

論文 インパルスハンマーによる多点加振を用いた部材振動特性の同定

松岡 弘大^{*1}・貝戸 清之^{*2}・徳永 宗正^{*3}・曾我部 正道^{*4}

要旨: 多数の計測点を設けた構造物の詳細な振動計測に対する需要が高まる中、これを補間する意味で多点加振とマクスウェルの相反定理を利用することが考えられる。本研究では、多点加振・単点計測に基づいた振動特性の同定法を定式化するとともに、実際の RC ラーメン高架橋の中間スラブを対象としたフィールド試験を実施した。その結果、波形の切り出し位置に留意することで、部材レベルの詳細な固有振動数や振動モード形を同定可能であることを実証的に示した。さらに、本研究の条件においては、単点加振・多点計測と同程度の精度で固有振動数を同定できること、MAC 値が最大で 0.03 程度減少することを明らかにした。

キーワード: 振動特性, 多点加振・単点計測, マクスウェルの相反定理, 部材振動, RC 鉄道高架橋

1. はじめに

鉄道橋においては、走行する列車との共振現象が重要な工学的課題であり、その解決には固有振動数や振動モード形といった振動特性を把握しておく必要がある。特に、近年では列車の高速化が進んでいることから、RC 鉄道橋においても構造物音に寄与する部材レベルでの高次共振の発生が懸念されている²⁾。このような部材レベルでの振動特性（以後、部材振動特性と呼ぶ）を把握するためには、多くの計測点を設けた詳細な計測が必要となっている³⁾。しかしながら、多点計測においては設置作業に時間と労力を要するとともに、計測点の数に制限がある場合も存在する。特に営業中の鉄道路線であれば、限られた時間で作業を終了しなければならないという制約も存在する。そこで、本研究では多点計測を補う目的で、少数の計測点でより簡易に多点計測と同等の情報を取得する手法を考える。具体的には「入力点と出力点を入れ替えても伝達関数は等しい」とするマクスウェルの相反定理を利用し、多点で加振した際の入力応答と単点で計測した出力応答により算出した伝達関数から固有振動数と振動モード形の同定を試みる。マクスウェルの相反定理は古くから基本的性質として知られ、機械部品の検査などにも適用されているが⁴⁾、橋梁などの大型構造物の計測に適用された事例はほとんど見られない。このような現状を踏まえ、本研究では実際の RC ラーメン高架橋の中間スラブを対象とし、多点加振・単点計測、およびこれに基づく中間スラブの部材振動特性の同定を実施するとともに、一般的な単点加振・多点計測に基づく結果と比較することで、本手法の有効性について検討する。

以下 2.において加速度計測と振動特性の同定法について述べる。3.では、高速鉄道における RC ラーメン高架橋の中間スラブを対象とした適用事例を示す。最後に 4.では、単点加振・多点計測を用いた場合の同定結果との比較と考察を行う。

2. 多点加振・単点計測における振動特性の同定

本研究ではマクスウェルの相反定理に基づき、多点加振・単点計測した際の伝達関数を単点加振・多点計測した際の伝達関数として利用することとともに、多点計測時の伝達関数に基づく振動特性の同定手法を拡張して以下に定式化する。

2.1 固有振動数候補の抽出

物理座標系における N 自由度離散系の運動方程式は次式で定義することができる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

式中、 \mathbf{M} : 質量行列、 \mathbf{C} : 減衰行列、 \mathbf{K} : 剛性行列であり、それぞれ $N \times N$ 次元の正方行列である。また、 $\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}^T$ 、 $\mathbf{f} = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}^T$ は変位ベクトルと外力ベクトルを表す。ここで、物理空間座標で定義される変位ベクトル \mathbf{u} をモード空間座標へ変換すると、次式を得る。

$$\mathbf{u} = \Phi \mathbf{q} \quad (2)$$

$\Phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N\}$ は固有モード行列、行列要素の添え字はモード次数である。一方 \mathbf{q} は n 次元のモード変位ベクトルを示す。さらに、固有モードを次のように正規化する。

