

論文 繊維化塑性関節モデルによる鉄筋コンクリート骨組の弾塑性解析

島津 勝^{*1}・修行 稔^{*2}

要旨： 著者らはハイブリッド骨組の大変位弾塑性解析に統一的使用できる解析プログラムの開発を進めてきた。その基本となるはり要素を著者らは繊維化塑性関節モデルと称している。本研究では、コンクリートの構成則として圧縮のみを負担する完全弾塑性形モデルを用いて、既往の曲げ降伏型の1層1スパンRC骨組と2層1スパンRC骨組の繰返し載荷実験を対象に解析を行い、本モデルの精度と適用限界を調べた。その結果、本モデルは部材角 $R = \pm 0.02\text{rad}$ 辺りまで、両試験体の繰返し挙動を概ね追跡できることを示した。柱梁接合部に直交梁が設けてある場合、接合部を弾性要素に置換することで、解析結果が実構造物の挙動に近づくことがわかった。

キーワード： 繊維化塑性関節モデル, RC骨組, 弾塑性解析

1 序

建物の性能評価の信頼性を保証するためには、骨組の保有耐力と変形性能を正確に評価できる解析手法が必要である。著者らはハイブリッド骨組の大変位弾塑性解析に統一的使用できる解析プログラムの開発を進めているが、その基本となるはり要素は、第二著者によって先に提案された開断面材・閉断面材・半剛接合部を有する鋼骨組の統一的三次元大変位弾塑性解析のための汎用真直はり要素である¹⁾。本要素は基本的には plastic hinge model であるが、plastic hinge 部の塑性変形増分を繊維に分割した断面に関する数値積分で求めるため、塑性変形が極めて精度よく評価できるという特徴を有する。本要素を著者らは繊維化塑性関節モデルと称している²⁾。本要素は、既に文献2)および3)において鉄筋コンクリート(RC)部材にも使用できるように拡張されているが、RC骨組についての精度の検証は必ずしも十分ではない。

RC部材の解析法については既に多くの研究があり、コンクリートの応力ひずみ関係に劣化現象を考慮しているものも少なくない⁴⁾。コンクリート繊維に劣化挙動を導入すると、plastic hinge 部の軸力・二軸曲げモーメントと各繊維の応力状態が釣り合うようにするための反復修正計算において、特に繰返し載荷時には各繊維の除荷と再負荷が錯綜して収束が遅く、不安定になりやすい。著者らはハイブリッド骨組の繰返し弾塑性挙動を安定に解析できることを最重要視しているため、コンクリート素材の劣化現象の導入は可能であれば避けたいと考えている。

本研究の目的は、宮川ら⁵⁾による1層RC骨組の実験的研究と大本ら⁶⁾による2層RC骨組の実験的研究を解析対象にし、実験結果と本解析法による結果を比較検討し、本要素がRC骨組の弾塑性挙動をどの程度把握できるかを調べることである。

2 解析方法

2.1 仮定

解析法は、plastic hinge model を用いた大変形弾塑性解析法である。定式化に際して以下のように仮定する。(1) 鉄筋とコンクリートの間にすべりは発生せず両者は一体となって変形する。(2) 部材の断面は二軸対称であり、変形後も平面を保持する。(3) 骨組の節点変位は大きい部材の弾性ひずみは小さい。(4) 断面の形状は降伏後も不変である。(5) せん断変形は無視できる。(6) 部材の材軸回りのねじれ変形は小さく、部材の塑性的挙動に影響しない。また、コンクリートのねじれ剛性は無視できる。鉄筋のねじれ剛性は、鉄筋を等価な薄肉角形鋼管に置換して評価する。(7) 塑性変形成分は、軸力と二軸回りの曲げモーメントに対応する3成分である。(8) 部材を材軸方向に小さな要素に分割することを前提にして一般化塑性ひずみ増分の各成分が要素内で線形に分布する。(9) 要素の両端と要素中央部との相対変位の塑性成分は、要素端 i または j 側に集約されて生じる。(10) 鉄筋の応力ひずみ関係は、降伏後のひずみ硬化係数 $H_s = E_s/100$ の bilinear 形である。ここに E_s は鉄筋のヤング率である。(11) コンクリートの応力ひずみ関係は、圧縮のみ負担する完全弾塑性形である(図-1)。

