

論文 衝撃弾性波法による厚さ測定の適用限界の実際

菅野 匡*1・境 友昭*2・山下 健太郎*3

要旨：道路構造物の老朽化が深刻化し、社会的問題として顕在化するにつれ、点検の重要性が認識されている。しかし、コンクリートの非破壊試験に関する理論には、確立されていない問題が少なくない。本論文は、衝撃弾性波法による構造物の厚さ測定において、厚さ方向の多重反射の共振による周波数ではなく、剥離あるいは空洞表面の曲げ振動によると思われるものが測定される問題に着目し、考察したものである。内部の空洞を模擬した供試体を作製して、実際に厚さが測定不能になることを示し、さらに、測定される共振周波数が、空洞表面の曲げ固有振動数であることを有限要素法による解析で明らかにした。

キーワード：衝撃弾性波法, 空洞, 剥離, 厚さ, 共振周波数, 有限要素法, 曲げ振動, 動弾性係数

1. はじめに

道路構造物の老朽化が深刻化し、社会的問題として顕在化するにつれ、点検の重要性が認識されている。現在、道路施設を網羅した第三者の安全のための点検が集中的に行われているが、コンクリートの非破壊試験が、目視試験および打音検査を補助するものとして、現場に浸透し始めている。

しかしながら、コンクリートは、鉄筋、セメント、骨材、および水の複合材料であり、なおかつ、内部にひび割れがある可能性を秘めているなど、その複雑さから理論的に確立されていない問題が少なくない。

コンクリートの厚さの測定方法に、大入力で適用厚さの大きい衝撃弾性波法がある。これは、打撃装置から入射した弾性波が、測定表面と試験対象の対向反射面間を往復し、共振する現象を利用したものである。加速度計で受信した反射波のスペクトルから共振振動数を読み取り、これと、別に測定したコンクリートの縦波速度から厚さを計算する¹⁾。

受信波形の周波数領域の解析には、通常、Cooley-Tukey法が用いられるが¹⁾、相互相関関数を計算し、それからペリオドグラムを求めるBlackman-Tukey法の適用が最近提唱されている²⁾。スペクトル解析の理論から、この方法は、計算数が多いものの精度に優れ³⁾、コンクリートの厚い場合やシースからの反射波を測定する場合など、多重反射の得られないときに有効であるとの結論が得られている²⁾。

衝撃弾性波法は、日進月歩にありながら、その実用においては問題が存在する。既設コンクリートの調査においては、設計厚さが確保されているかが調査項目のひとつとなり、しばしば厚さ測定が行われるが、調査対象と

なる構造物には、通常、ひび割れや空洞などの変状が潜んでいる。このような構造物の試験では、空洞あるいは剥離表面のコンクリートの曲げ振動が卓越し、厚さ方向からの反射波が判別できなくなる可能性がある。すなわち、空洞あるいは剥離の曲げ固有振動数を厚さ方向の共振周波数と誤認し、厚さを違算するケースがある。

本論文では、この経験を理論的に考察するために、模擬空洞を有する供試体を作製し、実際に誤認する可能性のあることを確認した後に、有限要素法による固有振動解析を行い、考察を加えた。

2. 実験

2.1 実験方法

(1) 供試体

実験に使用した供試体を図-1、図-2に示す。供試体の設計基準強度は、 35N/mm^2 、設計厚さは300mmである。コンクリート打設時に採取した直径100mm、長さ200mmの円柱供試体の材令28日における圧縮強度試験結果は 43.3N/mm^2 であった。

コンクリートの剥離は、鉄筋腐食による劣化の初期においては面積が小さく、いきおい供用中の構造物においては、これが最も多く現れる変状となっている。供試体では、実際に点検で発見される剥離や内部空洞を再現し、 $100\text{mm}\times 100\text{mm}$ と $200\text{mm}\times 200\text{mm}$ の2種の正方形で表面からの深さが、それぞれ50mmと100mmの2種の合計4種の諸元で箱抜きした。

