

論文 細孔構造に基づく乾燥収縮モデルの提案

石川雅美*1・Max A.N. Hendriks*2

要旨: コンクリートの細孔構造をもとにコンクリート内部の相対湿度と乾燥収縮ひずみを関係づけるモデルを提案した。このモデルは、FEM プログラムに組み込むことを目的としており、与えられる相対湿度および出力する乾燥収縮ひずみはそれぞれ増分量で表される。また、コンクリートの細孔構造および弾性係数が時間的に変化しない場合には、出力される乾燥収縮ひずみ増分は時間の関数にはならず、温度場における線膨張係数のような役割となる。モデルにより計算された相対湿度と乾燥収縮ひずみの関係は、既往の実験結果と傾向がよく一致しており、本モデルの妥当性が確かめられたものと考えている。

キーワード: 乾燥収縮, FEM, 細孔構造

1. はじめに

コンクリートの乾燥収縮は古くから着目されてきた問題であり、これまでに多くの報告^{1),2),3)}がなされてきた。現在では日本コンクリート工学会(以下, JCI)から頒布されている FEM による温度応力解析プログラム JCMAC3 などを用いれば、コンクリート構造物に生じる乾燥収縮応力を温度応力とともに算出することができる。しかしながら FEM による乾燥収縮応力の解析については未だ改善すべき点も残されている。すなわち、湿気移動解析により求められたコンクリート内部の湿度から乾燥収縮ひずみを計算する方法が十分に確立されていないことである。

すでに実務で広く利用されている温度応力解析においては、コンクリート内部の温度と温度ひずみは線膨張係数を介して関連付けられている。これと同様に乾燥収縮応力の解析においても、コンクリート内部の相対湿度と乾燥収縮ひずみとの直接的な関係が必要となる。しかしながら、これまでの報告された乾燥収縮ひずみに関する多くの研究は、土木学会コンクリート標準示方書⁴⁾(以下, 示方書)の式や JCI - TC911 委員会式⁵⁾に代表されるように、周辺相対湿度と乾燥収縮ひずみを関連づけたものであり、コンクリート内部の湿度と乾燥収縮ひずみの関係を論じた報告はいくつかの実験的な研究^{6),7)}を除いて見当たらない。それゆえ JCMAC3 では、周辺湿度と乾燥収縮ひずみの関係式である JCI - TC911 委員会式を便宜的に採用している。

本研究では、コンクリートの細孔構造をもとに、コンクリート内部の相対湿度と乾燥収縮ひずみを直接的に関連付けるモデルと提案した。本モデルは FEM プログラムに組み込むことを念頭に、与えられた湿度増分に対してひずみ増分を出力する形で表し、またこれらの関係とコンクリートの弾性係数の変化は独立して扱う。

2. 提案モデルの考え方

一般にコンクリート中の細孔内部に存在する水が蒸発する際には、図-1 に示すように、水が細孔の壁どうしを接近させようとする引張力が作用すると言われている⁸⁾。この引張力は水の表面張力に起因しており、細孔の半径が小さいほど大きくなり、これが乾燥収縮を引き起こす一因と考えられている。ある細孔内の水分が蒸発する際に生じる負圧 p は、細孔半径と水の表面張力 γ を基に式(1)に示すラプラス式より算出することができる。

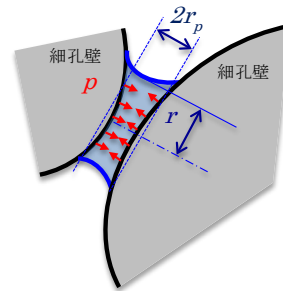


図-1 細孔内部の水と負圧 p

$$p = \frac{2\gamma}{r} \tag{1}$$

ここで、 γ : 水の表面張力、 r : メニスカス半径であり、例えば細孔中の水膜のように r_p が r に比べて十分に小さい時は細孔半径 r_p を上式の r とおいてよいとされている⁹⁾。本研究において提案する、細孔径分布に基づく乾燥収縮モデルは、この式(1)を出発点とする。一方、式(2)として示す Kelvin 式では、相対湿度とメニスカス半径 r (以降は細孔半径 r_p をメニスカス半径 r と同量とみなし単に r とする) との関係が示されている。

$$\log\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{2\gamma M}{RT\rho} \cdot \frac{1}{r} \tag{2}$$