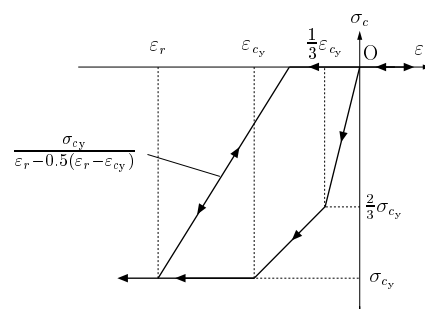


図-1 コンクリートの応力ひずみモデル

*1 長崎大学 工学部 構造工学科 助教 博士(工学) (正会員)

*2 長崎大学 工学部 構造工学科 教授 工博 (正会員)

コンクリート繊維の応力ひずみ関係のモデルについては、コンクリートの引張り強度や劣化現象を考慮したのも、また鉄筋や鋼材などによる拘束を受けるコンクリートと拘束を受けないかぶりコンクリートの相違を考慮したものなど、様々なものが既往の研究で提案されている。しかし、前述のように本解法はハイブリッド骨組を汎用的にかつ安定に解析することを重視していることから、試行錯誤の結果、図-1のような弾完全塑性形を仮定することとした。なお、本研究においてはコンクリート繊維の降伏応力 σ_{cy} はコンクリート強度 F_c の値をそのまま用い ($\sigma_{cy} = -F_c$)、コンクリートの初期ヤング係数 E_c は文献7) に従って求めて図-1のモデルを確定する。

2.2 幾何学的非線形剛性

要素の両端を i, j として i 端の図心に原点 O をとり、材軸方向に x 軸、これと右手系をなすように断面主軸方向に y, z 軸をとる。仮定 (1) ~ (6) および modified incremental stiffness method を用いると (1) 式を満足する弾性接線剛性行列 K^e が得られる¹⁾。

$$dQ + R = K^e dq^e \quad (1)$$

ここに、 R は不平衡力、 Q と q^e はそれぞれ要素端力と要素端弾性変位である。 Q と q^e の成分は以下のようである。

$$\left. \begin{aligned} Q &= [F_{xi} F_{yi} F_{zi} M_{xi} M_{yi} M_{zi} \\ &\quad F_{xj} F_{yj} F_{zj} M_{xj} M_{yj} M_{zj}]^T \\ q^e &= [u_i^e \ v_i^e \ w_i^e \ \theta_{xi}^e \ \theta_{yi}^e \ \theta_{zi}^e \\ &\quad u_j^e \ v_j^e \ w_j^e \ \theta_{xj}^e \ \theta_{yj}^e \ \theta_{zj}^e]^T \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 F_{kl} は l 端の k 方向の力、 M_{kl} は l 端の k 軸回りのモーメント、 q^e の成分は対応する弾性変位である。各ステップにおける要素の新しい座標系とその座標系での要素端全変位は、大きな回転に対応した回転行列を用いて決定し評価される。従って、 K^e に含まれる要素端変位のうちのいくつかは、もし要素が弾性域にあれば、常に以下のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} u_i^e &= v_i^e = w_i^e = v_j^e = w_j^e = 0 \\ \theta_{xi}^e &= -\theta_{xj}^e \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

なお、鉄筋の要素ねじり剛性への寄与は、鉄筋をその全断面積と等しい断面積を持つ薄肉角形鋼管に置換して評価している。

2.3 塑性変形増分の算定

本解法では塑性変形増分の算定に要素両端断面の塑性接線係数行列を用いる。この係数行列は、要素を構成する微小な繊維の、その時点での剛性を断面に関して数値積分することによって求められる。鉄筋コンクリート部材の場合、仮定 (6) から繊維の応力増分とひずみ増分の関係は次のようになる。

$$d\sigma = E_t d\varepsilon \quad (4)$$

ここに、 σ は軸力と二軸曲げモーメントによって生じる垂直応力、 E_t は繊維の一軸応力ひずみ関係の硬化係数である。仮定 (7) から塑性変形に關与する一般化応力 f と一般化ひずみ δ の成分は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} f &= [f_x \ m_y \ m_z]^T \\ \delta &= [\varepsilon_0 \ \phi_y \ \phi_z]^T \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 f_x は軸力、 m_y と m_z は曲げモーメント、 δ の成分はそれぞれに対応する軸方向ひずみ、 y 軸と z 軸まわりの曲率である。plastic hinge 部の断面を微小な繊維に分割し、繊維の応力と一般化応力の関係および繊維のひずみと一般化ひずみの関係を用いて Newton-Raphson 法を適用すれば、一般化応力増分と一般化ひずみ増分の間に次のような関係が得られる¹⁾。