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \delta_{ij} \quad (3)$$

δ_{ij} はクロネッカーのデルタ関数であり、上式が単位

*1 大阪大学大学院 工学研究科地球総合工学専攻 博士課程 (正会員)

*2 大阪大学大学院 工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点 特任講師 博士 (工学) (正会員)

*3 公益財団法人鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 構造力学研究室 研究員 工修 (正会員)

*4 公益財団法人鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 構造力学研究室 主任研修員 博士 (工学) (正会員)

行列となることを意味している。また、 T は行列の転置操作を示す。式(3)に留意し、式(2)を式(1)に代入して、 Φ^T を左から乗じると、最終的に、

$$\ddot{q}_r + 2\zeta_r \omega_r \dot{q}_r + \omega_r^2 q_r = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{f} \quad (4)$$

で表わされる n 本の非連成化された運動方程式が得られる。ここで、 ζ_r と ω_r は r 次モードの減衰比と固有振動数である。 $\boldsymbol{\varphi}_r$ は r 次の固有モードベクトルであり、 $\boldsymbol{\varphi}_r = \{\phi_{r1}, \phi_{r2}, \dots, \phi_{rN}\}$ と表せ、1 次から R 次 ($R \leq N$) までの卓越するモード次数のみを抽出すれば、多自由度離散系の任意点の振動現象を R 本の運動方程式で記述することが可能となる。

つぎに、物理座標系における ℓ 点の変位ベクトルをフーリエ変換し、

$$U_\ell(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_\ell(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

を得る。式中 i は虚数単位である。また、外力 $\mathbf{f}(t)$ 、モード座標空間における r 次モードの変位 $q_r(t)$ に対しても同様に $F_m(\omega)$ と $Q_r(\omega)$ を得る。なお、 $F_m(\omega)$ は任意点 m への外力スペクトルを示す。さらに、式(4)に対してフーリエ変換を行い、

$$(-\omega^2 + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega + \omega_r^2) Q_r(\omega) = \boldsymbol{\varphi}_r^T F_m(\omega) \quad (6)$$

を得る。このとき、物理空間座標の任意の点 ℓ における変位 $u_\ell(t)$ のフーリエ変換は、式(2)を考慮して、

$$\begin{aligned} U_\ell(\omega) &= \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} Q_r(\omega) \\ &= \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} \frac{\boldsymbol{\varphi}_r^T F_m(\omega)}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \end{aligned} \quad (7)$$

と導出することができる。 R は考慮するモードの総数を示す。また、点 ℓ における加速度 $\ddot{u}_\ell(t)$ のフーリエ変換は同様に、

$$\begin{aligned} A_\ell(\omega) &= -\omega^2 U_\ell(\omega) \\ &= \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} \frac{-\omega^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T F_m(\omega)}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \end{aligned} \quad (8)$$

と表わされる。さらに、外力スペクトル $F_m(\omega)$ で両辺を除することで、伝達関数の一つであるアクセラレーションは

$$G_{lm}(\omega) = \frac{A_\ell(\omega)}{F_m(\omega)} = \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} \frac{-\omega^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (9)$$

と表わされる。式(9)から、計測点 ℓ における加速度のフーリエスペクトル $A_\ell(\omega)$ は、 $\omega \approx \omega_r$ でピークを示すことがわかる。したがって、計測された加速度応答に対してフーリエ変換を行い、そのフーリエスペクトルから卓越するピーク振動数を読み取ることにより、固有振動数の候補を抽出できる。

2.2 マクスウェルの相反定理

式(9)は任意の加振点と計測点における単点入力・単点出力の形で示している。これを N 個の節点から構成される系における多点入力・多点出力に各応答の重ね合わせとして拡張すると、

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1m} \\ G_{21} & G_{22} & \vdots & G_{2N} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1} & G_{N2} & \cdots & G_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

