像の画像解析法をこの目的に適用することは適切ではないようである^{4),6)}。

本研究においては、コンクリートの合理的な維持管理手法の確立が急務とされる今日において、取得されることが非常に多いと考えられる、比較的low倍率のモルタルやコンクリートのカラー画像から骨材相を迅速かつ簡便に精度よく抽出する方法について検討する。さらに、抽出された2次元の骨材情報に基づいてコンクリートの物性を推定することの一つの応用例として、3次元的な骨材の粒度分布を推定することを目的とする。

2. 実験概要

2.1 使用材料および配合

使用セメントは普通ポルトランドセメント（比表面積： $3310\text{ cm}^2/\text{g}$ ）である。細骨材として川砂（FM=2.81）および陸砂（FM=3.24）、粗骨材としては最大粒径が10mmの豆砂利、および25mmの川砂利、碎石を使用した。JIS

*1 金沢大学大学院 自然科学研究科社会基盤工学専攻 (正会員)

*2 金沢大学教授 理工学域環境デザイン学類 博(工) (正会員)

表-1 コンクリートの示方配合

試料	W/C (%)	G _{max} (mm)	細骨材	粗骨材	s/a (%)	Air	単位量(kg/m ³)			
							水	セメント	細骨材	粗骨材
C1	50	10	川砂	豆砂利	43	3.0	157	314	807	1031
C2	50	25	川砂	川砂利	44	1.4	161	322	828	1057
C3	50	20	陸砂	碎石	46	4.5	160	320	830	985

R 5201, JSCE-F506 および JIS A 1132 にしたがって、モルタル角柱供試体 (4cm×4cm×16cm) およびコンクリート円柱供試体 (φ10cm×20cm) を作製した。モルタル供試体は水セメント比が 0.65 で、川砂を用いたセメント：骨材比が 1:1, 1:2 の 2 種類 (供試体名：M1, M2) である。コンクリートは水セメント比が 0.50 であり、骨材の種類および最大粒径 (G_{max}) を変化させたほぼ同一の骨材体積率の 3 種類である。打設後 24 時間において脱型し、20℃の水中養生を行った。コンクリート (C1~C3) の配合を表-1 に示す。

2.2 画像取得および画像解析

材齢 28 日において供試体断面を切り出し、耐水研磨紙を用いて表面を注意深く研磨した。その後、スキャナーを使用し、研磨面をガラスに向けて、M1, M2 のモルタル供試体から視野 30mm×30mm にて 5 枚、C1, C2, C3, C4 のコンクリート供試体から視野 70mm×70mm にて 2 枚の断面のカラー画像を、解像度 800dpi にて取得した。このとき、1 画素は 31.75μm に相当する。また、実体顕微鏡を用いて、10 倍の倍率でモルタルのカラー画像を取得した。このとき、1 画素は 6.2μm に相当する。

2.3 エッジ抽出法⁷⁾

本研究においてはカラー画像におけるセメントペースト相の色は比較的安定であり、色相の範囲も限定的である点に着目した。そのため、この色相は自動的な抽出処理が可能である。そこで、画像上において、その補集合に相当する確実にセメントペースト相ではない部分を抽出し、これを抽出画像 Im1 とした。また、ゼロ交差法を用いて R, G, B の 3 成分に対して色相勾配を求め、その極値から骨材のエッジを抽出した。エッジを抽出した画像から、骨材部分の画像を再現し、これを像 Im2 とし、Im1 および Im2 の重ね合わせを行った。目視判断にて未抽出部分のみに対して手動補正を行い、最終的な骨

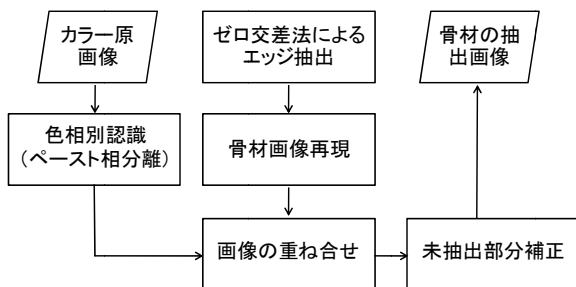


図-1 カラー画像から骨材抽出の手順

材の 2 値化画像を作成した。以上の手順を図-1 にフローチャートにして示す。

2.4 2 点相関関数⁸⁾

(1) 定義

2 点相関関数とは、ある一定の長さの線分をランダムに画像上に落とした時、その線分の両端が同一相上に載る確率関数であり、対象相の 3 次元空間における分散性状を評価する手法として用いられている。