$$df = s d\delta \quad (6)$$

ここに、 s は断面に関する接線係数行列である。 s を変形することによって次式を満足する塑性接線係数行列 \hat{s} が求められる¹⁾。

$$d\delta^p = \hat{s} df \quad (7)$$

ここに、 $d\delta^p$ は一般化ひずみ増分の塑性成分である。

さて、仮定 (7) により要素両端の plastic hinge に生じる塑性変形増分を次のように定義できる。

$$\left. \begin{aligned} dq_i^p &= [du_i^p \ 0 \ 0 \ 0 \ d\theta_{yi}^p \ d\theta_{zi}^p]^T \\ dq_j^p &= [du_j^p \ 0 \ 0 \ 0 \ d\theta_{yj}^p \ d\theta_{zj}^p]^T \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

これらの塑性変形増分は、要素の一般化塑性ひずみ増分によって生じるものである。要素両端の塑性接線係数行列 \hat{s} を利用し、仮定 (8) ~ (9) を導入して台形則を適用すれば、要素両端の塑性変形増分 dq^p と要素端力増分 dQ とを関係づける新たな 12 次の正方行列 s^p を得ることができる¹⁾。

$$dq^p = \begin{Bmatrix} dq_i^p \\ dq_j^p \end{Bmatrix} = \frac{l}{8} \begin{bmatrix} 3s_i^p & -s_j^p \\ -s_i^p & 3s_j^p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dQ_i \\ dQ_j \end{Bmatrix} = s^p dQ \quad (9)$$

ここに、 s_i^p と s_j^p はそれぞれ i 端断面の \hat{s} と j 端断面の \hat{s} から得られる 6 次の正方行列である。

2.4 弾塑性接線剛性行列

部材端変位増分 dq が、弾性変位増分 dq^e と塑性変形増分 dq^p の合計として生じると仮定すると、(10) 式に示す接線剛性 K^p が得られる。

$$dQ + R = [I + K^e s^p]^{-1} K^e dq \equiv K^p dq \quad (10)$$

ここに、 I は単位行列、 R は不平衡力である。数値解析

は1ステップで1回だけ不平衡力を修正し、反復修正を行わない変位増分法で進める。各ステップで回転行列を用いて要素の座標変換行列を更新し、剛体変位成分を除去して両端の全変位を再評価する。不平衡力 R は、この全変位から現時点までの塑性変形増分を差し引いて得られる弾性変位を用いて、陽な形で計算できる。

3 宮川らの1層RC骨組の繰返し載荷実験⁵⁾

3.1 解析対象の概要

解析対象としたのは、宮川らの実験⁵⁾の試験体のうちの1体である。図-2に試験体の形状を示す。試験体は、低層RC造建物を想定したおよそ1/3縮小モデルの1層1スパンRCラーメンである。骨組の破壊形式は柱曲げ降伏型で、梁はせん断破壊を防ぐため実際より高配筋にしてある。載荷実験は、一定鉛直荷重が2本の柱の柱頭部に作用するように載荷し、この荷重を一定に保持した状態で、上部梁両端に取り付けた2つのオイルジャッキを用いて繰返し水平力を載荷している。図-3に繰返し載荷パターンを示す。柱1本への一定鉛直荷重は $N = 157\text{kN}$ (軸力比 0.15) である。試験体の基礎に固定した測定用フレームに変位計を取り付け、上部梁の水平方向変位を測定している。コンクリートの圧縮強度は $F_c = 26.8\text{MPa}$ である。主筋の機械的性質を表-1に示す。

3.2 解析モデル

解析にあたっては、コンクリートのヤング率を $E_c = 24.3\text{GPa}$ とした⁷⁾。1部材を4要素でモデル化し、いわゆるパネルゾーンは考慮せず、柱と梁は図心で剛接され

