

論文 コンクリート中の気泡の空間分布の特徴と分布の再現

室谷 卓実*1・古東 秀文*2・五十嵐 心一*3・山本 瑞希*4

要旨: コンクリート中の気泡の空間分布および骨材が気泡の分布に与える影響を点過程統計量を用いて定量的に評価した。その結果、2次元断面内の気泡の点密度と3次元空間内の気泡体積率の間には正の相関関係があることが確認された。また、コンクリート中の気泡はセメントペーストマトリックス領域に点をランダムに発生させることでその分布を簡単に再現できるようである。さらに、点過程統計量から簡単に得られる気泡間隔の距離の特性値は従来の気泡間隔係数と良い相関性を有することが明らかになった。

キーワード: 画像解析, 点過程統計量, 点密度, 気泡間隔係数, シミュレーション

1. 序論

耐凍害性を評価するうえでコンクリート中の気泡構造の評価は重要である。耐凍害性の評価においては、空気量、気泡間隔係数¹⁾などの気泡パラメータを測定することで凍害による劣化の可能性を判定してきた。空気量に関してはフレッシュ時にエアメーターを用いて簡単に測定することができる。一方、気泡間隔係数に関しては、ASTM C 457に規定されている実体顕微鏡を用いた目視観察によって測定するため、測定には多大な労力を要する。そのため、空気量と気泡間隔係数には良好な関係があることに着目し²⁾、フレッシュ時の空気量の測定のみでコンクリートの耐凍害性のおおよその判定を行うことが一般的となっている。しかし、コンクリート中の空気は締固めの際に損失するため³⁾、フレッシュ時に適切な空気量が連行されたとしても必ずしも必要な耐凍害性が保証されているとは限らないと考えられる。そのため、耐凍害性評価において、硬化コンクリート中の気泡観察は依然として重要な評価手段であることに変わりはない。

多大な労力を要していたコンクリートの気泡観察も、画像解析技術の向上により気泡組織評価に関してコンピューターの導入がなされるようになり、測定者の負担は著しく軽減されている。また、ASTM C 457に規定される従来法に代わる新たな手法の体系化や⁴⁾、一連の測定手順の自動化も提案され⁵⁾、気泡組織評価における測定者の負担は近年大きく改善されている。しかし、これらの測定方法の改善はASTM C 457の手順の改善であり、測定手順においては規定された画像の取得とそれを自動的に処理する高価な機器やソフトウェアが必要である。これに対して、近年では高画質なデジタルカメラや高解像度のフラットベッドスキャナが安価で入手できるようになり、これらを用いてより省力化された手順にて従来と同様の評価パラメータを得ようとする研究が行われる

ようになっている。例えば、Zalochaら⁶⁾はマイクロスコープによって取得した低倍率画像やフラットベッドスキャナによって取得した等倍率画像を用いて気泡パラメータの測定を行い、いずれの画像取得機器を用いても気泡パラメータの値に大きな差はないと報告している。

以上のように、コンピューター技術の一般化、普及にともないコンクリート中の気泡構造評価は安価で簡便化されつつある。しかし、気泡組織評価が容易になり画像からより高度な情報も取得できるようになったにも関わらず、気泡の平均的な大きさを仮定し、実際の空間分布とは異なる分布に関するパラメータである気泡間隔係数を求める場合が多い。しかし、高強度コンクリートにおいて気泡間隔係数が250 μm 以下で耐凍害性を有すると判断されても、コンクリートの養生環境によっては耐凍害性が著しく低下するという報告もあり⁷⁾、硬化までに変動しうる空気量や仮想分布から得る気泡間隔係数だけではなく、実際のコンクリート中の気泡分布の特徴を評価することも重要な意義を有すると考えられる。

気泡はコンクリート中のセメントペーストマトリックス中に存在し、ランダムに分布していると考えられるが、実際には骨材が気泡の存在可能領域を制限するため、ランダムに分布することは不可能である。このため、単純に空気量を評価するのが目的ならば従来法もしくは一般の画像解析ソフトウェアの機能を使えばよいが、気泡間の距離特性を評価することが目的ならば、より高度化された画像解析法を用いる必要がある。近年、それらの手法は空間データ解析技術と結びつき、そのうち体系化された簡便な手法に点過程として取り扱う手法がある。これに従うならば、気泡を点に置き換えることにより気泡の空間分布は点過程となり、分布のランダム性や点間距離を確率論に裏付けられた定量的な値として簡単に求めることができる。著者ら⁸⁾はこれまでセメントペース