ここで、 P : 与えられた温度場での蒸気圧、 P_0 : 与えられ

*1 東北学院大学 工学部環境建設工学科教授 工博 (正会員)

*2 Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geoscience Structural Mechanics

た温度場における飽和蒸気圧, γ : 水の表面張力で 0.00007252N/mm とする, M : 水の分子量 18g/mol , R : 気体乗数, ρ : 密度 (g/mm^3), T : 絶対温度 (K)。また P/P_0 は相対湿度 h であるので, 式(2)は与えられた相対湿度に対して, その湿度において水分が蒸発する細孔の大きさを定めるものとして解釈できる。そこで本モデルでは, コンクリート内部の相対湿度 h に対して, 水分が蒸発しうる細孔半径 r を式(2)により定める。図-2 に式(2)より求めた相対湿度と細孔半径の関係を示す。

ここで, Kelvin 式についてであるが, 水については概ね 9nm 程度までの細孔に適用できることが実験によって確認されている¹⁰⁾。しかしながら 10nm 以下の細孔については, 一般にゲルポアとして分類されており¹¹⁾, 式(1)に示す表面張力とは異なり, 分離圧や層間水の移動といった収縮メカニズム¹²⁾で論じられている。本研究では, 9nm 以下の細孔における厳密な収縮機構に立脚したモデルについては今後の課題とし, ここでは FEM により乾燥収縮応力を計算するための実用的なモデルを構築するとの観点から, 2nm 以上の細孔に対して Kelvin 式を適用することとした。

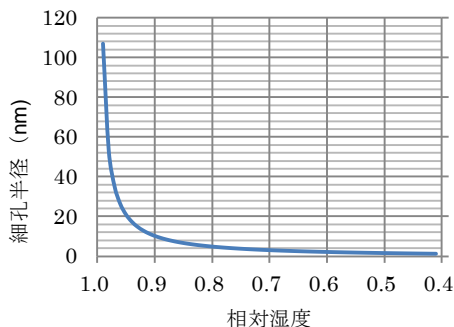


図-2 Kelvin 式による相対湿度と細孔半径の関係

本研究で提案するモデルの概念は以下の通りである。

- ・まず, コンクリート中の細孔径分布を仮定する。材齢に伴う細孔構造の変化についても考慮する。なお, 細孔径分布と細孔容積の関係は試料 1g 当たりのものとする。
- ・細孔半径が $2\text{nm} \sim 2000\text{nm}$ の細孔が乾燥収縮に寄与するものとする。また, 初期状態ではすべての細孔は水で満たされているものと仮定する。
- ・図-3 に示すように, ひとつひとつの細孔を球体と仮定し, 細孔径分布ヒストグラムの各級間の細孔半径代表値 r_i とその細孔容積をもとに, 各級間の細孔の数を算出する。
- ・与えられた相対湿度に対して式(2)より蒸発しうる細孔の半径を求め, その細孔中の水分が蒸発する際に生じる負圧 p を求める。これに球体と仮定した細孔の表面積を乗じてひとつの細孔内に作用する収縮力を求める。さら

にこれに細孔の数をかけ, 収縮力の総和を計算する。

・水分蒸発によって生じた細孔内に生じる収縮力の総和を, 水分が蒸発した全ての細孔の表面積で除して, 細孔内の収縮応力を求める。さらに, この収縮応力を水分が蒸発したすべての細孔容積と試料 1g の容積との比率をもとに, 試料全体のひずみに換算する。これを体積弾性係数 K_v で除して収縮ひずみを計算する。

以上の計算過程では, 与えられた相対湿度の変化量(増分量)に対して, これに応じる収縮ひずみについても増分量で考える。すなわち, ある相対湿度 h から Δh だけ相対湿度が低下した場合, 新たに蒸発を開始する細孔のみを対象として, そこに生じる負圧を計算する。このように増分量として扱うことにより, 乾燥過程のみならず湿潤過程についても合理的に表すことが可能となる。