と表すことができる。ここで、対象とする系が線形である場合、マクスウェルの相反定理として、

$$G_{lm}(\omega) = G_{ml}(\omega) \quad (11)$$

が成り立つ。当然ながら、式(10)における伝達関数行列は対角成分に対して対称となる。これは加振点と計測点を入れ替えても伝達関数は等しいことを意味し、基準とする計測点 1 点 (固定) の出力応答に対する任意の加振点の伝達関数を算出することで、多点で計測した場合の伝達関数と同様の値を得ることができる。

2.3 振動モード形候補の同定

式(11)と式(9)により、

$$G_{lm}(\omega) = \frac{A_m(\omega)}{F_\ell(\omega)} = \sum_{r=1}^R \phi_{r\ell} \frac{-\omega^2 \boldsymbol{\varphi}_r^T}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i \cdot 2\zeta_r \omega_r \omega} \quad (12)$$

の関係を得る。ここで、対象とする N 個の加振点により構成される $\omega = \omega_r$ の時の伝達関数をベクトル表示すると、

$$\begin{bmatrix} G_{1m} \\ G_{2m} \\ \vdots \\ G_{N'm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{r1} \\ \phi_{r2} \\ \vdots \\ \phi_{rN'} \end{bmatrix} \frac{-\boldsymbol{\varphi}_r^T}{i \cdot 2\zeta_r} \quad (13)$$

と表すことができる。振動モード形は系の固有ベクトルであり、各加振点 (計測点) 間の相対的關係のみを用いることから、最大値を 1 に基準化する。これにより、式(13)で表される伝達関数のベクトルは振動モード形を直接表している。なお、式(13)の振動モード形は複素数である。任意の加振点 m の振動モード形の振幅 $\tilde{\phi}_{rm}$ と位相 θ_{rm} は、それぞれ

$$\tilde{\phi}_{rm} = \sqrt{\text{Re}\{\hat{\phi}_{r\ell}\}^2 + \text{Im}\{\hat{\phi}_{r\ell}\}^2} \quad (14)$$

$$\theta_{rm} = \tan^{-1}(\text{Im}\{\hat{\phi}_{r\ell}\} / \text{Re}\{\hat{\phi}_{r\ell}\}) \quad (15)$$

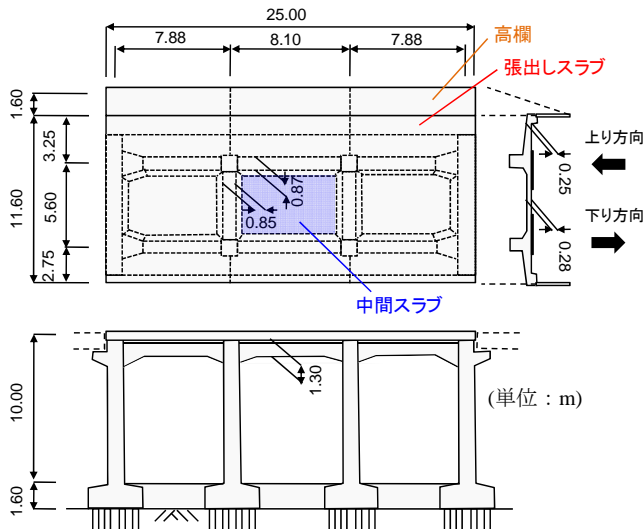


図-1 対象橋梁

となる。なお Re は実部を、 Im は虚部を示す。したがって、最終的に加振点 m の r 次の振動モード形は、

$$\phi_{rm} = \begin{cases} +\tilde{\phi}_{rm} & (|\theta_{rt}| \leq \pi/2 \text{ のとき}) \\ -\tilde{\phi}_{rm} & (|\theta_{rt}| > \pi/2 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (16)$$

として与えることができる。

2.4 振動モードの同定

以上により抽出した任意の振動モード形に対して、統計的検定手法である MAC 検定を行い、事前に設定した条件を満たすものを振動モードとする。MAC 検定とは、振動モード形の理論値と実測値の相関係数である MAC 値