*1 金沢大学大学院 自然科学研究科環境デザイン学専攻 (学生会員)

*2 金沢大学大学院 自然科学研究科環境デザイン学専攻 (学生会員)

*3 金沢大学 理工学域環境デザイン学類教授 博(工) (正会員)

*4 金沢大学 理工学域環境デザイン学類 (学生会員)

表-1 示方配合

名称	W/C (%)	s/a (%)	スランブ (cm)	空気量 (%)	(kg/m ³)				(C × %)	
					W	C	G	S	AE 減水剤	AE 剤
C1-①				2.5±0.5			1033	686		0.001
C1-②	40	39.9	15±2	4.5±0.5	175	438	1002	665	0.25	0.002
C1-③				7.0±0.5			963	639		0.012
C2-①				2.0±0.5			1045	785		-
C2-②	55	42.9	15±2	4.5±0.5	175	318	1008	754	0.25	0.002
C2-③				9.0±0.5			941	707		0.010

トとモルタル中の気泡の空間分布を点過程統計量を用いて定量的に評価し、その有用性を指摘してきた。しかし、粗骨材が大きな体積率を占め、気泡の存在可能領域がより大きく制限されているコンクリートに対して、点過程として気泡分布の特徴を評価した例はないようである。

本研究においては、点過程統計量を用いてコンクリート中の気泡分布を定量的に評価し、存在領域を大幅に制限された条件下で気泡が骨材から受ける影響を、ランダム性の変化の観点から評価することを目的とする。また、そのランダム性の評価に基づき、セメントペーストマトリックス領域に気泡を点として発生させるシミュレーションを行い、実際の気泡分布の再現性について検討する。

2. 実験概要

2.1 使用材料および配合

セメントには普通ポルトランドセメント（密度：3.15g/cm³，比表面積：3310cm²/g）を使用し、骨材には川砂（密度：2.60 g/cm³，吸水率：2.05%）および川砂利（密度：2.60 g/cm³，吸水率：1.81%，最大骨材寸法：25mm）を用いた。水セメント比は 0.40 と 0.55 とした。混和剤には AE 減水剤および AE 剤を用いた。示方配合を表-1 に示す。本研究では AE 剤量を調整し、各水セメント比に対して 3 種類ずつ（計 6 種類）の空気量の異なるコンクリートを作製した。また、比較用として W/C=0.40, C:S=1:1, 1:2 の AE 剤を用いて空気量を変化させたモルタルを作製した。モルタルの配合および気泡特性を表-2 に示す。JIS R 5201 に準じてコンクリートを練り混ぜ、100mm×100mm×400mm の型枠に打ち込んだ。締固めは内部振動機を用いて行った。また、モルタルは 40mm×40mm×160mm の型枠に打ち込んだ。打ち込み後 24 時間にて脱型し、材齢 7 日まで水中養生（20℃）を行った。

2.2 試料の作製および画像取得

養生終了後、1 本の供試体に対して厚さ 10~15mm 程度の板状試料を 10 断面切り出し、耐水研磨紙を用いて切断面の研磨を行った。その後、フラットベッドスキャナを用いて試料断面のカラー画像を取得した。さらに、セメントペースト相と同色の骨材を抽出するために、試料の研磨面に対して 1% フェノールフタレイン水溶液の噴霧を行い、セメントペースト相の染色を行った。呈色後、

表-2 モルタルの配合と気泡特性

名称	C:S	高性能減水剤 (C × %)	AE 剤 (C × %)	空気量 (%)	フロー	硬化後の		点密度 (個/mm ²)
						フロア	気泡体積率 (%)	
M1-①			-	2.8	198	1.6	0.60	
M1-②	1:1	0.1	0.06	5.0	197	5.3	2.18	
M1-③			0.1	7.2	198	6.6	2.91	
M2-①			-	5.7	202	4.7	0.83	
M2-②	1:2	0.45	0.002	8.6	217	6.5	1.66	
M2-③			0.006	11	218	9.5	2.80	