(2) 測定方法

測定は、衝撃弾性波法の測定装置iTECS6を使用した。設定値を表-1に示す。

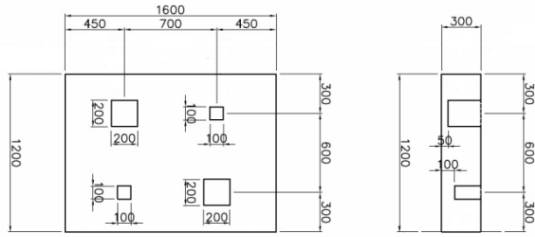
打撃装置には、既往の研究²⁾から、卓越周波数約9kHz

*1 (株)ネクスコ東日本エンジニアリング 佐久道路事務所 課長 工修 (正会員)

(東日本高速道路(株)より出向)

*2 iTECS技術協会 理事 工博 (正会員)

*3 iTECS技術協会 (正会員)



図一 実験供試体 (単位 mm)



図二 実験供試体裏面

の入力をする直径 15mm の鋼球を選択した。打撃装置は、厚さの多重反射共振周波数を含む比較的広帯域の弾性波を入力する。

センサは、この帯域を応答周波数を含む加速度計としている。サンプリング間隔、測定時間は、加速度計の帯域を含む領域で設定した。

表一 測定設定値

項目	仕様
打撃装置	鋼球直径 15mm(約 15g)
センサ	加速度計(0.5~25kHz)
サンプリング時間間隔	10 μ s
測定時間	10ms

測定では、対象とする内部空洞表面の中央にセンサを配置し、近傍の約 25mm の離隔距離で打撃し、応答波形を記録後、高速フーリエ変換による周波数分析を行った。

2.2 実験結果

空洞から離れた健全部とそれぞれの空洞諸元における、測定波形と周波数解析によるパワースペクトル密度を図-3 から図-7 に示す。また、空洞表面における卓越周波数を表-2 にまとめた。図縦軸は、それぞれ振動速度とスペクトル密度であるが、値が測定の都度の打撃力によって変化するため、絶対最大値で基準化している。

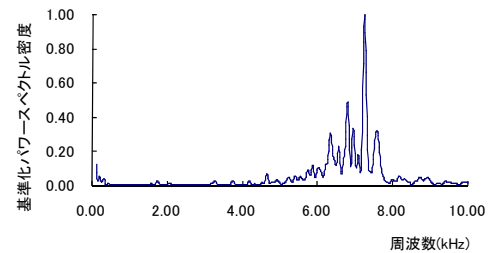
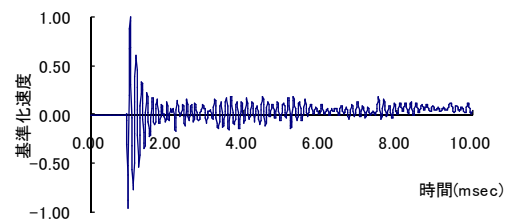
実験供試体の健全部の 3 か所で、衝撃弾性波法によって測定した伝搬時間と既知の長さから求めた縦波速度は 4100m/s である。別の位置で測定した健全部の卓越周波

数は、図-3 で 7.20kHz と読み取れるから、式(1)を用いて厚さが 285mm と計算される。供試体の設計厚さが 300mm であるから、健全部では厚さが測定されていることがわかる。しかし、空洞表面では、いずれもそれとは異なる卓越周波数が現われており、すべての空洞のケースにおいて、卓越周波数から厚さを計算すると、測定を誤ることになる。

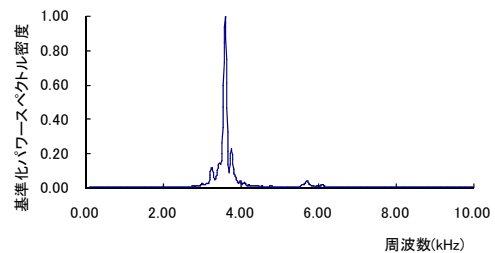
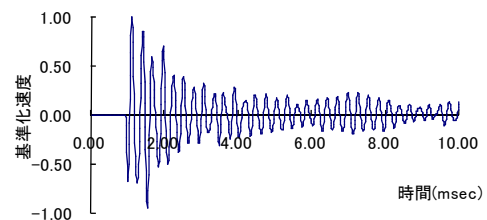
$$d = v_p / 2f \quad (1)$$