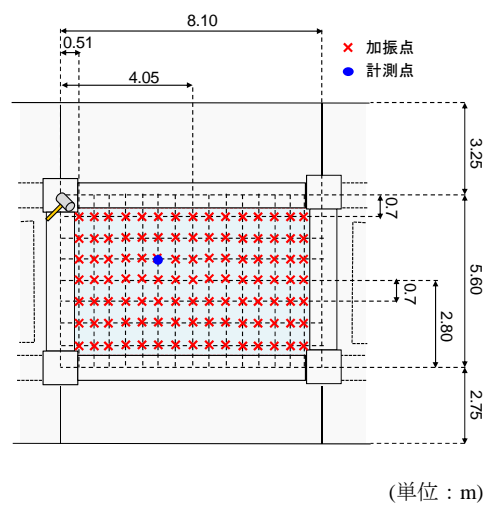
$$MAC = \frac{COV(\Psi \times \Xi)}{\sqrt{VAR(\Psi) \times VAR(\Xi)}} \quad (17)$$

を指標として、MAC 値の大きさから振動モード形の候補が真の振動モード形と見なせるか否かを検定する手法である。式中の Ψ は同定された振動モード形、 Ξ は振動モード形の理論値のベクトル（振動モード形に採用する計測点数が M 点のときには M 次）をそれぞれ示す。また、 COV は共分散を、 VAR は分散をそれぞれ示す。本研究では次章の適用事例における理論モード形として、平板の振動モード形を理論モード形として用いるとともに、MAC 値は 0.9 以上かつ最大のものを振動モードとする。

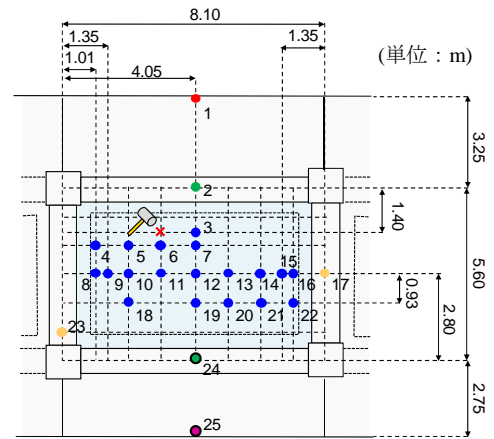
3. 適用事例

3.1 対象橋梁と計測方法

2.で示した手法を実構造物に対して適用する。対象橋梁は高速鉄道用の RC ラーメン高架橋（3 径間）とし、特に中央径間の中間スラブを対象に計測、および振動特性の同定を実施した。当該橋梁は連結



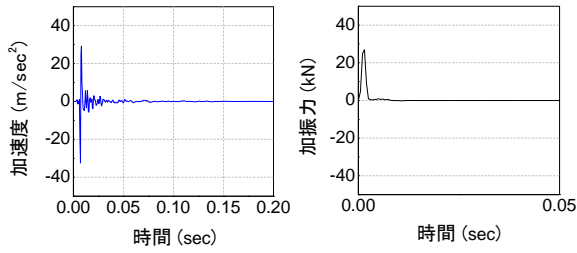
(a) 計測点配置 1 (多点加振・単点計測)



(b) 計測点配置 2 (単点加振・多点計測)