余分な水分を拭き取り画像を取得した。画像を取得後、研磨面を黒色インクで塗り潰した。その後、気泡を白色粉末で充填した。充填後、試料表面に残った余分な粉末を除去し、白黒画像を取得した。本研究では簡便性を考慮して、取得する画像枚数は 10 枚とした。このときの解像度は 847dpi とし、1 画素は約 30μm に相当する。なお、試料の縁部では黒色インクの均一な染色がなされない領域が存在する場合があること、およびモルタルとコンクリート体積代表領域を考慮し¹⁰⁾、中心から 60mm×60mm の領域を観察領域 W とした。モルタルにおいては、解像度を 1200dpi とし、前述と同様の理由より中心から 30mm×30mm の領域を観察領域とした。

2.3 画像解析

取得した断面画像、フェノール呈色画像および白黒画像からそれぞれ青成分、緑成分および赤成分を加算した画像を取得した。これらの RGB 情報を持つ画像を重ね合わせることで、骨材相、セメントペースト相および気泡をそれぞれ異なる色で表示した RGB 画像を得た。重ね合わせた画像中における骨材色は様々であるため、明度および色度に対して解析時に示される濃度ヒストグラムから閾値を設定することで目的とする骨材粒子の 2 値化を行った。最終的に目視で判断できた未抽出箇所に対して手動補正を施し、骨材粒子の 2 値画像とした。また、気泡については、白黒画像のグレースケール値から直接画像解析ソフトを用いて気泡の 2 値画像を取得した。このとき、AE 剤にて連行される気泡径の範囲はおおよそ 30~250μm であること¹¹⁾および、ステレオロジーの観点から多くの微細な粒子がすべて大きな球の端面の切断による円形断面として一斉に特定の断面に現れたとは考えられないことから、1 画素程度の孤立した白色部は気泡以外の表面凹凸部もしくはその他の空隙であると判断しこれを除去した⁸⁾。なお、この処理によって気泡の空間分布や面積率に大きな変化は生じないことを事前に確認している⁸⁾。残された白色部が気泡であると考え、この 2 値画像に対して気泡面積率を画像解析により求め、気泡体積率とした。また、面積解析の原理⁴⁾に基づき、気泡の 2 値画像から ASTM C 457 に規定される気泡間係数⁹⁾を求めた。個々の気泡の重心点 $\mathbf{x}_i (i=1, \dots, n)$ を求め、これを気泡の位置ベクトル \mathbf{x}_i とみなし、気泡を点で代表

させた点過程 $X=\{x_i; i=1, \dots, n\}$ とした。また、観察領域 W 内にある点 $(x_i \in X)$ に関して、単位面積あたりの点の個数である点密度 λ を求めた¹²⁾。

2.4 点過程統計量による気泡分布の評価

(1) K 関数

K 関数とは、任意の点 $(x_i \in X)$ から半径 r 以内に存在する他点 $(x_j; i \neq j)$ の個数の期待値を反映する関数である。点 $x_i \in X$ を中心とする半径 r の円領域内に他点 $x_j \in X(i \neq j)$ が存在するか否かを判定し、式(1)より計算した¹²⁾。式中の $1(\cdot)$ は (\cdot) 内が真であれば 1 を与え、偽であれば 0 を与える指示関数である。また、 $s(x)$ はエッジ補正係数であり、観察領域の辺長を a, b とすると式(2)にて与えられる。

$$K(r) = \frac{1}{\lambda^2} \sum_{i \neq j} \frac{1(|x_i - x_j| \leq r)}{s(x)} \quad (1)$$

$$s(x) = ab - x(2a + 2b - x) / \pi \quad (2)$$

$$x = |x_i - x_j|$$

(2) 最近傍距離関数

最近傍距離関数と点過程の要素である任意の点 $x_i(x_i \in X)$ から距離 r 離れた位置に最近傍点 $x_j(x_j \in X, x_i \neq x_j)$ が存在する確率を表し、式(3)で与えられる¹²⁾。式中の $w(s_i)$ はエッジ補正係数であり、 s_i を半径とする領域だけ縮退させた観察領域面積の逆数である。観察視野 W の辺長を x, y とすると、式(4)にて与えられる。式中の s_i は最近傍距離であり、 b_i は各点から画像縁までの最短距離を表す。

$$G(r) = \frac{\sum_{i=1}^N 1(s_i \leq r) \cdot 1(s_i \leq b_i) \cdot w(s_i)}{\sum_{i=1}^N 1(s_i \leq b_i) \cdot w(s_i)} \quad (3)$$