今、着目相を P とし、任意の点 (x_i=1,2,...,n) に関して次のような指示関数 I(x_i) を定義する。

$$I(x_i) = \begin{cases} 1 & (x_i \in P) \\ 0 & (x_i \notin P) \end{cases} \quad (1)$$

x_i ∈ P である確率を P{I(x_i) = 1} と書くことにすると、任意の線分 r の両端 x_i, x_j が同一相に載るということは、2 点相関関数 S₂^(P)(r) は式(2) で定義される。

$$S_2^{(P)}(r) = \langle I^{(P)}(x_i) I^{(P)}(x_j) \rangle \\ = P\{I^{(P)}(x_i) = 1, I^{(P)}(x_j) = 1\} \quad (2)$$

ここに、r=|x_i-x_j| であり、⟨ > は期待値を意味する。

2 点相関関数は、r=0 にて着目相の体積率 (V_v) を表し、この点における勾配は着目相の比表面積 (単位体積あたりの表面積 S_v) に関係づけられる。2 点相関関数は距離の増大とともに減少し、理論上は体積率の自乗値に収束する性質を持つ。関数が最初に自乗値と交わるまでの距離は空間構造を特徴づける距離 (構造距離) と呼ばれ、2 点の相関性がポアソン分布より大きな正の相関を示す範囲であり、粒子の空間分布を特徴づけるパラメータとなる。しかし、一般の材料構造においては、統計的変動により体積率の自乗値に収束しないこともあり、構造距離を明確に決定しにくい場合も多い⁹⁾。そこで本研究では、2 点相関関数が体積率の自乗値に交わらない場合は、関数値の変化がおおよそ認められなくなる正の相関範囲を構造距離とした。

(2) 計算方法

本研究においては、2 点相関関数を求めるため、放射線テンプレートを用いた (図-2)。抽出した骨材相の 2 値画像に対し、任意の位置に所定の長さを持ったテンプレートを載せ、原点と各方向の放射線の先端が骨材相に載るか否かを判定した。この操作を画像上の任意の格

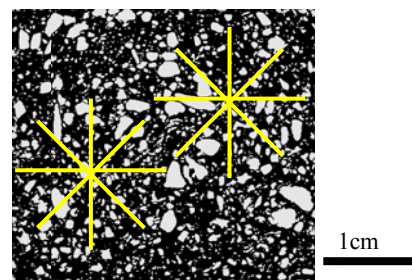


図-2 抽出した骨材の 2 値化画像とテンプレート

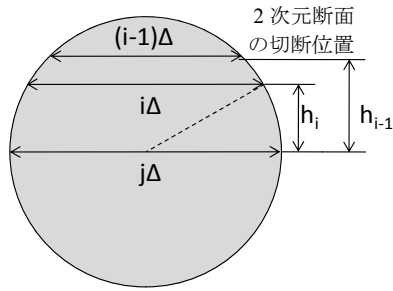


図-3 Schwartz-Saltykov 法の粒子寸法の考え方

子点で総点数が 10000 点となるまで繰り返した。放射線の長さを 0 から 350 画素まで変化させて、それぞれの距離に対応する 2 点相関関数を求めた。

2.5 Schwartz-Saltykov 法¹⁰⁾

画像上で計測した骨材粒子を刻み幅 Δ ($\Delta = D_{\max}/N$, D_{\max} は画像上の骨材最大寸法) で円相当面積の大きい順に N 個のグループに分ける。単位面積中におけるグループ i (粒径: $i\Delta$) の粒子個数, 単位体積中におけるグループ j (粒径: $j\Delta$) の粒子個数をそれぞれ $N_A(i)$, $N_V(j)$ とし, グループ j によって生じた単位面積中におけるグループ i , ($i \neq j$) の粒子個数を $N_a(i,j)$ ($i \leq j$) とする。式(3)に $N_A(i)$ と $N_a(i,j)$ の関係を示す。