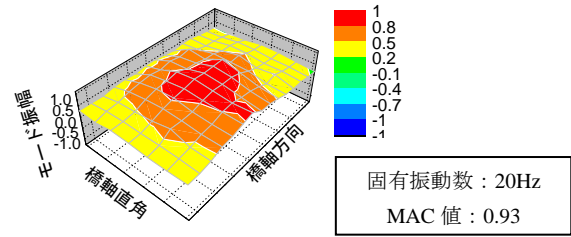
図-2 計測点配置と加振位置

基礎形式で地盤種別は G3 となっている。対象橋梁の概略図を図-1 に示す。当該橋梁は柱高さ 10m、径間長は側径間が 7.88m、中央径間が 8.1m となっており、上下方向のスラブ軌道が敷設された複線橋となっている。また、図-2 には中間スラブを対象とした計測点配置とインパルスハンマーによる衝撃加振位置を示している。図-2 には、計測点配置 1 で示す多点加振・単点計測とともに、計測点配置 2 で示す単点加振・多点計測に対する計測点配置を(a), (b)にそれぞれ示している。計測点配置 1 においては、縦梁と横梁に囲まれた中間スラブに加振点を格子状に配置した。加振点は橋軸方向に 15 列、橋軸直角方向に 7 列の計 105 箇所とし、中間スラブ内に設置した 1 点の加速度計（図中の青印）によりその応答を計測した。加速度計の設置位置は振動モード形の節にならない点として図中に青印を選定している。なお、加速度計と、インパルスハンマーに内蔵された加振力計の応答は同期されている。一方、計測点配置 2 では中間スラブ内に 20 点の加速度

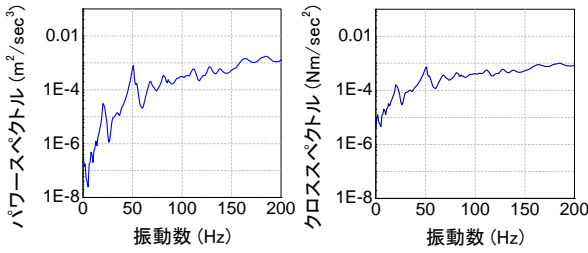


(a) 加速度応答 (b) 加振力応答

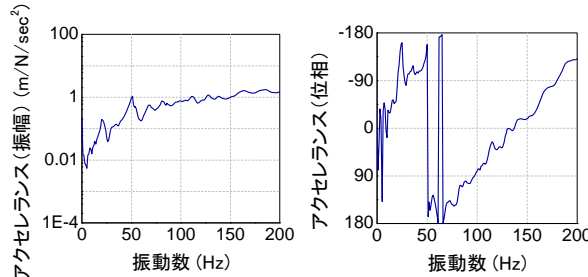
図-3 収録波形



(a) モード1

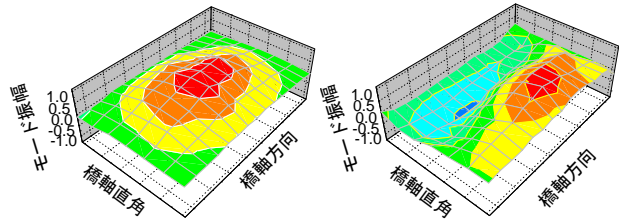


(a) 加速度パワースペクトル (b) クロススペクトル



(c) 伝達関数 (振幅) (d) 伝達関数 (位相)

図-4 各種スペクトル



(b) モード2

(c) モード3

図-5 同定結果 (多点加振・単点計測)

計を設置し、図中の×印をインパルスハンマーにより衝撃加振することで、単点加振・多点計測を実施した。加速度の計測には圧電型加速度計 (感度: $6.42\text{pC}/(\text{m}/\text{s}^2)$, 応答振動数: $1\sim 7,000\text{Hz}$) を、加振力の計測にはインパルスハンマーに内蔵された加振力計 (感度: $0.23\text{mV}/\text{N}$) を用いている。各加速度計、および加振力計で計測された応答はともにサンプリング周波数 2kHz で AD ボードを介してノート PC に収録される。なお、 1kHz 以上の周波数応答はアンチエイリアシングフィルターを用いて除去している。計測時間については、いずれの計測点配置においても衝撃応答を含む 10 秒間と設定した。