$$w(s_i) = \{(x - 2s_i) \cdot (y - 2s_i)\}^{-1} \quad (4)$$

3. 結果および考察

3.1 コンクリート中の気泡の空間分布の特徴

表-3 に画像解析から得られた気泡特性を示す。いずれの水セメント比の場合もフレッシュ時の空気量が増えるにともない点密度も増加している。また、 $W/C=0.55$ の方が空気量 1%あたりの点密度が小さい。さらに、平均気泡径は $W/C=0.40$ では同程度であるが、 $W/C=0.55$ では空気量が増えると大きくなる。以上より、 $W/C=0.55$ の方が径の大きな気泡が比較的多く存在すると考えられる。また、硬化時の気泡体積率はフレッシュ時の空気量よりも小さい。これは、締固めによって空気が失われたためと考えられる。さらに、気泡残存率は $W/C=0.40$ の方が低く、 $W/C=0.40$ では大きな径の気泡が少ない。

図-1 にフレッシュ時の空気量と硬化後の気泡体積率の関係を示す。いずれも両者には直線で近似できる非常に良好な相関関係が認められ、硬化までにはほぼ一定量の空気が失われていると考えられる。また、 $W/C=0.40$ と 0.55 では勾配はほぼ等しいが、 $W/C=0.40$ の方が両者の値が等しい時の直線(図中赤破線)から離れており、フレ

表-3 画像から得られた気泡特性

水セメント比	0.40			0.55		
名称	C1-①	C1-②	C1-③	C2-①	C2-②	C2-③
点密度 (個/mm ²)	1.00	1.36	2.30	0.58	1.10	1.55
平均気泡径 (μm)	124	131	133	131	156	171
フレッシュ時の空気量 (%)	2.8	5.0	7.2	1.7	4.0	9.0
硬化後の気泡体積率 (%)	2.0	3.0	5.2	1.6	3.9	7.8
空気量1%当たりの点密度	0.49	0.46	0.44	0.38	0.28	0.20
気泡残存率 (%)	73.2	59.7	72.2	91.5	98.6	86.7
骨材体積率 (%) (配合値)	65.8	64.1	61.2	70.7	67.9	63.4

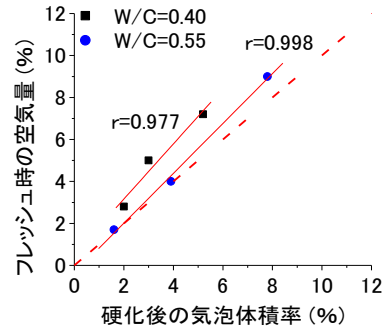


図-1 空気量と気泡体積率の関係

フレッシュ時の空気量と硬化後の気泡体積率の差が大きい。表-1 より、 $W/C=0.40$ の方が気泡残存率が低く、大きな径の気泡が少ないことから、これは締固めの際に大きな径の気泡が失われたためと考えられる。

図-2 に硬化後の気泡体積率と点密度の関係を示す。図-1 と同様に両者には非常に良好な正の相関が見られる。また、近似直線の傾きは $W/C=0.55$ の方が大きく、径の大きな気泡が $W/C=0.40$ よりも多く存在することが考えられる。一般に、断面の情報から3次元の構造を推定するステレオロジーにおいて、2次元断面内の粒子(気泡)の個数を3次元空間内の粒子の体積率(空気量)に直接関連付けることはできない。しかし図-2の結果から、気泡を点過程とみなし気泡径や体積率の情報を排したとしても、コンクリート中の空気量の変化を反映した値とみなすことが可能であると考えられる。また、図-1の結果を合わせると、フレッシュ時の空気量も硬化時の気泡体積率と同様に、気泡点密度と直線近似可能な相関関係があると考えられる。

図-3 に気泡点密度がほぼ等しい系(M1-①, C2-①)のモルタルとコンクリートの気泡の2値画像と点過程を示す。2値画像と比較すると、点の数が多く感じられるが、これは微細な白色部分が多数存在するためである⁸⁾。モルタル中の気泡は骨材の寸法が小さく、より均一なため観察視野全体で見ると気泡の分布に凝集性はなく、比較的自由に分布していると考えられる。一方、コンクリート中の気泡は粗骨材によって分布に大きな制限があり、モルタル中の気泡よりも気泡間の距離が近く、強い凝集性を有しているのは明らかである。また、骨材の分布はランダムであるため、大きい骨材が密集し気泡の分布が