$$N_A(i) = \sum_{j=i}^N N_a(i,j) \quad (3)$$

一方, グループ j の 1 つの粒子について, それがグループ i に現れる確率は $2(h_{i-1} - h_i)$ を用いて表され(図-3), 断面に現れる確率とそれぞれの粒子個数 $N_V(j)$, $N_a(i,j)$ の関係は以下の通りである。

$$N_a(i,j) = 2(h_{i-1} - h_i) \times N_V(j) \quad (4)$$

ピタゴラスの定理より, h_{i-1} , h_i を求め, それを式(4)に代入すると, 式(5)を得る。

$$N_a(i,j) = N_V(j) \frac{D_{\max}}{N} (\sqrt{j^2 - (i-1)^2} - \sqrt{j^2 - i^2}) \quad (5)$$

$N_A(i)$ は既知であるため, 式(3), (4), (5) を用いて 3 次元におけるグループ j の粒子個数 $N_V(j)$ が得られ, 骨材粒度分布を計算することが可能となる。

Schwartz-Saltykov 法は粒子を 7~15 のグループ数に分けて適用する場合が多い。しかし, コンクリート断面においては, 粒子数が多く, グループ数の相違に伴い,

表-2 画像取得倍率による骨材体積率の差
(視野 12mm×12mm)

供試体	配合値(%)	等倍率		10倍	
		平均(%)	標準偏差(%)	平均(%)	標準偏差(%)
M1	28.4	33.1	±3.8	34.8	±2.3
M2	44.2	42.7	±1.8	41.7	±3.3

粒度分布曲線が大きく変動する可能性がある。そのため, 合理的なグループ数の決定に関する条件を追加することが必要となる。本研究ではモデルベースのステレオロジーの原則として, 2 次元断面中の骨材相の面積率が 3 次元空間の体積率に等しいという仮定を導入し, 推定された体積率が骨材相の 2 値化画像から計測した面積率に等しくなるようにグループ分けを行った。

なお, 解析においては断面中の粒子の密度はすべて等しいと考え, 骨材粒子の体積通過率を質量通過率として, 粒度分布曲線を求めた。

3. 結果および考察

3.1 骨材粒子の抽出

図-4 は等倍率にて取得したモルタル画像に対して, 画像解析ソフトウェアに備わる汎用的な単一の濃度閾値に基づいた自動抽出法およびエッジ抽出法を用いて骨材を抽出した結果を比較したものである。一般の自動抽出法(図-4(b))では抽出された骨材数が明らかに少なく, 多くの骨材が識別できてはいない。これに対して, エッジ抽出法(図-4(c))では自動処理の段階で骨材粒子が多く, より適切に抽出されているようである。画像解析手順においてはノイズなどの影響もあり, 最終的な出力画像を得るには画像の手動補正のプロセスが避けられず, これが一つのバイアスの導入の要因となりうる。しかし, 多くの粒子を自動的に抽出できることにより, 最終的に抽出された画像(図-4(d))とエッジ抽出像(図-4(c))の差が小さくなり, 手動補正の手順が著しく簡略化され, 不偏性の向上と作業時間の短縮が可能であるといえる。