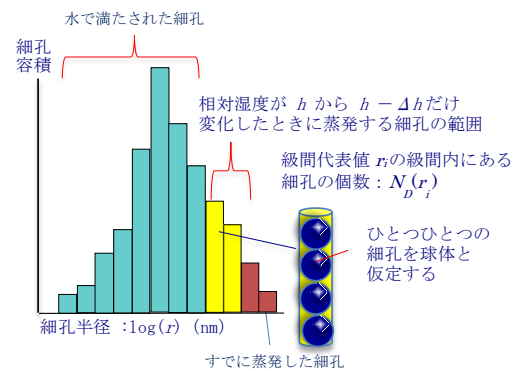


図-3 細孔径分布

3. 細孔径分布の測定

3.1 コンクリートの配合および圧縮強度

水セメント比 45% , 50% および 55% とした 3 種類のコンクリートの細孔径分布を測定した。コンクリートの配合を表-1 に示す。いずれの配合とも単位水量は 160kg/m^3 一定とした。また, スランプは $8\text{cm} \pm 1\text{cm}$, 空気量は $6\% \pm 0.5\%$ で管理した。なおセメントは高炉 B 種で, 密度 3.04g/cm^3 , 比表面積 $3720\text{cm}^2/\text{g}$ である。これら, 3 種類の配合のコンクリートに対して, JIS A 1108 に基づき, 圧縮強度および静弾性係数を測定した。材齢に伴う圧縮強度の変化は示方書の式を用いた。すなわち,

$$f'_c(t') = \frac{t'}{a + b(t' - S_f)} f'_c(i) \quad (3)$$

ここで, $f'_c(t')$: 有効材齢 t' 日におけるコンクリートの圧縮強度 (N/mm^2), $f'_c(i)$: 基準材齢 i 日におけるコンクリートの圧縮強度 (N/mm^2), i : 設計基準強度の基準材齢 (日), a, b, S_f : セメントの種類および基準材齢に応じた定数, および硬化原点に対応する有効材齢 (日)。圧縮強度と弾性係数 $E_c(t')$ の関係も示方書の式を用いた。

$$E_c(t') = 6300 \cdot f'_c(t')^{0.45} \quad (4)$$

表-1 コンクリートの配合

粗骨材の最大寸法 (mm)	スランブ (実測) (cm)	空気量 (実測) (%)	水セメント比 (%)	細骨材率 (%)	単位量 (kg/m ³)					
					セメント C	水 W	細骨材 S	粗骨材 G1	粗骨材 G2	AE 減水剤
20	9.0	6.3	45	41	356	160	699	636	424	6.25A
20	8.7	6.0	50	42	320	160	730	637	425	5A
20	9.0	6.3	55	43	291	160	756	634	423	8.5A

表-2 圧縮強度および弾性係数

W/C (%)	圧縮強度 (N/mm ²), 弾性係数 (kN/mm ² : カッコ内の値)			
	7日	28日	a	b
45	18.9 (22.3)	31.6 (30.5)	5.882	0.788
50	17.5 (22.5)	29.7 (30.65)	6.680	0.757
55	13.7 (20.9)	24.1 (29.85)	7.382	0.732

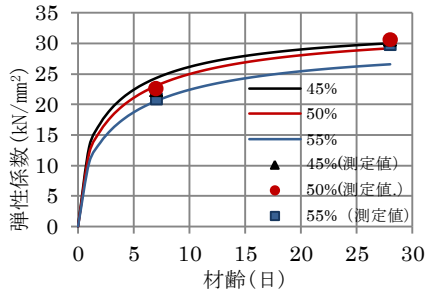


図-4 弾性係数の測定値と近似式

図-4 に弾性係数の近似式と測定値を示す。図中のマーカーは実測値である。式(3)の強度パラメータは、示方書の解説 表 5.1.1 より算出した。表-3 に圧縮強度および弾性係数の測定値とともに示方書式の値を示す。