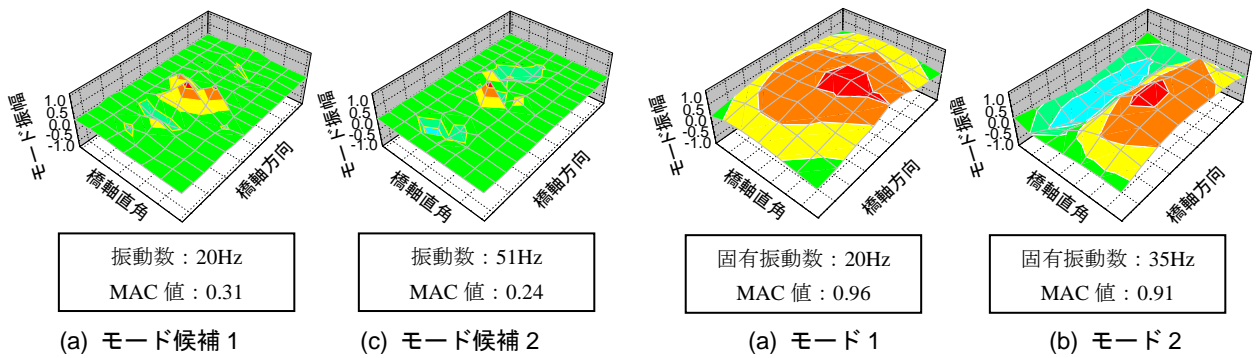
3.2 計測結果

計測点配置 1 において計測点付近を打撃した際に収録した時刻歴応答を図-3 に示す。図-3(a)には加速度計により計測した加速度応答を示しているが、衝撃加振時に最大振幅を示し、徐々に減衰していく自由振動応答を見て取ることができる。また、図-3(b)にはインパルスハンマー内で計測した加振力応答を示しているが、 0 秒付近の衝撃加振時に最大応答を記録し、

その後はほぼ 0 となっていることが見て取れる。このような傾向はいずれの加振ケースの場合でも同様であった。次に、図-4 に計測した加速度応答、および加振力応答から算出した各種スペクトルを示す。図-4(a)には加速度パワースペクトルを示しているが、 20Hz 付近と 50Hz 付近に大きなピークが見られる。また、振動数の増加とともにスペクトル振幅が大きくなる傾向にある。過去の研究⁴⁾でも報告されているように、インパルスハンマーによる衝撃加振により励起される応答は 50Hz 以上の高振動数成分が多く含まれていることがわかる。パワースペクトルに見られるこのような特徴は同図(b), (c)のクロススペクトル、および伝達関数 (振幅) においても同様に確認できる。

3.3 同定結果

図-3, 図-4 に示した多点加振・単点計測を全 105 点を対象にして実施するとともに、得られた伝達関数を用いて、2.で述べた手法により固有振動数と振動モード形の同定を行った。同定には、計測した 105 点分の時系列応答から、それぞれ一定の応答を切り出して用いた。切り出し開始位置として、計算プログラム上で容易かつ画一的に抽出可能である、加振力応答が最大値を記録した時点を採用するとともに、切り出し時間を 1 秒間と設定した。なお、同様の理由から、切り出し開始位置として、加速度応答が最大値を記録した時点を採用することも考えられるが、これに関しては次節で検討する。