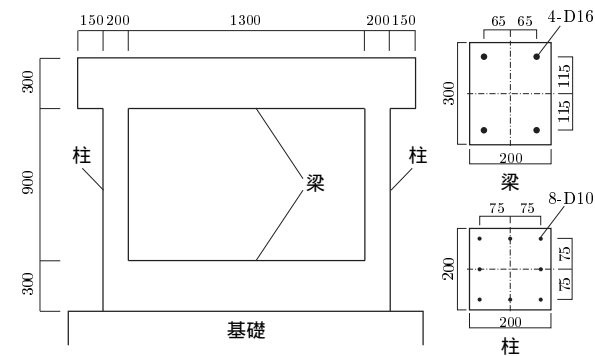


図-2 試験体の形状⁵⁾

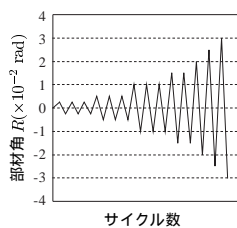


図-3 繰返しサイクル載荷パターン⁵⁾

表-1 鉄筋の機械的性質⁵⁾

部位	種別	降伏強度 (MPa)	ヤング率 (GPa)
梁主筋	D16	397	200
柱主筋	D10	410	199

ているものとし(図-4)、下部梁の図心軸に設けた節点を固定した。要素断面の繊維の分割数はコンクリート部が196、鉄筋はその図心位置における一本の繊維と仮定した(図-5)。鉄筋による断面欠損は無視している。この繊維への分割数は、これまでの多くの解析経験から、繰返し載荷や大変形状態において生じる数値解析的に最も厳しい状態でも、計算が安定に進む分割数として決定したものである。

3.3 解析結果と実験結果の比較

図-6に水平力～部材角関係を示す。実線の図が宮川らの実験結果⁵⁾、破線の図が本解析による結果である。印は部材角 $\pm 0.02\text{rad}$ の点であり、 ϵ_c はそのときの左側柱脚外側のコンクリート繊維(図-5中のa)のひずみ値である。文献⁶⁾には、部材角 $R = \pm 0.02\text{rad}$ までほぼ一定の曲げ破壊モードを示した後、部材角 $R = \pm 0.025\text{rad}$ のサイクルで引張側柱頭部のせん断破壊により急激に耐力低下したと記述されている。部材角が増加するにつれて、水平力～部材角曲線の除荷の後半から逆負荷の前半にか

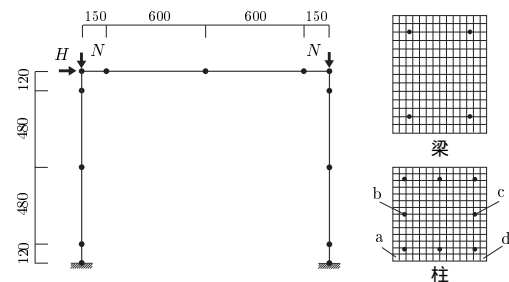


図-4 解析モデル

図-5 断面の繊維への分割図

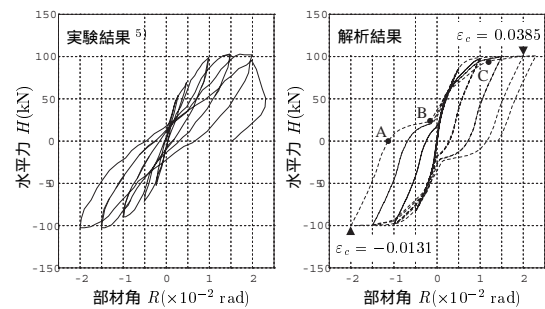


図-6 水平力～部材角関係

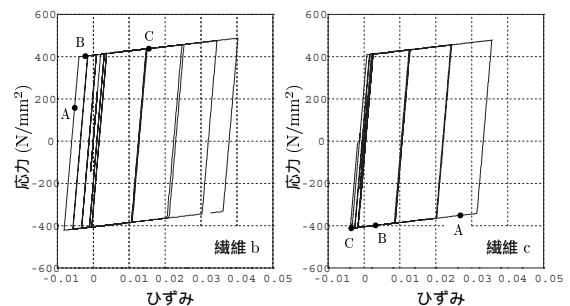


図-7a 左側柱脚主筋の応力ひずみ履歴

けて、解析の曲線が実験の曲線に比べ外側にふくらむ傾向はあるものの、本解法は部材角 $R = \pm 0.02\text{rad}$ までの骨組の水平力～部材角関係を概ね追跡できている。解析上のモデルとしてはかなりのひずみ値まで図-1の応力ひずみモデルが適用できることがわかる。