一方, 通常, 画像解析法をモルタル, コンクリート中

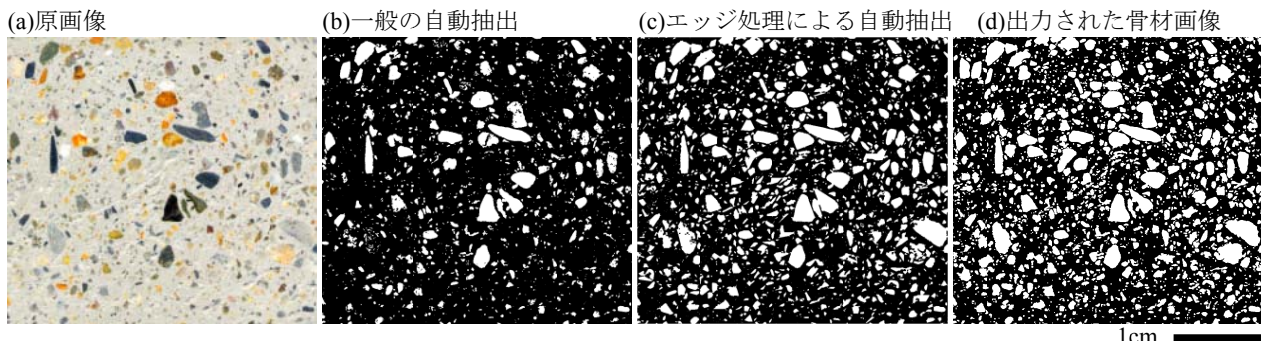


図-4 原画像および骨材の 2 値化画像

表-3 骨材を抽出した結果

試料	配合値(%)	推定値(%)	密度(個/mm ²)
モルタル	M1	28.4	31.1
	M2	44.2	42.4
コンクリート	C1	71.6	70.4
	C2	72.5	71.2
	C3	69.1	68.1

の骨材相に適用する際、撮影倍率としては1.6~3.0倍^{4),5)}程度の倍率がよく用いられる。しかし、このような低倍率では微細な粒子を検出できない可能性を有する。そこで、実体顕微鏡を用いてより高倍率である10倍にて画像を取得し、骨材体積率を比較し、倍率の影響を検討した。同一の観察視野(12mm×12mm)で、等倍率および高倍率で取得した10枚のカラー画像からエッジ抽出法を用いて推定した骨材相の体積率を表-2に示す。両倍率間の差は小さく、配合値にかなり近い値を示している。また、得られた骨材体積率の標準偏差は小さく、変動係数の小さい比較的ばらつきのない安定した測定がなされていたと考えられる。従って、等倍率で画像を取得しても骨材相に関して十分な情報が得られると判断してよいものと思われる。

表-3は等倍率で取得した画像全領域を対象としてエッジ抽出法により求めたモルタルおよびコンクリート中の骨材の体積率を配合値と比較して示したものである。推定された骨材の体積率は配合値と非常によく一致しており、推定誤差もかなり小さい。以上のことより、本研究で用いた等倍率画像に対するエッジ抽出法は骨材を分離するのに非常に有効な手法であると考えられる。

3.2 観察領域の大きさと断面数

図-5は骨材相の2点相関関数を示したものである。空間分布を特徴づける正の相関距離(構造距離)はいずれのモルタルとも1~2mmである。また、コンクリートの場合では、構造距離は粗骨材最大寸法の小さいコンクリートC1においては約4mmとなり、骨材寸法の大きなコンクリートC2, C3においては約7mmである。ステレ

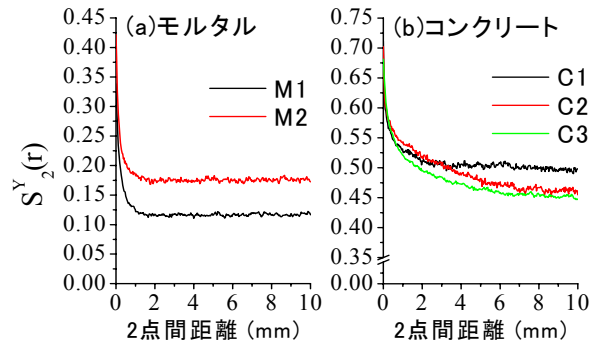


図-5 2点相関関数

オロジーの観点からは、構造距離よりも十分に大きな範囲を観察することが代表領域をとらえていると判断され、それが不偏で再現性のある情報量を取得できる必要領域である。一般の工学的な判断に基づいて、十分大きいという用語を慣用的に3~5倍と解釈すれば¹¹⁾、骨材量を推定する際、モルタル供試体M1, M2において10mm×10mm以上の観察視野があれば十分な情報が得られると判断できる。同様に、コンクリート供試体の場合はC1においては20mm×20mm, C2, C3においては35mm×35mm以上の観察視野があればよいことになる。すなわち、コンクリートC3のように使用している骨材寸法が25mm程度あったとしても、骨材の空間分布を定量評価するのに統計的に必要となる観察領域の大きさはそれほど大きくはないといえる。