(a) モード候補 1

(c) モード候補 2

(a) モード 1

(b) モード 2

図-6 切り出し位置の影響

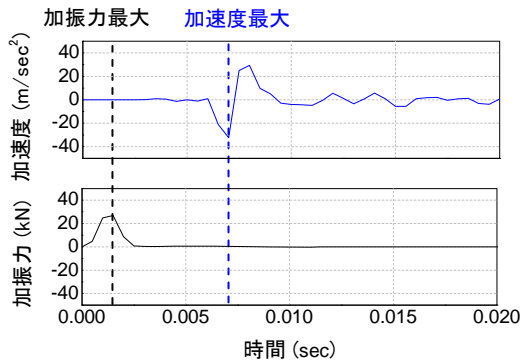


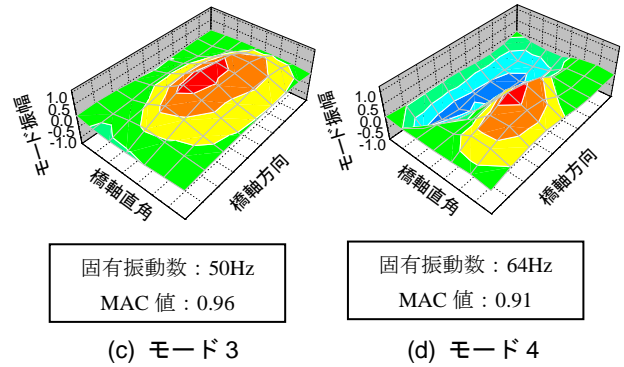
図-7 収録応答の位相差

以上の設定のもとで同定した中間スラブの振動モード形を図-5 に示す。なお、中間スラブの振動モード形は面的挙動を捉えるために等高線図で示すとともに、最大値を1に基準化している。等高線図における各節点は加振点を示す。なお、凡例に示す色の割当ては以降の等高線でも同様となっている。全部で3つの振動モードを同定可能であった。同定した振動モードはいずれも MAC 値が 0.9 を超えており、多点加振・単点計測の結果を用いた場合でも振動モードを同定できていることがわかる。また、図中(a)の固有振動数 20Hz のモード 1 は中間スラブの中心でモード振幅が最大を示しているが、縦梁のモード振幅も大きく、中央径間の全体モードであると考えられる。一方で、同図(b), (c)に示すモード 2, モード 3 は縦梁、横梁付近のモード振幅が小さく中間スラブの部材振動モードとなっている。なお、モード 1 はインパルスハンマーの対象加振周期の範囲外であるが、振動モード形から構造物のモードであると判断した。

3.4 切り出し位置の影響

前節でも述べたように、同定に際しては、切り出し開始位置を加振力応答が最大値を記録した時点としている。しかしながら、切り出し開始位置として加速度応答が最大値を記録した時点を採用することも考えられることから、本節でその影響を検討する。

切り出し開始位置を加速度応答が最大値を記録した時点とし、3.3と同様に振動特性の同定を実施した。しか



(c) モード 3

(d) モード 4

図-7 同定結果 (単点加振・多点計測)

しながら、本研究で採用している MAC 値の閾値 0.9 を超える振動モードは存在しなかったために、切り出し位置が振動モードに及ぼす影響の例として、3.3 で同定したモード 1 とモード 2 の固有振動数 (20Hz と 51Hz) における振動モード形候補を図-6 に示す。振動モード形を見ると、図-5 と比較して明らかに歪な形状であるとともに、MAC 値も 0.3 程度となっている。なお、MAC 値が最大を示す振動数は 20Hz となっており、図-5 に示したモード 1 やモード 2 を同定できないことがわかる。

このように、切り出し開始位置により同定結果が大きく異なる理由として、応答の位相差の影響が挙げられる。図-7 には図-3 の衝撃加振時付近を拡大したものを示す。加振力応答が最大を示す時点と加速度応答が最大を示す時点の間には 0.005 秒程度の時間差があることがわかる。加速度応答が最大を示す時点を基準に切り出し開始位置を決定した場合、加振力応答の最大の時点は切り出し波形に含まれないことになる。これにより、伝達関数を用いたとしても加振力の情報が十分に反映されないために、各加振ケースのばらつきが低減されず、図-6 のように振動モード形候補の MAC 値が著しく低下したと考えられる。

4. 単点加振・多点計測との比較

4.1 計測および同定結果

多点加振・単点計測に基づく振動特性の同定手法の妥当性と有効性を検討するために、本章では、同様の構造物を対象として単点加振・多点計測とこれに基づ

表-1 各試験に基づく同定結果

固有振動数(Hz)		MAC 値	
多点加振・ 単点計測	単点加振・ 多点計測	多点加振・ 単点計測	単点加振・ 多点計測
20	20	0.93	0.96
-	35	-	0.91
51	50	.095	0.96
63	64	0.90	0.91