ここで、 d : 厚さ、 v_p : 弾性体中の縦波速度、

f : 厚さ方向多重反射共振周波数。



図三 健全部の測定波形とスペクトル



図四 測定波形とパワースペクトル (200×200×50mm)

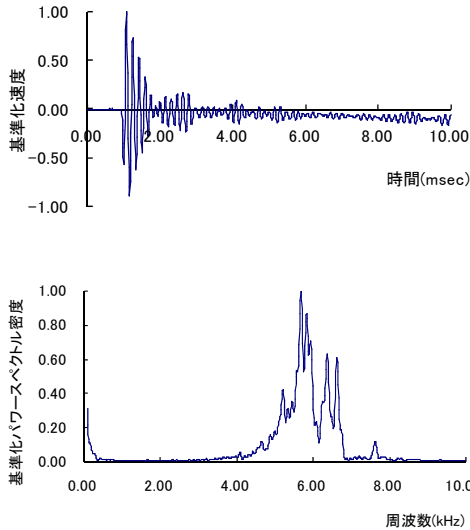


図-5 測定波形とパワースペクトル(100×100×50mm)

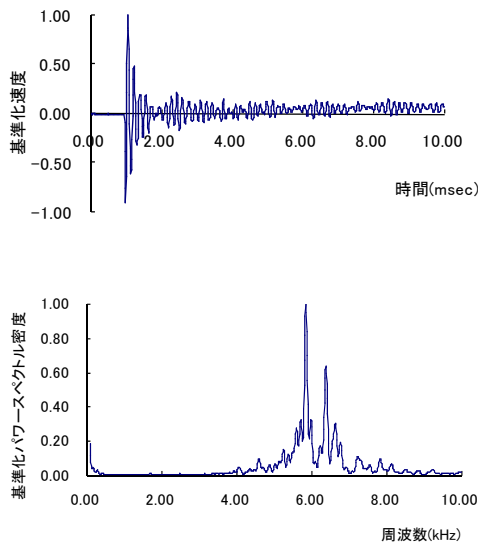


図-6 測定波形とパワースペクトル(100×100×100mm)

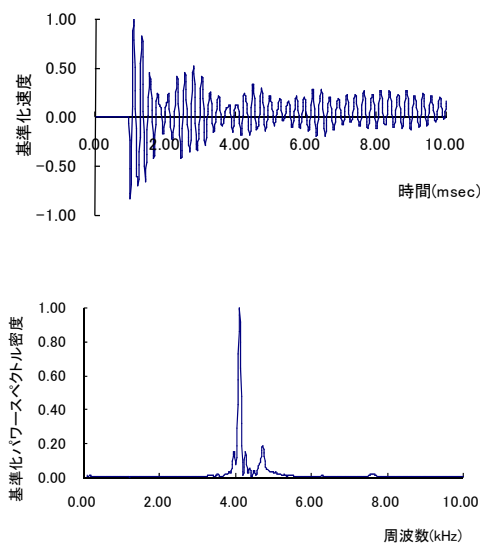


図-7 測定波形とパワースペクトル(200×200×100mm)

表-2 卓越周波数実験値

空洞辺長 空洞表面厚さ	100mm	200mm
50mm	5.67kHz	3.60kHz
100mm	5.86kHz	4.12kHz

3. 有限要素法動的解析

3.1 解析方法

コンクリート空洞の表面は、矩形の4辺を弾性支持された板に近似できる。板の理論には、板厚比との関係において、Kirchhoff-Love の仮定の微小変位薄板理論、せん断変形と回転慣性を考慮した Mindlin 板理論や高次のせん断変形を考慮に入れた厚板理論がある^{4),5)}。しかし、供試体の空洞表面は板厚比が1までと大きく、理論の適用範囲を越えているため、理論からは十分な精度の解が得られない。厚板の固有振動数解析に関しては既往の文献が多いが、板厚比が大きいときは、いずれも有限要素法を解法としている。本論文も3次元有限要素法を採用し、Zienkiewicz ほか⁶⁾の参考資料として、ソースプログラムを公開している FEAPpv3.1 を用いた。無償で配布している他の多くの有限要素法解析プログラムのように、節点数などの制限が設けられてはいないが、高性能要素が用意されておらず、要素の細分化で補わなければならない⁷⁾。しかし、コンピュータの性能が向上した今日、基礎的問題の解析では、さしたる制約とはならない。対象としている問題は、一見して厚板問題としての難易度が高く、分割長を0に近づけたときの厳密解への収束を保障する h-収束性⁶⁾を応用し、分割長を小さくしたときの解の変化を追わなければならない。