骨材相の2値化画像に対して、一辺の大きさを50画素ずつ変化させて5枚及び15枚の画像をランダムに取得して面積率を求めた結果を図-6に示す。モルタルでは一辺の長さが10mm以下の分画で面積率を求めると、原画像とは異なった評価値を与え、画像取得数が異なると、変化の傾向も異なる。しかし、一辺の長さが10mm以上になるとほぼ一定の面積率を示している。このことから、骨材空間構造の適切な評価のためには、図-5の2点相関関数の正の相関距離から示唆される代表領域の大きさを考慮して画像取得を行えばよいことが確認できる。さらに、表-2の倍率を変化させた場合でも骨

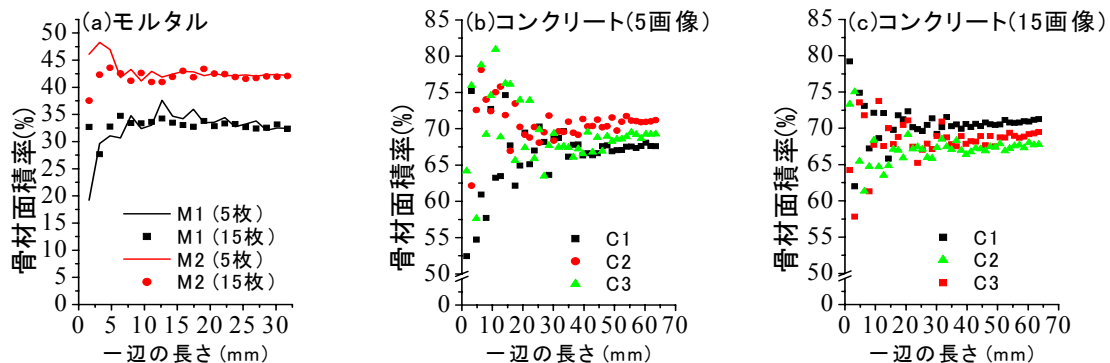


図-6 領域小分割の解析結果

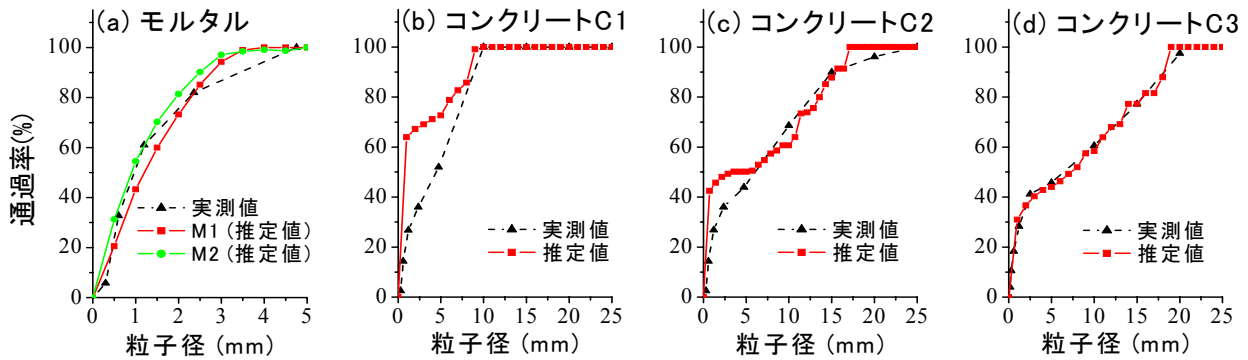


図-7 骨材の粒度分布の推定

材面積率がほぼ等しかったのは、いずれの倍率においてもこの代表領域程度の視野が確保されていたことも一因と考えられる。

図-6(b)および図-6(c)に示したコンクリート画像の場合も同様であり、5 画像の平均を行う場合、一辺の長さが 30mm 以下では骨材の面積率の変動はかなり大きい。画像数を 15 枚まで増やすことにより、面積率の変動は小さくなるようであるが、やはり、一辺が 30mm 以下では安定した値は得られないようである。しかし、35~40mm 以上であれば評価される面積率はほぼ一定となっている。コンクリートの品質管理を目的としてコンクリートコアが採取される場合、その試料数や断面数などに制限を受ける場合も多い。しかし、図-6 の結果は構造距離を考慮して画像解析を行うならば、一つの断面でも骨材体積率を精度よく推定しうることを示している。換言すれば、骨材の空間分布を把握することが目的の場合、本研究の断面寸法は十分に大きく、いわゆる、エルゴード性を仮定してよいことを表すと考えられる¹²⁾。すなわち、本研究にて取得したコンクリート断面数は 2 で、画像数としては決して多くはないが、観察視野が 2 点相関関数に示された構造距離よりも十分に大きいため、統計的に不偏で再現性を有する結果が得られているといつてよいものと思われる。