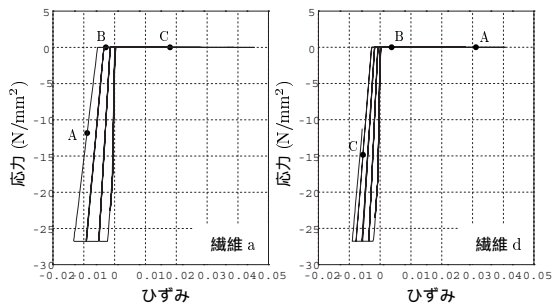


図-7b 左側柱脚コンクリートの応力ひずみ履歴

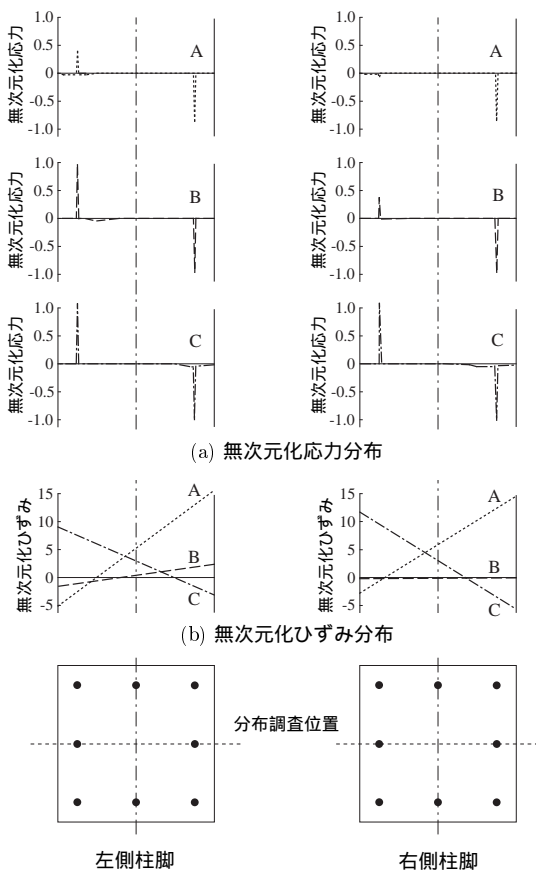


図-8 柱脚の応力分布とひずみ分布

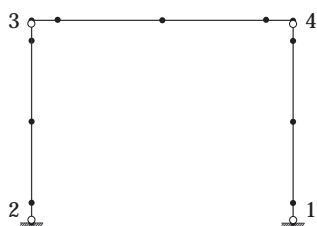


図-9 主筋が塑性化した節点 (解析結果)

なお、部材角 $R = \pm 0.02\text{rad}$ までの履歴ループ面積は実験値が $571\text{kN}\cdot\text{rad}$ 、解析値が $820\text{kN}\cdot\text{rad}$ 、残留変形角は実験値が -0.0047rad 、解析値が -0.0089rad であり差が大きくなるが、この問題を解決するには断面平面保持を仮定しない新たな要素モデルが必要であると思われる。

図-7a と図-7b はそれぞれ左側柱脚の主筋 2 本 (図-5 中の b と c) とコンクリート繊維 (図-5 中の a と d) の応力ひずみ履歴 (解析値) である。図中の A 点, B 点および C 点はそれぞれ図-6 のそれと対応している。A 点から B 点にかけて、繊維 a と b の応力が引張方向に大きく動くとともに、繊維 c と d のひずみ値が圧縮方向に急速に変化している。図-8 は、図-6 の解析結果の A 点, B 点および C 点における柱脚の応力分布図とひずみ分布図である。応力分布は柱主筋の降伏応力 σ_{sy} 、ひずみ分布は柱主筋の降伏ひずみ $\varepsilon_{sy} = \sigma_{sy}/E_s$ で無次元化して描いている。図中の点線、破線および一点鎖線はそれぞれ A 点, B 点, C 点での無次元化応力値と無次元化ひずみ値である。図-6 の解析結果で A 点から B 点にかけて骨組の部材角が急激に増加するのは、平面保持の仮定により柱脚断面の引張域が広がるのにもなって繊維 c と d 側のひずみが急速に変化するためである。なお、この部分の実験値との相違の主な要因がコンクリートの構成則ではないことは文献 2) で確認している。