要素には、h-収束するアイソパラメトリック 8 節点六面体要素を用い、道路橋示方書⁸⁾からコンクリートの密度を 2.35kg/m^3 とした。

扱うのは、コンクリートの線形動的問題であるから、要素のヤング率には動弾性係数を充てるのが適当である。まず、静弾性係数を、道路橋示方書に照らして、実験で使用したコンクリートの圧縮強度 43.3N/mm^2 に対応する 31.7kN/mm^2 とした。動弾性係数は、尼崎⁹⁾が多くの実験から静弾性係数との関係式を求めている。尼崎の式(2)で動弾性係数を計算し、 35.7kN/mm^2 とした。ポアソン比は、実験で測定された縦波速度の 4100m/s を解析モデルが満足するよう、弾性体中の縦波速度の式(3)をポアソン比について陽に解き、動弾性係数を代入して 0.20 とした。

$$E_d = 0.807E_c + 10.2 \times 10^9 (\text{N/mm}^2) \quad (2)^9$$

ここで、 E_d : 動弾性係数、 E_c : 静弾性係数。

$$v_p^2 = (E_d/\rho) \times (1 - \nu)/(1 + \nu)(1 - 2\nu) \quad (3)$$

ここで、 v_p : 弾性体中の縦波速度,
 ρ : 密度, ν : ポアソン比。

質量マトリックスには、要素質量を8節点に分配する集中質量を用いた。境界条件は、モデル側面4面上の節点を3軸方向に固定した。なお、固有振動数の解析には、サブスペース法が使われている。

3.2 ベンチマークテスト

実験を解析的に検討する前に、採用した有限要素法解析プログラムが正しい解を導くことを、既往の研究と比較し検証した。

Yuほか¹⁰⁾は、中等厚板である板厚比0.1の固有振動数を、固定支持の条件下で、6次まで4桁の精度で求めている。そこで、採用したプログラムでこの問題を解いた。要素には、アイソパラメトリック8節点六面体要素を、質量は集中質量を用いた。要素は板厚を1, 3, 5要素に分割する立方体である。分割長の最も小さいケースで、節点数は、15606、要素数は12500である。

表-3で解析結果をYuほかの解と5次の固有振動数まで比較している。Yuほかの解は、せん断補正係数を0.8601としており解析とは異なることが予想されるが、その影響はわずかである。板厚の分割数を増し分割長を小さくするとYuほかの解に精度良く漸近し、これで、採用したプログラムが正確であるとした。

表-3 ベンチマークテスト (解析値/Yuほかの解¹⁰⁾)

モード	1次	2次	3次	4次	5次
解析値 (1層)	1.187	1.163	1.163	1.102	1.150
解析値 (3層)	1.035	1.036	1.036	1.030	1.037
解析値 (5層)	1.016	1.017	1.017	1.015	1.018

3.3 要素諸元

空洞表面は、近似的に板として挙動する。打撃力が加えられたとき、発生した曲げ過渡応答が放射状に伝搬し、それが空洞表面境界で反射し、定常曲げ振動が発現する¹¹⁾。空洞表面が弾性境界条件を持つと考えられるから、周辺の一定領域を含めて有限要素モデル化することで工学的には十分な精度を持つ振動解が得られると考えられる。

ここで、空洞周囲に曲げ波が伝搬し、エネルギーが散逸し、減衰しながら振動する空洞表面を、無限板中に有限長さで存在する空洞表面が、無限板表面に広がる無限長の振動モードで定常振動すると仮定すると、基本振動数が0になるという矛盾が生じる。実際の振動現象を定常振動として扱うために、定常振動しているとみなす空洞周辺領域の適当な大きさが存在する。以下、この大き