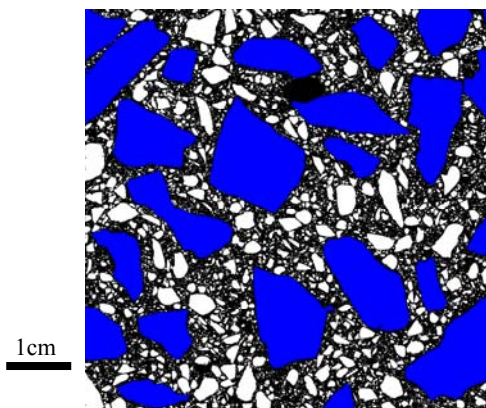


図-8 コンクリート C3 中の細骨材、粗骨材の区別
(青色：粗骨材)

3.3.3 次元の粒度分布の推定

骨材粒子が適切に抽出された場合、その空間情報を用いてコンクリートの品質に関する情報を引き出すことの例として、骨材の粒度分布の推定を試みた。2 次元断面から 3 次元の粒度分布を求める場合の基本手順である Schwartz-Saltykov 法を用いることとし、この方法では骨材は球であると仮定される。

図-7 は Schwartz-Saltykov 法を用いて求めた骨材粒子の粒度分布曲線を示したものである。モルタル M1, M2 に対して推定した細骨材の粒度分布は、骨材試験により求めた実測値とほぼ一致している。これに対して、コンクリート C1 においては、曲線は粒径が小さい区間において、実測値と大きく異なり、細骨材、粗骨材全体にわたって粒度分布の推定の精度は高くはない。一方、コンクリート C2 の場合は細骨材区分 (5mm 以下の曲線) の一致性は小さいが、粗骨材区分域ではかなり一致している。さらに、コンクリート C3 においては Schwartz-Saltykov 法とふるい分けでは基本的に粒径の求め方が異なるにも関わらず、推定した粒度分布曲線は実測の粒度分布曲線とほぼ重なりあい、非常に精度よく骨材粒度の推定ができているようである。

モルタルの場合はコンクリートに比べて、セメント細骨材比が 1:1, 1:2 のいずれの場合でも骨材体積率が低い (表-3)。よって、骨材粒子個数が少なく、骨材粒子の接触が少なくなり個々の粒子が分離して認識され、結果として精度よく粒度分布が推定できたものと考えられる。一方、コンクリートにおいては、骨材粒子数が多く (表-3)、骨材粒子間距離が短くなり、そのため、骨材粒子の接触が多く存在しうるものと思われ、この結果、骨材断面の実際の個数分布と異なったものが検出されたと考えられる。また、粗骨材最大寸法が大きく、細骨材率が小さい場合においては (コンクリート C2)、細骨材は粗骨材粒子間の比較的狭い領域に分布することになり、分布の均質性が低下する。このため、細骨材の凝集と接触が強く現われ、粒度分布の推定精度が低下したものと考えられる。さらに、骨材粒子形状の影響も寸法抽出に現

われていると考えられ、推定精度の向上については今後の検討課題である。

図-8 は骨材の粒度分布が正しく推定できたコンクリート C3 の骨材抽出像に対して粗骨材、細骨材の識別を行った例を示したものである。この識別では式(5)にて各粒径レベルにおける粒子個数を推定することが可能であることを利用している。任意の骨材粒子に対して、3次元空間における円相当径が 5mm 以下であるものを細骨材であるとする。そして、2次元画像上では同一寸法であっても、3次元での粒子個数に応じてランダム抽出を行い粗骨材となりうる粒子を選別している。Schwartz-Saltykov 法の理論上は、大きな粗骨材であっても断面には小さな切断面を持つ粒子として現われることは可能であるが、実際にはその確率はかなり低い。そのため、図-8 には微細な粒子でありながら粗骨材であると同定される粒子はほとんど現れない。前述のように粗骨材が存在することにより、その空間では細骨材は排他的に分布せざるを得ない。また、ステレオロジーの仮定より図-8 はランダムに分布する粒子の断面で、3次元空間のどの方向も代表しうる面と考えられる。よって、図-8 の2次元断面の微粒子のどの凝集域にも粗骨材が存在する可能性は低くしなければならず、実際、図-8 の同定においては、微粒子凝集域に粗骨材として同定されるものは現れていない。これより Schwartz-Saltykov 法に基づいた単純な同定であっても、このような情報は、骨材配置に関して直観的な理解をもたらす有用な情報になりうると考えられる。