3.2 細孔径分布の測定結果

細孔径分布の測定結果の一例として3種類の配合の細孔径分布を図-5~図-7に示す。また、これに対する式(5)による近似曲線を同図に示す。細孔径分布の測定は、材齢に伴う細孔構造の変化を確認するため、材齢7日と91日において行った。測定に供した試料を所定の材齢において水和反応を固定するためアセトンに浸し、水銀圧入法による測定を行った。なお、測定における細孔径の最小値は3.75nmであったが、近似曲線を用いることにより2nm~2000nmの範囲の細孔量を使用する。

$$V(r) = A \cdot e^{-B \log(r)} \quad (5)$$

ここで、 $V(r)$: 細孔半径 r 以上の細孔の累積容積 (mm³/g), r : 細孔半径(nm), A, B : 近似パラメータ。表-3 に各配合に対する式(5)のパラメータの値を示す。

これらの図から累積細孔容積は材齢の経過とともに減少していることが分かる。図-5~7に示したように累積細孔容積は材齢に伴い変化する。本研究で提案するモデ

ルは、細孔径分布を基にするため、材齢とともに変化する細孔構造を連続的に表す必要がある。そこで材齢7日と91日の間の任意材齢の累積細孔容積を、7日の累積細孔容積と91日の累積細孔容積を補間して求める。式(6)に示す材齢 t' における細孔容積の時間変化量 $\Delta V(r_i, t')$ は強度増加と関連すると仮定し、強度増加を表す式(4)と同様の関数を用いた式(7)により補間する。なお r_i は、前述したように細孔半径が $r_i - \Delta r/2 \sim r_i + \Delta r/2$ の範囲にある級間の代表値である。

$$V(r_i, t') = V(r_i, 7) - \Delta V(r_i, t') \quad (6)$$

$$\Delta V(r_i, t') = (V(r_i, 7) - V(r_i, 91)) \cdot \frac{\left(\frac{t'}{a+bt'} - \frac{7}{a+7b}\right)}{\left(\frac{91}{a+91b} - \frac{7}{a+7b}\right)}, \quad (7 \leq t' \leq 91) \quad (7)$$

ここで、 $V(r_i, t')$: 材齢 t' における半径 r_i の細孔容積, $V(r_i, 7)$: 材齢7日における半径 r_i の細孔容積, $V(r_i, 91)$: 材齢91日における半径 r_i の細孔容積, また a, b は式(3)の強度パラメータである。なお、後述するモデルの検証において、材齢7日以前の累積細孔容積については7日の値を用いるものとし、材齢91日以降については91日の値を用いることとした。図-8に水セメント比50%の場合の累積細孔容積の補間例を示す。