さである有限要素モデル全体幅を有効長と呼ぶ。

有効長を考えるために、矩形空洞の辺長の2倍から5倍までの領域をモデル化した場合において、解析値と実験値を比較した。

また、要素のh-収束性を応用し、空洞表面の固有振動解析をする前に、分割長と精度の関係も検討した。

空洞表面の諸元100×100×50mmのケースで、有効長と分割長を変化させ、固有振動数と実験値を比較したのが、表-4である。表中の記号NAのケースでは、節点数が83310、要素数が72500となり、記憶容量の制約から計算不能であった。

解の精度は、モデルの厚さ方向の要素数よりむしろ、有効長の影響を大きく受け、基本振動を考えるとき、有効長を空洞長さの3倍の300mmとすれば、定常振動とする仮定が実際の振動に最も近くなることが分かる。本節の周辺領域を含めたモデルでは、有効長300mmで厚さ方向に2層以上をとれば解析精度は一定となり、分割は十分である。後節の実験値の再現のための解析では、有効長を空洞辺長の3倍とし、分割長を、空洞表面厚さ50mmのモデルを2層に、空洞表面厚さ100mmのモデルを4層に分割する25mmとした。

このときの振動モードを図-8に示す。図は、モデル全体を表しており、振動モード形鉛直変位の等高線が描かれている。側面の4面は3軸方向に固定の支持条件であるので、モード変位は0となっている。ここで、外観には表れていないが、モデル中央下部には、供試体と同様に、空洞が配置されている。

図に描かれた振動モード形は、空洞表面が周辺領域と一体となった曲げ基本振動であり、振動モード形と固有振動数は、解として妥当である。

表-4 有効長、分割長と解析精度 (解析値/実験値)

有効長	空洞表面の厚さ方向要素層数および分割長				
	1層	2層	3層	4層	5層
	50mm	25mm	16.7mm	12.5mm	10mm
200mm	1.50	1.51	1.50	1.49	1.48
300mm	1.06	1.07	1.07	1.07	1.07
400mm	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
500mm	0.57	0.57	0.57	0.57	NA

3.4 実験の再現

実験では、空洞の諸元を変えた4つのケースで応答卓越振動数が測定されている。これを動的解析で得られる固有振動数と比較した。有限要素モデルの分割数が最大となる空洞表面200×200×100mmのケースで、節点数が8633、要素数が6400である。

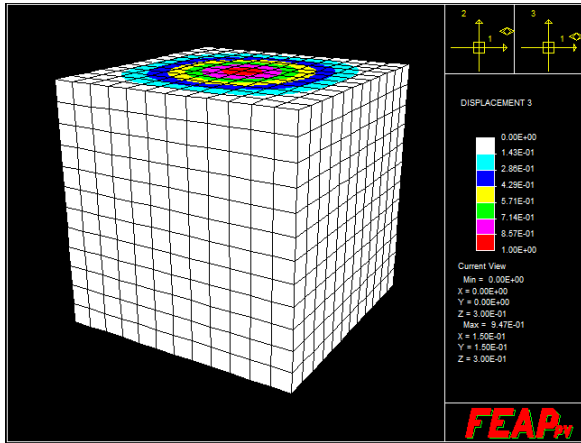


図-8 300×300×300mm のモデルの解析結果
(振動モード形鉛直変位の等高線)

解析で得られた4つのケースの4次までの固有振動数を表-5から表-8に示す。このうち、固有振動数のうち実験値に最も近いものを選択し解析の精度を、表-9に載せた。空洞辺長100mmのモデルは基本振動数を、空洞辺長200mmのモデルは高次の固有振動数を取り上げている。固有振動数解析値は、空洞の4ケースとも誤差7%以内で実験の卓越周波数と一致している。

このときの振動モード形を図-9から図-12に示す。図は、空洞表面にあたるモデル上面の振動モード形鉛直変位の等高線を表している。格子の線は要素である。

図-10と図-11は空洞表面の曲げ基本振動の振動モード形となっており、図-9と図-12に描かれた高次のモードは、表面の高次の曲げ振動モード形を示している。いずれも板の曲げ振動に見られる振動モード形に類似し、妥当である。これで、実験で測定された卓越周波数の振動が、空洞表面の曲げ振動であることが示される。

表-5 固有振動数解析値 (200×200×50mm)