く振動特性の同定を実施し、両者の比較を行う。計測点の配置は図-2(b)に計測点配置 2 としてすでに示している。厳密には計測点配置 1 の加振点と同様の計測点数、および設置位置にすることが望ましいが、作業時間と計測点数が限られていたため、中間スラブ内に 20 点、その他の部材に 5 点の計 25 点としている。同図中の×印は加振位置である。加振時の応答およびスペクトルの傾向は 3. の場合と同様であったために、本章では割愛する。同定は 2. で示した手法においてマクスウェルの相反定理を用いず、通常の伝達関数を用いて実施した。同定結果を図-7 に示す。なお、振動モード形を表す等高線図は、橋軸方向に 8 メッシュ、橋軸直角方向に 6 メッシュとし、各節点の座標と計測点の座標が一致する場合は実測値を、それ以外では周辺の実測値を平均化することで座標値を補間している。合計 4 つの振動モードを同定可能であった。また、同定した各振動モードに関しては、3.3 でも述べたように、各計測点におけるモード振幅から、図中(a), (b) に示すモード 1 (固有振動数 20Hz)、モード 2 (固有振動数 64Hz) は中央径間の全体モードを示している。また同図(c), (d) に示すモード 2 (固有振動数 50Hz)、モード 3 (固有振動数 64Hz) は、それぞれ中間スラブの 1 次、および橋軸方向 1 次橋軸直角方向 2 次の部材振動モードとなっている。

4.2 同定結果の比較

3.3 と 4.1 でそれぞれ同定した固有振動数と MAC 値を表-1 に改めて整理する。同定可能であったモードは多点加振・単点計測の方が一つ少ないものの、構造物音への寄与が指定されている部材振動モードでは同様の振動モードが同定されている。同定された各振動モードの固有振動数はほぼ等しくなっており、多点加振・単点計測であっても、単点加振・多点計測と同等の精度で固有振動数の同定が可能であることがわかる。一方で、MAC 値に着目した場合、いずれの振動モードにおいても多点加振・単点計測の方が低い値となっている。多点加振・単点計測ではインパルスハンマーの加振力応答を基準とした伝達関数により振動モードを同定している。インパルスハンマーによる衝撃加振は人力により実施しているため、各加振ケースにおけ

る接地時間などにばらつきが混入している可能性がある。一方、単点加振・多点計測の場合はすべての計測点が同期されているとともに、一度の加振に基づいて振動特性が同定されるために、MAC 値が高かったと考えられる。

5. おわりに

本研究は、構造物の多点計測を補間する意味で、これまで土木構造物に対してほとんど適用されなかった多点加振とマクスウェルの相反定理を利用した振動特性の同定法の適用性を実証的に検証した。その結果、全体モードで同定できなかったモードが存在するものの、波形の切り出し位置として加振力応答の最大時点を選定することで、部材レベルの詳細な固有振動数や振動モード形を同定可能であることが判明した。また、一般的に実施される多点計測との比較により同定される固有振動数の妥当性を確保するとともに、本研究の条件においては、各加振ケースによるばらつきの影響により、MAC 値が最大で 0.03 程度減少することを明らかにした。しかしながら、今後の検討課題として以下の事項をあげることができる。まず、35Hz のモード 2 が同定できなかった原因を明らかにするために、基準点について検討することが挙げられる。これとは別に、本研究では、多点加振・単点計測に基づき振動特性の同定を実施したが、作業時間や作業負荷の点で大幅に改善されたとは言い難い。加振点と計測点を計測に応じて適宜、最適化できるよう、多点加振・多点計測に基づく振動特性の同定手法の確立が望まれる。

謝辞：本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。ここに記して感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 渡辺勉, 曾我部正道, 後藤恵一, 浅沼潔: 構造物音評価のための RC ラーメン高架橋の振動性状評価法, 鉄道力学論文集, Vol.14, pp.136-143, 2010.7
- 2) モード解析ハンドブック編集委員会: モード解析ハンドブック, コロナ社, 2000.
- 3) 貝戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三, 本村均: 実構造物の非接触スキャンニング振動計測システムの開発, 土木学会論文集, No.693/VI-53, pp.173-186, 2001.12
- 4) 貝戸清之, 松岡弘大, 渡辺勉, 曾我部正道, 藤野陽三: 走行列車荷重下における鉄道橋桁の動的応答の特性とその利用, 土木学会論文集 F, Vol.66, No.3, pp.382-401, 2010.7