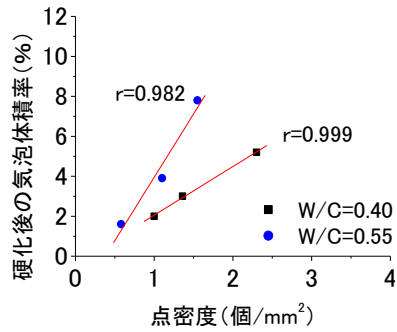


図-2 硬化後の気泡体積率と点密度の関係

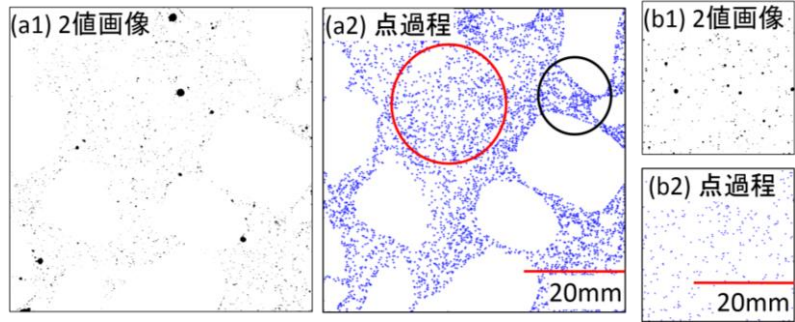


図-3 気泡の2値画像と点過程の例 (a) コンクリート, (b) モルタル

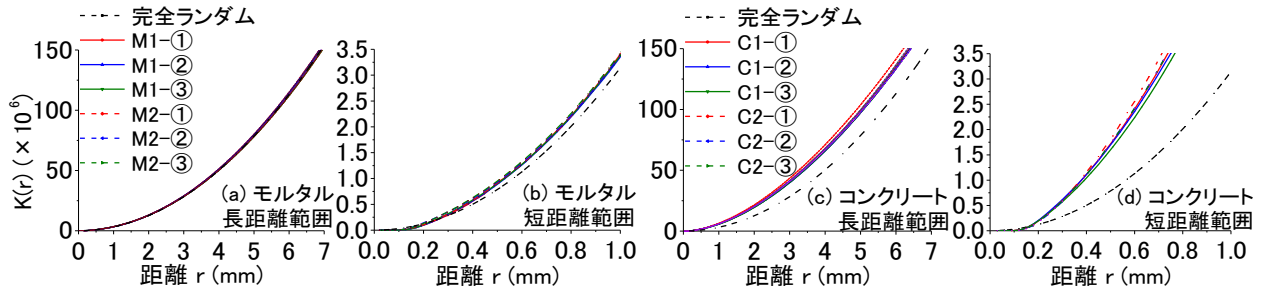


図-4 モルタルおよびコンクリート中の気泡のK関数

大きく制限されている領域 (図-3(a2) 黒丸) や、大きい骨材が少なく気泡が比較的自由に分布している領域 (図-3(a2) 赤丸) が存在し、コンクリート中の気泡分布はモルタル中の気泡よりも不均質な空間分布を有している。

図-4 にモルタルおよびコンクリート中の気泡の K 関数を示す。モルタル中の気泡に関しては、長距離の範囲では気泡はランダムに分布しているように見える (図-4(a))。しかし、短距離範囲で見ると完全ランダム分布の K 関数値を上回っており、モルタル中の気泡は短い範囲にて凝集性を有している判断され (図-4(b))、細骨材による分布の制限が現れている。一方、コンクリート中の気泡は完全ランダム分布の関数値を大きく上回っており、凝集性の分布が長距離範囲にわたって続いている (図-4(c), (d))。これは、空気存在できる領域がより減少し、かつ粗骨材によって最寄りの気泡が大きな距離で離れることもあるためと考えられる。

図-5 に気泡点密度がほぼ等しいコンクリートとモルタル中の気泡の最近傍距離関数を比較して示す。同じ点密度であってもコンクリート中の気泡の方が最近傍距離関数の勾配が大きく、粗骨材による分布の制限によって気泡間の距離が近づき、より強い凝集性を有していることがこの関数分布からも理解され、図-3 にて示した点過程の視覚的印象とも矛盾しない。以上より、コンクリート中にて、気泡の分布はモルタルの場合よりも強い分布制限を受けて、凝集性や距離特性に変化が現れることが点過程統計量によって定量的に確認された。