モード	1次	2次	3次	4次	実験値
振動数(kHz)	2.79	<u>3.54</u>	3.54	4.17	3.60

表-6 固有振動数解析値 (100×100×50mm)

モード	1次	2次	3次	4次	実験値
振動数(kHz)	<u>6.09</u>	7.72	7.73	7.73	5.67

表-7 固有振動数解析値 (100×100×100mm)

モード	1次	2次	3次	4次	実験値
振動数(kHz)	<u>5.88</u>	7.81	7.83	7.83	5.86

表-8 固有振動数解析値 (200×200×100mm)

モード	1次	2次	3次	4次	実験値
振動数(kHz)	2.69	3.60	3.60	<u>4.22</u>	4.12

表-9 固有振動数解析精度 (解析値/実験値)

空洞表面厚さ	空洞辺長	
	100mm	200mm
50mm	1.07	0.99
100mm	1.00	1.02

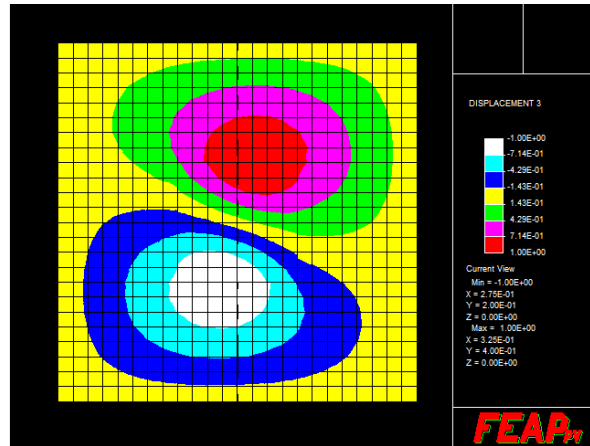


図-9 200×200×50mm モデルの振動モード形

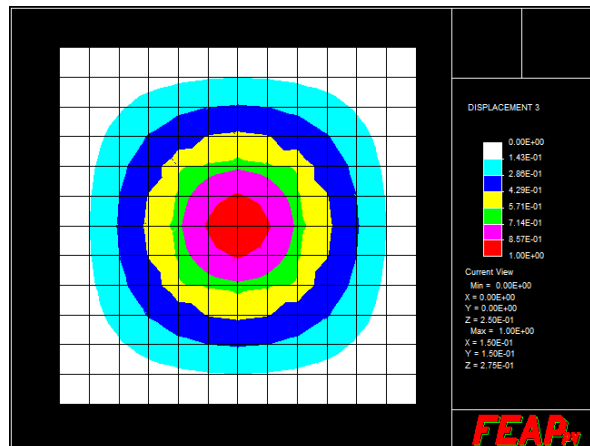


図-10 100×100×50mm モデルの振動モード形

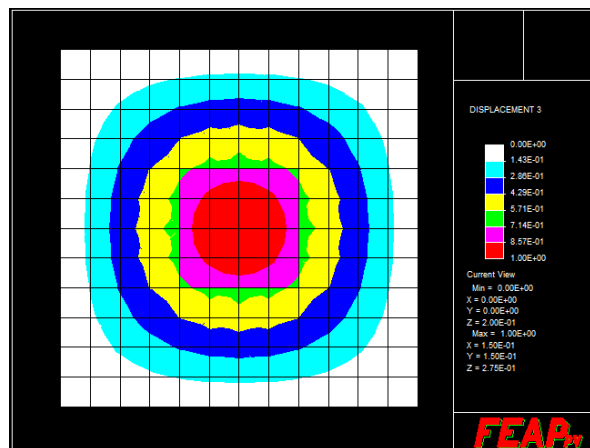


図-11 100×100×100mm の振動モード形

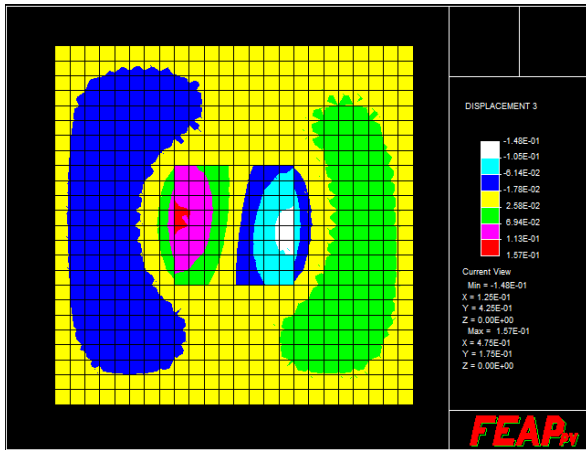


図-12 200×200×100mmの振動モード形

4. 考察

有効長の定義から、ひとつのケースで解析値と実験値が一致するのは自明であるが、すべてのケースで卓越振動数が比較的精度良く一致しており、導入した有効長が妥当であるとともに、実験の卓越振動数が曲げ固有振動数であると言える。多重反射共振周波数は、曲げ固有振動数の帯域にあり、曲げ振動が発現するのは自然である。打撃入力卓越周波数とは異なる振動数の曲げ振動が測定されたのは、打撃入力の比較的広帯域である周波数特性によるものである。また、発現する振動モードや卓越する振動モードが各測定で異なるのは、打撃位置の僅かな違いや、空洞表面の振動面に接触し振動特性を変える加速度計の位置とその支持力に依存することに起因する。

衝撃弾性波法による厚さ測定では、空洞がある場合、コンクリート表面の振動応答を測定するものの、その振動が、厚さの共振振動か、空洞深さの共振振動か、あるいは空洞や剥離があり、その表面が曲げ振動しているのか、判別する方法は未だ提示されていない。今回の実験と解析から、空洞または剥離部での振動が、主として、近似的な板の曲げ振動であることが明らかになった。

5. 結論

衝撃弾性波法の厚さ測定において、実際に直面する問題を実験で再現し、有限要素法動的解析から考察した。

- (1) 実験から、縦波の厚さ方向の多重反射による共振振動数と空洞表面の曲げ共振振動数とが近接し、いずれの共振か判別不能となる場合がある。

- (2) 供用中の構造物に多く現れる程度の辺長 100mm と 200mm、深さ 50mm と 100mm のいずれの空洞でも、実験で測定された卓越周波数は、空洞表面の曲げ固有振動数であり、測定された振動現象は、空洞表面の曲げ振動である。