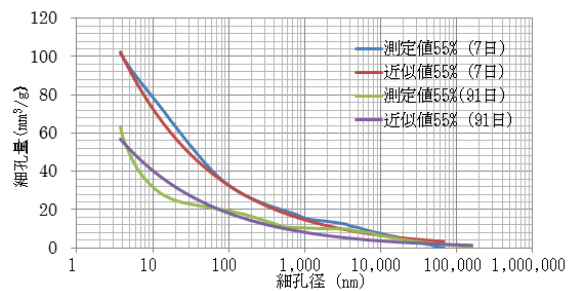


図-5 水セメント比55%の累積細孔容積

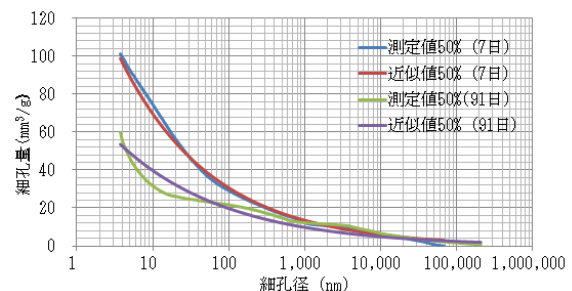


図-6 水セメント比50%の累積細孔容積

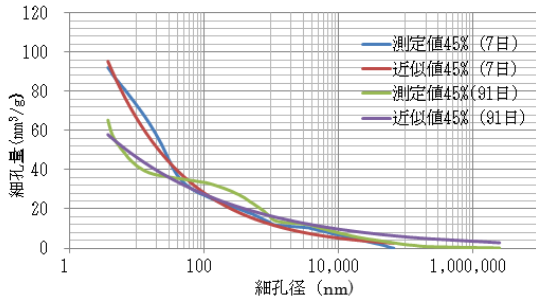


図-7 水セメント比 45%の累積細孔容積

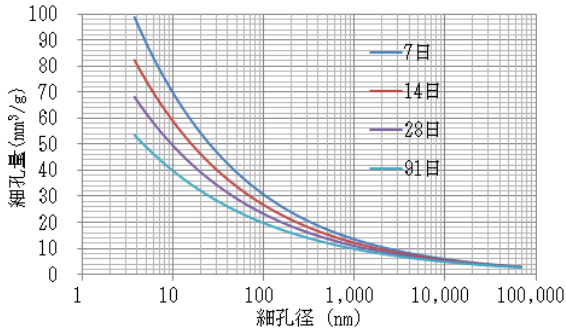


図-8 材齢に伴う累積細孔容積の変化

表-3 近似式のパラメータ

w/c (%)	7 日		91 日	
	A	B	A	B
45	155	0.85	78	0.52
50	158	0.82	80	0.70
55	162	0.80	90	0.80

4. 提案モデルの定式化

本モデルでは、累積細孔容積の近似曲線を図-9 に示すように離散化して用いる。ここでは前述のように細孔の半径 2nm~2000nm の範囲を使用する。下限値を 2nm とした理由は、式(2)より相対湿度 60%において蒸発可能な細孔径が 2nm となることによる。したがって、本提案モデルの適用範囲はコンクリート内部の相対湿度を 60%以上とする。これ以下の湿度については今後の研究課題としたい。上限値を 2000nm としたのは、この値より大きい領域では、式(1)より計算される負圧が 0.1N/mm²程度以下となり、乾燥収縮ひずみにほとんど寄与しないと判断したためである。この 2nm~2000nm の範囲を N_T 個の級間に分割する。なお各級間幅 Δr は対数値で等間隔となるように定める。

いま、コンクリート内部の相対湿度が h から Δh だけ低下した状態を考える。このとき、式(2)より、 h および $h + \Delta h$ の相対湿度において水分が蒸発する細孔半径 r^h 、 $r^{h+\Delta h}$ を求める。

$$r^h = -\frac{2\gamma M}{RT\rho} \cdot \frac{1}{\log(h)}, \quad r^{h-\Delta h} = -\frac{2\gamma M}{RT\rho} \cdot \frac{1}{\log(h-\Delta h)} \quad (8)$$

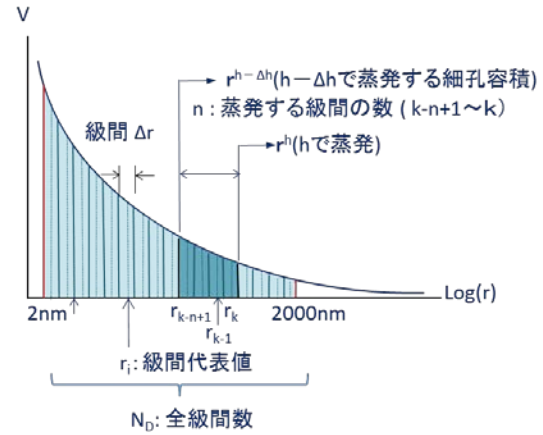


図-9 累積細孔容積の離散化

この r^h と $r^{h-\Delta h}$ の間に $r_k, r_{k-1}, r_{k-2}, \dots, r_{k-n+1}$ を代表値とする n 個の級間があるとすると、それらの級間ごとの細孔容積 $v(r_k, t')$ 、 $v(r_{k-1}, t')$ 、 \dots 、 $v(r_{k-n+1}, t')$ は、累積細孔容積の近似曲線から求められる。たとえば、 k 番目の級間代表値 r_k の級間に属する細孔の体積 $v(r_k, t')$ は式(5)の近似式から