3.2 コンクリート中の気泡の空間分布の再現

気泡の存在可能領域は骨材以外のセメントペーストマ

トリックス領域である。よって、図-4 に示したように観察領域全体を評価対象にして K 関数を求めると、必然的に凝集性分布となり、このことによって凝集性の程度が評価できたことになる。しかし、これは観察領域全体における気泡の分布についての情報であり、セメントペーストマトリックス内の気泡の分布の特徴についての情報は限られてしまう。そこで、2.3 にて取得した骨材画像の空間的な補集合領域に同じ気泡点密度に相当する点をランダムに発生させた。そして、これをランダム過程として再現したコンクリート中の気泡分布 (帰無仮説) とし、その分布と実際の気泡分布の比較を行った。

図-6 に実際のコンクリート中の気泡の K 関数 K_C および制限された領域内のランダム点過程として再現した気泡分布の K 関数 K_p を比較して示す。いずれの水セメント比においても、気泡点密度が小さい系 (図-6(a), (d)) において K_C と K_p に若干の差が見られるが、点密度が大きくなるとその差は小さくなり両関数値はほぼ一致する。これは、点個数が増加すると、ランダム性の観点からは

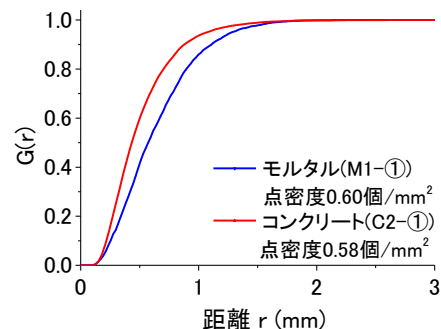


図-5 気泡の最近傍距離関数

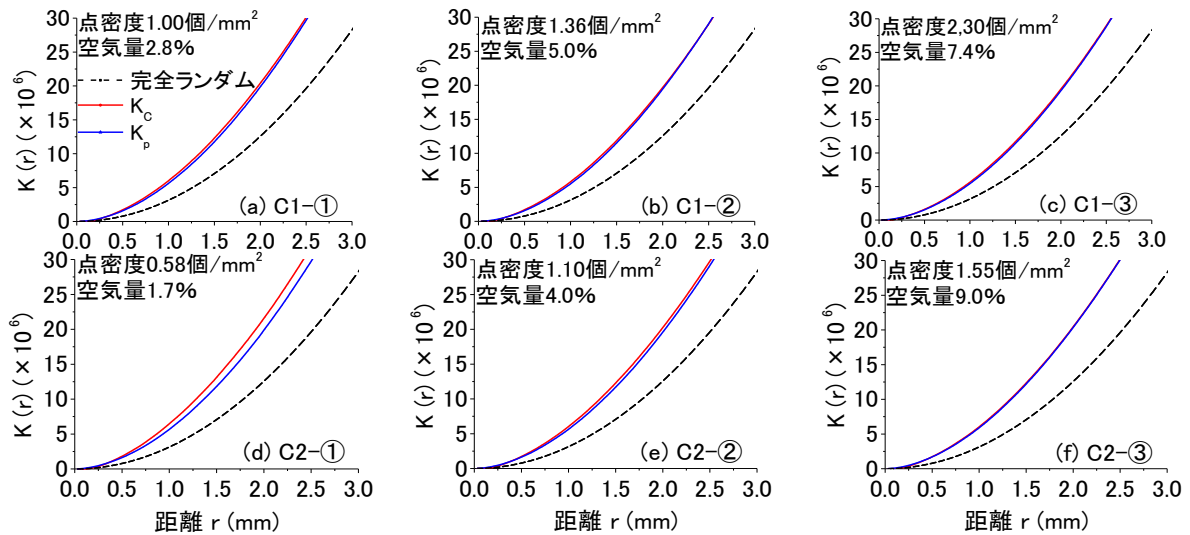


図-6 コンクリート中の気泡のK関数

分布の多様性もしくは変動が小さくなるためと考えられる。これより、コンクリート中の気泡は断面全体を俯瞰的に見ると強い凝集性を有していると判断されるが、セメントペーストマトリックス領域内ではほぼ完全ランダムに分布していると考えられる。換言すれば、コンクリート中の骨材は気泡の分布をランダムに制限するだけであり、気泡の空間分布を点過程として表現するとき、コンクリート中の気泡は存在可能領域であるセメントペーストマトリックス中にランダムに点を発生させることで、実際の気泡の空間分布を再現できると考えられる。