4. 結論

本研究にて得られた主な結果は以下の通りである。

- 1) エッジ抽出法によりモルタル、コンクリート中の骨材相を精度よく抽出することが可能であり、作業の自動化と作業時間の短縮を図ることができる。
- 2) 低倍率で画像を取得する場合であっても、モルタルやコンクリート中の骨材の体積率や空間配置に関する情報を得ることは可能である。
- 3) 本研究のモルタル、コンクリート中の骨材に関して、空間構造および体積率の把握に必要な代表領域はそれぞれ 10mm×10mm、35mm×35mm 程度以上と判断される。
- 4) Schwartz-Saltykov 法を用いて、モルタル断面から細骨材の粒度分布を適切に推定することが可能であった。しかし、コンクリートでは粒度分布の推定の精度は低下する場合もある。
- 5) 2次元断面から骨材粒度が正しく推定される場合、寸法区分と粒子個数に応じて細骨材と粗骨材を確率に基づいて区別する例を示した。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、太平洋セメント株式会社中央研究所セメント化学チーム、高橋晴香氏、山田一夫博士より画像データの提供と助言を賜りました。ここに記して深甚の謝意を表します。

参考文献

- 1) Diamond, S. : Percolation due to overlapping ITZs in laboratory mortar? A microstructural evaluation, *Cement and Concrete Research*, Vol.33, No.7, pp.949-955, 2003
- 2) 人見尚, 三田芳幸, 齊藤祐司, 竹田宣典 : SPring-8 における X 線 CT 像によるモルタル微細構造の観察, *コンクリート工学年次論文集*, Vol.26, pp.645-650, 2004.7
- 3) Shashidhar, N. : X-Ray Tomography of Asphalt Concrete, *Transportation Research Board*, No. 1681, National Research Council, Washington DC, USA, pp. 186-192., 1999
- 4) Marinoni, N., Pavese, A., Foi, M., Trombino, L. : Characterisation of mortar morphology in thin sections by digital image processing, *Cement and Concrete Research*, Vol.35, No.8, pp.1613-1619, 2005
- 5) Caro, F., Di Giulio, A. : Reliability of textural analysis of ancient plaster and mortars through automated image analysis, *Materials Characterization*, Vol.53, No.2-4, pp.243-257, 2004
- 6) Yang, R., Buenfeld, N.R. : Binary segmentation of aggregate in SEM image analysis of concrete, *Cement and Concrete Research*, Vol.31, No.3, pp.437-441, 2001
- 7) Canny, J. : A computational approach to edge detection, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.8, pp.679-714, 1986
- 8) Coker, D.A., Torquato, S. : Extraction of morphological quantities from a digitized medium, *Journal of Applied Physics*, Vol.77, No.12, pp.6087-6099, 1995
- 9) Howard, C.V., Reed, M.G. : *Unbiased Stereology Three-Dimensional Measurement in Microscopy*(2nd Ed.), BIOS Scientific Publishers, Oxon, U.K., 2005
- 10) Schwartz, H.A., *Metal Alloys*, Vol. 5, pp.139, 1934
- 11) Garboczi, E.J. , Bentz, D.P. : The effect of statistical fluctuation, finite size error, and digital resolution on the phase percolation and transport properties of the NIST cement hydration model, *Cement and Concrete Research*, Vol.31, No.10, pp.1501-1514, 2001
- 12) Stoyan, D., Kendall, W.S., Mecke, J. : *Stochastic geometry and its applications*, 2nd Edition, JOHN WILEY&SONS, 1995