$$v(r_k, t') = V(r_k - \Delta r_k/2, t') - V(r_k + \Delta r_k/2, t') \quad (9)$$

で求められる。

細孔を球体と仮定して各級間の細孔の数 $N(r_i, t')$ は次式から計算できる。

$$N(r_i, t') = \frac{v(r_i, t')}{4\pi r_i^3/3} \quad (10)$$

ここで、細孔半径 r_i の細孔内部に作用する負圧 p_i は、式(1)をもとに

$$p(r_i) = \eta \frac{2\gamma}{r_i} \quad (11)$$

となる。ここで η は、湿潤過程における非回復分を考慮するパラメータであり、乾燥過程においては 1 とする。一方、湿潤過程においては η の符号を反転させることで細孔内が正圧となり、湿潤膨張を合理的に表現することが可能でとなる。

$N(r_i, t')$ 個の細孔半径 r_i に作用する負圧 $p(r_i)$ による力の総和を $\Delta F_{sh}(t')$ は、

$$\Delta F_{sh}(t') = \sum_{i=k}^{k-n+1} N(r_i, t') \cdot p(r_i) \cdot (4\pi r_i^2) \quad (12)$$

であり、これをその時点までに水分が蒸発したすべての細孔の面積で除して、水分が蒸発した細孔全体に作用する収縮力 $\Delta \sigma_{sh}^p(t')$ に換算する。ここでは、水で満たされた細孔は変形しないものと仮定し、式(15)の分母には含まれない。

$$\Delta\sigma_{sh}^p(t') = \frac{\Delta F_{sh}(t')}{\sum_{i=k-n+1}^{N_T} N(r_i, t') 4\pi r_i^2} \quad (13)$$

水分が蒸発した細孔全体に作用する応力 $\Delta\sigma_{sh}^p(t')$ を資料全体の応力 $\Delta\sigma_{sh}(t')$ に換算する。

$$\Delta\sigma_{sh}(t') = \frac{V_p(t')\Delta\sigma_{sh}^p(t') + (V_m - V_p(t'))\Delta\sigma^m(t')}{V_m} \quad (14)$$

ここで $V_p(t')$ は水分が蒸発した細孔の体積、 V_m は資料 1g の体積、 $\Delta\sigma^m(t')$ はモルタルまたはコンクリート部の初期応力であるが、ここではゼロとする。ゆえに式(14)は、

$$\Delta\sigma_{sh}(t') = \frac{V_p(t')\Delta\sigma_{sh}^p(t')}{V_m} \quad (15)$$

となり、これをモルタルまたはコンクリートの体積弾性係数 $K_m(t')$ で除することにより、最終的に乾燥収縮ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_{sh}(t')$ が得られる。

$$\Delta\varepsilon_{sh}(t') = \frac{\Delta\sigma_{sh}(t')}{K_m(t')} \quad (16)$$

5. 提案モデルの評価

5.1 湿度履歴の仮定

本提案モデルの評価にあたって湿度履歴を仮定する目的で JCMAC3 により湿気移動解析を行った。解析モデルは図-10 に示す $100 \times 100 \times 400$ の角柱試験体を 7 日間水中養生したのち、相対湿度 60%、温度 20°C の環境に置いたと仮定した。解析に用いた湿度物性はすべて JCMAC3 のデフォルト値である。図-11 は、この解析結果より作成した断面の平均の湿度履歴である。