図-7に実際のコンクリート中の気泡の最近傍距離関数 G_c およびランダム分布を仮定して再現した気泡分布から求めた最近傍距離関数 G_p を示す。いずれの水セメント比の場合も点密度が増えると、いずれの最近傍距離関数の勾配が大きくなり、点間距離が短くなっている。また、再現した空間分布の関数 G_p は数 $100\mu\text{m}$ 程度の距離の短い範囲において実際の分布の関数 G_c を上回る。

これは、大きさを持たない点を配置することによって分布を再現しているため、実際の分布よりもより近距離にて他点が配置される場合があるためである。この範囲を越えると再現した分布の関数 G_p は実際の分布の関数 G_c とほぼ一致する。よって、セメントペーストマトリックス領域に点をランダムに発生させて最近傍距離関数を求めることによって、コンクリート中の気泡の空間分布だけではなく、その距離特性も再現できると考えられる。

最近傍距離関数は実際のコンクリート中の気泡間の距離を反映した累積確率関数である。そこで、従来用いられてきて多くの研究実績や報告がなされている、同じく距離に関する特性値である気泡間隔係数との関連付けがなされると便利である。そこで、最近傍距離関数の累積確率50%の距離を単純にコンクリート中の気泡分布の距離に関する特性距離とみなすことにした。