図-9 は部材角 $R = \pm 0.01\text{rad}$ までに主筋が降伏した節点の位置を示したものである。図中の印は主筋が塑性化した節点の位置を、数字は主筋が塑性化するまでの順番を示している。実験では、柱に曲げひび割れが発生した後、部材角 $R = \pm 0.01\text{rad}$ で両柱の主筋の降伏が確認されている。解析では、部材角 $R = \pm 0.005\text{rad}$ の 1 サイクル目で左側柱脚と右側柱脚の主筋がほぼ同時に降伏した後、部材角 $R = \pm 0.01\text{rad}$ の 1 サイクル目までに両柱頭部の主筋が降伏している。

4 大本らの 2 層 RC 骨組の繰返し載荷実験⁶⁾

4.1 解析対象の概要

解析対象としたのは、大本らの実験⁶⁾の試験体のうちの 1 体である。図-10 に試験体の形状を示す。試験体は、2 層 1 スパン RC ラーメンで、各層梁および 1 層柱脚が曲げ降伏するように設計された曲げ降伏型骨組である。柱と梁の断面形状を図-11 に示す。試験体の柱梁接合部には直交梁が設けられている。

載荷実験は、まず柱に軸方向力を作用させ、ついで 2 層と 1 層の水平力が常に 2:1 の比率になるように繰返し水平加力を行っている。柱の軸方向力は一定に保持されおり、柱 1 本当りの軸方向力は、 $N = 74.5\text{kN}$ (軸力比 0.13) である。繰返し時の制御には 2 層梁の変位を用い、3 サイクルご

とに水平変位を $\pm 30\text{mm}$ (部材角 $R = 0.021\text{rad}$) 刻みで増加させている。コンクリートの圧縮強度は $F_c = 26.3\text{MPa}$ である。柱、梁ともに主筋はSD70であり、鉄筋径はD10、降伏強度は $\sigma_{sy} = 707\text{MPa}$ 、ヤング率は $E_s = 187\text{GPa}$ である。

4.2 解析モデル

解析にあたっては、コンクリートのヤング率を $E_c = 24.1\text{GPa}$ とした⁷⁾。解析モデルは、直交梁の存在を考慮して柱梁接合部を弾性要素で置換したモデルA(図-13)と柱・梁のスパンを長くして図心で剛接されているモデルBの2種類である。両モデルとも柱と梁の要素分割数は同じである。要素断面の繊維への分割方法は前の例と同じである(図-12)。

4.3 解析結果と実験結果の比較

図-14に層せん断力～部材角関係を示す。層せん断力は1層の層せん断力であり、部材角は2層頂部水平変位より求めた骨組全体の部材角である。実線の図が大本らの実験結果⁶⁾、破線の図が本解析による結果である。図中の印は最大荷重点であり、 Q_{\max} はそのときの荷重

である。モデルAの解析結果の方が実験に近く、直交梁が存在する骨組では柱梁接合部のモデル化が必要であることがわかる。実験結果とモデルAの解析結果は、荷重がやや低目ではあるが部材角 $R = \pm 0.021\text{rad}$ まではほぼ一致している。部材角 $R = \pm 0.021\text{rad}$ 以降は、特に除荷の後半から逆負荷全般にかけて大きな差が見られるとともに、部材角 $R = \pm 0.021\text{rad}$ での3サイクルの履歴ループ面積は実験値が $198\text{kN}\cdot\text{rad}$ 、解析値(モデルA)が $340\text{kN}\cdot\text{rad}$ 、残留変形角は実験値が -0.0032rad 、解析値(モデルA)が -0.0064rad となって差が大きい。これらの原因も前の例と同じく、断面の平面保持仮定が実状を反映していないためであると思われる。