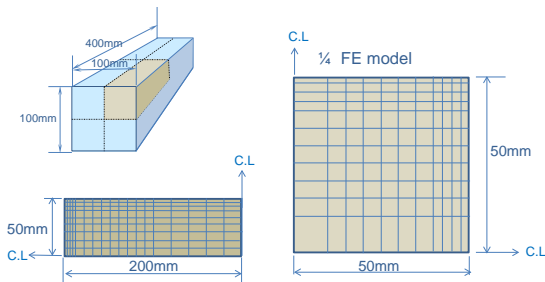


図-10 湿気移動解析に用いた解析モデル

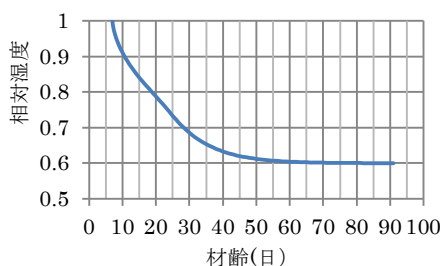


図-11 解析結果より仮定した断面の平均の湿度履歴

5.2 モデルによる乾燥収縮ひずみの計算例

図-12 は図-11 の湿度履歴を用いて、本モデルにより算出した乾燥収縮ひずみの履歴である。ここでは 3 章で示した材齢に伴う累積細孔容積および弾性係数の変化を考慮した値を用いている。この図で、水セメント比の違いによる乾燥収縮ひずみの差は、主に式(5)および表-3 で記述される細孔構造の違いによるものである。

図-13 は、相対湿度と収縮ひずみの関係である。ここでは材齢に伴う累積細孔容積の変化および弾性係数の変化を考慮している。この図から相対湿度と乾燥収縮ひずみの関係は、ほぼ直線となることが示された。

図-14 は、弾性係数を一定とした場合の計算結果である。弾性係数の値は、表-2 に示す材齢 28 日の値とした。また、細孔構造についても材齢による変化はないものとし、材齢 91 日のものを用いている。このケースは十分に硬化したコンクリートを想定したものである。硬化したコンクリートでは、相対湿度と乾燥収縮ひずみとの関係は、硬化過程にあるものと比較すると若干の非線形性を呈している。本提案モデルではコンクリートの弾性係数および細孔構造が時間的に変化しない場合、出力されるひずみは時間の関数にはならず、温度場における線膨張係数のような役割となる。ここではさらに、湿度が 60% に達した後の湿潤過程についても示した。湿度が 60% に達した以降の湿度履歴は、図-11 に示した履歴の乾燥過程と同じ形で 100% まで戻している。なお、式(11) に示す湿潤過程のパラメータ η の値は 0.5 である。この図から、湿潤過程においても合理的に合わすことが示された。ただし、 η の厳密な値については今後の研究により確定されることを期待したい。

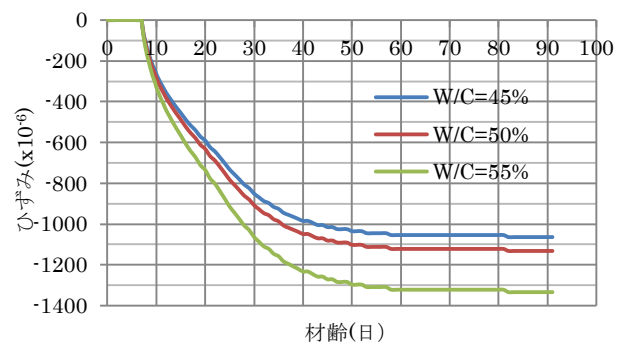


図-12 図-11 の湿度履歴に対応した乾燥収縮ひずみ

図-15 に Q. Wu⁶⁾ らの水セメント比 50% の試験結果および綾野ら⁷⁾ の提案式 (17) との比較を示す。なお、図中の計算結果は図-13 に示したグラフである。Q. Wu らは、厚さ 3mm 程度の非常に薄いモルタル片のひずみと周辺相対湿度との関係を実験により求めている。ここでは、周辺相対湿度とモルタル片の湿度をほぼ同程度とみなしている。また、綾野らは実験結果に基づき、水セメ