衝撃弾性波法では、打撃振動数と剥離または空洞表面の曲げ振動固有振動数が近接するときに測定が困難となり、供用中の構造物への厚さ測定の適用には、さらに一般的な検討が必要である。

参考文献

- 1) Sansalone M. J. and Street W. B.: Impact-echo: Non-destructive Evaluation of Concrete and Masonry, Bullbrier Press, June 1997
- 2) 岩野聡史, 森濱和正: コンクリート部材を打撃して得られた振動波形の周波数解析方法に関する検討, 土木学会論文集 E2, Vol.67, No.2, pp.297-308, 2011.6
- 3) Bendat J. S. and Piersol A. G.: Random Data: Analysis and Measurement Procedures Fourth Edition, John Wiley and Sons Inc., Feb. 2010
- 4) Reddy J. N.: Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells Second Edition, CRC Press, Nov. 2006
- 5) Batra R. C. and Aimmancee S.: Vibration of Thick Isotropic Plates with Higher Order Shear and Normal Deformable Plate Theories, Computers and Structures, Vol.83, Issues 12-13, pp.934-955, May 2005
- 6) Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. and Zhu J. Z.: The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals Sixth Edition, Butterworth-Heinemann, May2005
- 7) 山田貴博: 高性能有限要素法, 丸善, 2007.1
- 8) 日本道路協会編: 道路橋示方書・同解説 1・3 共通編・コンクリート橋編, 日本道路協会, 2012.5
- 9) 尼崎省二: コンクリートの弾性係数と弾性波速度の関係, コンクリート工学年次論文集, Vol.29, No.2, pp.631-636, 2007.7
- 10) Yu S. D. and Cleghorn W. L.: Accurate Free Vibration Analysis of Clamped Mindlin Plates using the Method of Superposition, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, Vol.17, No.2, pp.243-255, 1993
- 11) Graff K. F.: Wave Motion in Elastic Solids, Dover Publications, Inc., June 1991