図-15は部材角 $R = \pm 0.021\text{rad}$ (3回繰返し終了時)までに主筋が降伏ひずみに達した位置を示したものである。

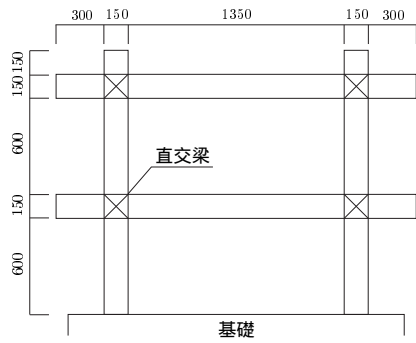


図-10 試験体の形状⁷⁾

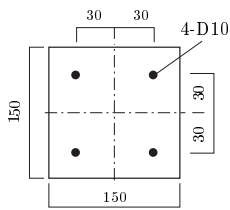


図-11 断面形状⁶⁾

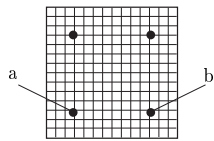


図-12 断面の繊維への分割図

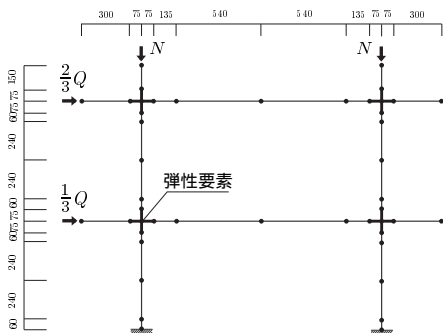


図-13 解析モデル(モデルA)

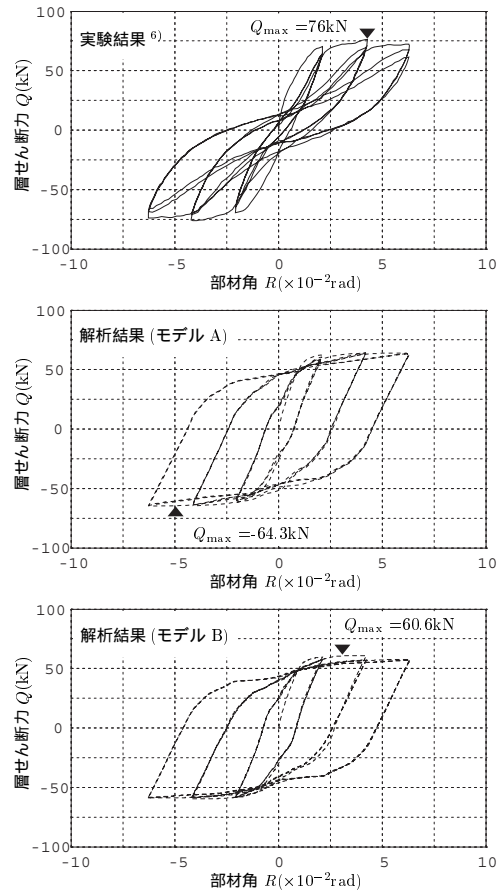


図-14 層せん断力～部材角関係

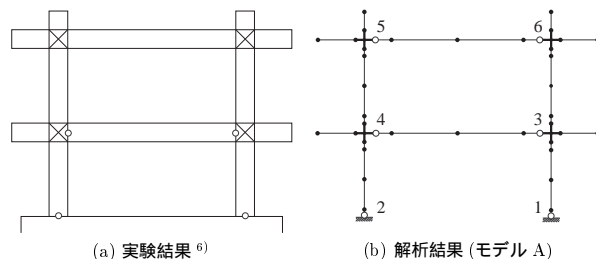


図-15 主筋が塑性化した位置

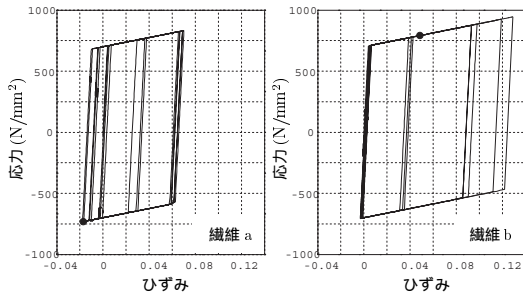


図-16 柱脚主筋の応力ひずみ履歴 (モデル A)

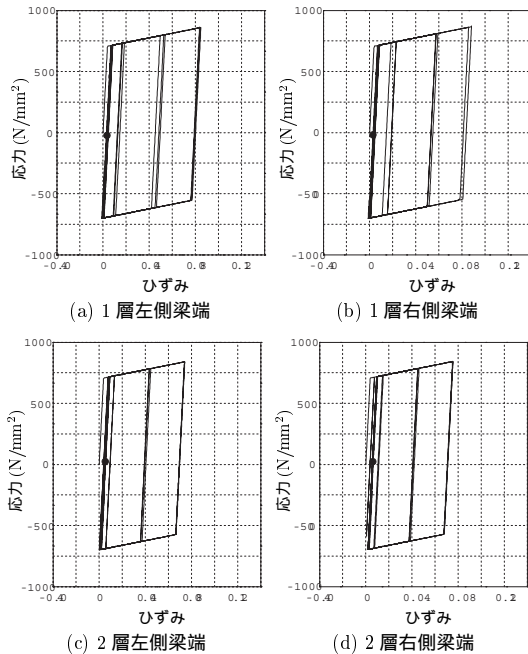


図-17 梁端下側主筋の応力ひずみ履歴 (モデル A)