図-8に実際のコンクリート中の気泡分布とランダムシミュレーションの気泡から求めた特性距離の関係を示

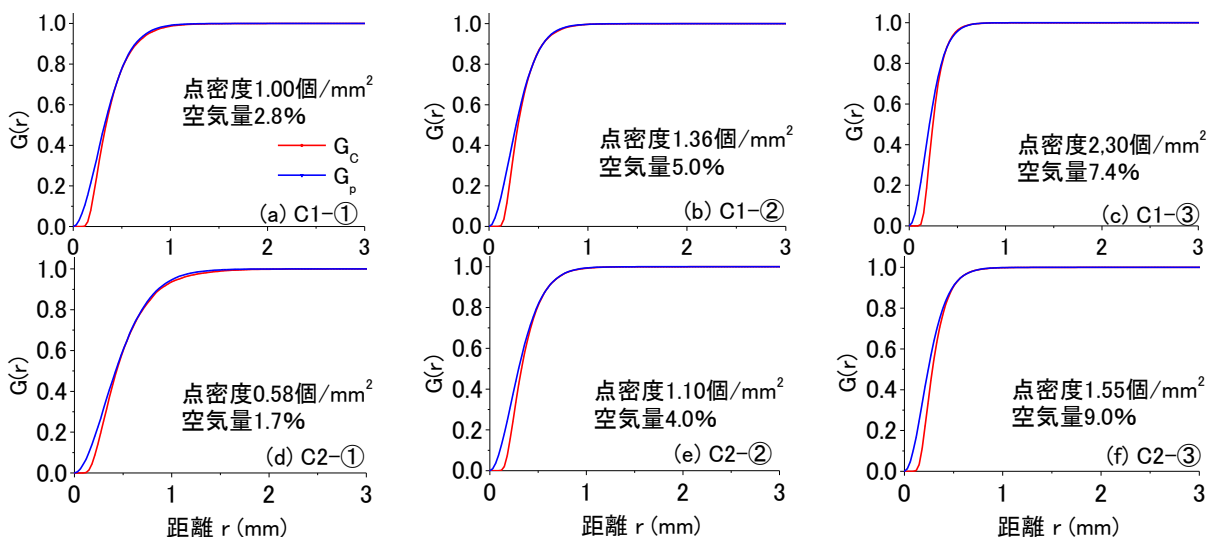


図-7 コンクリート中の気泡の最近傍距離関数

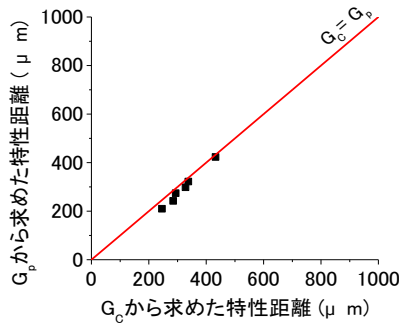


図-8 G_c と G_p から求めた特性距離の関係

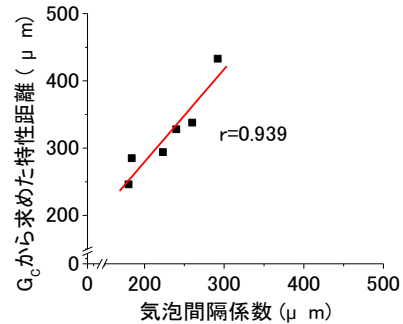


図-9 特性距離と気泡間隔係数の関係

す。両者の値はほぼ等しく、ランダムシミュレーションによって実際のコンクリート中の気泡分布の距離特性は再現できているようである。

図-9 に実際のコンクリート中の気泡分布に関する最近傍距離関数 G_c から求めた特性距離と気泡間隔係数の関係を示す。最近傍距離関数から求めた特性距離と気泡間隔係数には直線で近似できる良好な相関関係が見られる。最近傍距離関数は点密度に対応して変化することから、最近傍距離関数から求めた特性距離も点密度に対応して変化する。つまり、上述のように点密度と空気量の関係をより明確にすることで、ASTM C 457 に規定される手順に従う従来法よりも簡便に気泡間隔係数の計算が可能となると期待される。さらに、セメントペーストマトリックス領域にランダムに点を発生させるシミュレーションによって得られる分布構造は実構造を再現することから、シミュレーションによって気泡間隔係数を事前に推定することも可能であると思われる。

4. 結論

コンクリート中の気泡分布および骨材が気泡分布に与える影響を点過程として評価した。さらに、セメントペーストマトリックス領域に気泡を表す点を発生させるシミュレーションを行い、分布の再現性に関して検討した。本研究で得られた主な成果は以下の通りである。

- (1) 2次元断面内の気泡点密度は3次元空間内の気泡体積率と正の相関関係があり、空気量評価における点密度の有用性が示唆された。
- (2) コンクリート中の気泡の空間分布の強い凝集性と距離特性がモルタル中の気泡とは異なることが点過程統計量を用いて定量的に評価できた。
- (3) 最近傍距離関数から得られる距離特性値と気泡間隔係数には非常に良好な相関関係が存在する。
- (4) セメントペーストマトリックス領域に点をランダムに発生させることで実際のコンクリート中の気泡の空間分布および距離特性を再現できる。

参考文献

- 1) Powers, T. C. : The Air Requirement of Frost-Resistant Concrete, Proceedings of the Highway Research Board, Vol.29, pp.184-211, 1949
- 2) 笠井芳夫：コンクリート総覧，技術書院，1998
- 3) 高橋和雄：コンクリート製品の振動による空気量の減少について，農業土木学会論文集，第 143 号，pp.69-77，1989
- 4) 小長井宣生，大橋猛，根本任宏：気泡断面積測定による硬化コンクリートの気泡パラメータ解析理論，土木試験所月報，No.396，pp.2-8，1986
- 5) 太田利隆，大橋猛，小長井宣生，根本任宏：自動画像解析システムを用いた硬化コンクリートの気泡パラメータの測定方法について，コンクリート工学年次論文集，Vol.8，No.0，pp.389-392，1986
- 6) Zalocha, D. and Kasperkiewicz, J. : Estimation of structure of air entrained concrete using a flatbed scanner, Cement and Concrete Research, Vol.35, pp.2041-2046, 2005
- 7) 三高信吾ほか：高強度コンクリートの耐凍害性に及ぼす気泡間隔係数・気泡径分布の影響，日本建築学会学術講演概要集，pp.1141-1142，2005
- 8) 室谷卓実，古東秀文，五十嵐心一，吉川峻生：点過程統計量を用いたセメントペースト中の気泡の空間分布の定量評価，コンクリート工学年次論文集，Vol.37，No.1，pp.493-498，2015
- 9) 室谷卓実，古東秀文，五十嵐心一：モルタル中の気泡の点過程としての特徴と間引きシミュレーションによる空間分布の再現，セメント・コンクリート論文集，Vol.69，pp.146-153，2015
- 10) Hoang, D.G. , 五十嵐心一，内藤大輔：コンクリート画像からの骨材相の抽出と粒度分布の推定，コンクリート工学年次論文集，Vol.31，No.1，pp.2065-2070，2009
- 11) 川村満紀：土木材料学，森北出版株式会社，1996
- 12) Stoyan, D. and Kendall, W. S. and Mecke, J. : STOCHASTIC GEOMETRY and its APPLICATIONS, 2nd Edition, JOHN WILEY & SONS Ltd, 1995