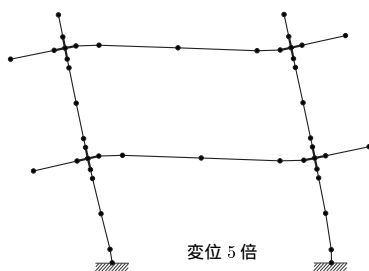


図-18 最終変形状態 (モデル A)

図中の \bullet は主筋が塑性化した位置を、数字は主筋が塑性化するまでの順番を示している。図-14 で部材角 $R = \pm 0.021\text{rad}$ 時の実験と解析の耐力に差がみられるのは、2層梁端の主筋が実験に比べ早めに塑性化したためと思われる。

図-16 は左側柱脚の、図-12 に a と b で示した主筋の応力ひずみ履歴 (解析値) である。図中の \bullet は載荷終了点である。解析上の値では、主筋のひずみ値が引張域で 0.13 に達しているのに対し、圧縮域で -0.019 程度である。圧縮側のひずみは引張側ほど大きくならないことがわか

る。この傾向は前の例と同じである。

図-17 は 1 層および 2 層梁端の下側主筋の応力ひずみ履歴 (解析値) である。図中の \bullet は載荷終了点である。1 層梁端の下側主筋の方により大きなひずみが生じている。実験では 1 層梁端により多くの曲げきれつが目視されており、解析結果と実験は同じ性状を示している。

図-18 は骨組の最終変形状態を変位を 5 倍に拡大して示したものである。1 層の柱脚近傍が大きな曲げ変形を生じている。

5 結論

本研究では、既存の曲げ降伏型の 1 層 1 スパン RC 骨組と 2 層 1 スパン RC 骨組の繰返し載荷実験を対象に、繊維化塑性関節モデルを用いて解析を行った。結果として、本モデルは部材角 $R = \pm 0.02\text{rad}$ 辺りまで、除荷の後半から逆負荷の前半にかけて実験との差が大きくなるものの、1 層および 2 層 RC 骨組の繰返し挙動を概ね追跡できることを示した。柱梁接合部に直交梁が設けられている場合、接合部を弾性要素に置換することで、解析結果が実構造物の挙動に近づくことがわかった。

参考文献

- 1) M.Shugyo : Elastoplastic Large Deflection Analysis of Three-Dimensional Steel Frames, J. Struct. Engrg., ASCE, Vol.129, No.9, pp.1259-1267, 2003.9
- 2) 修行 稔, 島津 勝, 林田幸浩, 岩永洋尚: 曲げで壊れる鋼コンクリート合成部材および骨組の弾塑性解析, 日本建築学構造系論文集, Vol.73, No.631, pp.1535-1542, 2008.9
- 3) 島津 勝, 林田幸浩, 修行 稔: 鉄筋コンクリート部材の非線形解析に関する研究, 日本建築学会九州支部研究報告, No.47, pp.529-532, 2008.3
- 4) 越川武晃, 上田正行, 和田俊良, 菊地 優: 補強材の付着すべりを考慮したコンクリート梁・柱部材の大変形・ポストピーク挙動解析, 日本建築学会構造系論文集, No.580, pp.69-76, 2004.6
- 5) 宮川和明, 木下陵二, 藤永 隆, 大谷恭弘, 三谷 勲: ピン接合鋼管ブレースによる RC 造骨組の外付け耐震補強法に関する実験的研究, 日本建築学構造系論文集, No.572, pp.147-154, 2003.10
- 6) 大本義直, 但木幸男, 笠松照親, 田中礼治: SD70 級鉄筋と高強度コンクリートを用いた 2 層 RC 骨組の実験, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.16, No.2, pp.919-924, 1994
- 7) 日本建築学会: 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説 -許容応力度設計法-, 1999