ント比 50% のモルタルの材齢 t 日における相対湿度 h に
 対する収縮ひずみ $\varepsilon_{sh}(h)$ を次式として提案している。

$$\varepsilon_{sh}(h) = 1.530(1 - h(t))^{0.744} \quad (17)$$

両者の試験体の細孔構造については不明であるが、本モ
 デルによる計算結果は、両者のものと同様な傾向を示す
 ことが示された。

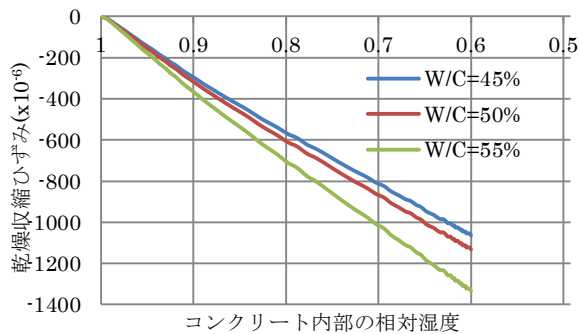


図-13 相対湿度と乾燥収縮ひずみの関係

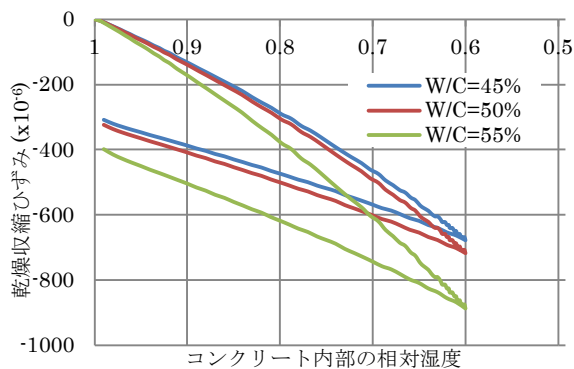


図-14 弾性係数と細孔構造を一定とした場合の相対湿
 度と乾燥収縮ひずみの関係

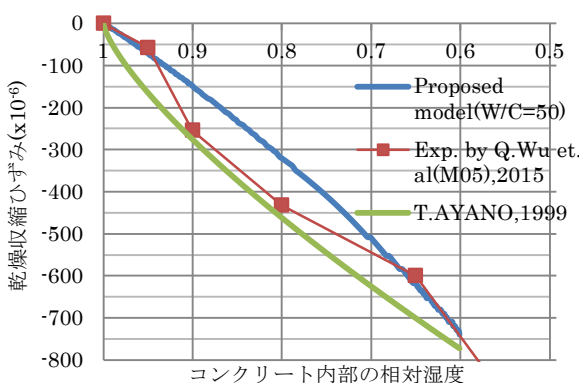


図-15 既往の実験による測定結果との比較

6. まとめ

コンクリートの細孔構造に基づく乾燥収縮モデルを提
 案した。本モデルは、FEM に組み込むことを目的として

おり、与えられるコンクリート内部の相対湿度の変化量
 に対して乾燥収縮ひずみの増分量を出力するものである。
 硬化過程においては、弾性係数の変化と細孔構造の変化
 をそれぞれ独立して考慮することができる。一方、硬化
 したコンクリートについては、乾燥収縮ひずみは時間の
 関数にはならず、相対湿度のみの関数となる。

本モデルにより求めたコンクリート内部の相対湿度と
 乾燥収縮ひずみの関係はほぼ直線関係となり、既往の実
 験結果とも同様な傾向を示すことが確認された。

参考文献

- 1) 土木学会コンクリート委員会：クリープ・乾燥収縮
 委員会 (308), コンクリートのクリープおよび乾燥
 収縮, コンクリート技術シリーズ 24, 1997
- 2) 土木学会コンクリート委員会：クリープ・乾燥収縮委
 員会 (308), コンクリートのクリープおよび乾燥収
 縮, コンクリート技術シリーズ 39, 2000
- 3) T. Shimomura, K. Maekawa: Analysis of drying shrinkage
 behavior of concrete using a micromechanical model
 based on the micropore structure of concrete, Magazine
 of Concrete Research, 49(181), pp.303-322,1997
- 4) 土木学会：2012 年制定コンクリート標準示方書 設
 計編, 2013. 3
- 5) 日本コンクリート工学協会：コンクリート構造物のク
 リープおよび収縮による時間依存変形研究委員会
 報告, pp.101~121, 2001
- 6) Q. Wu, T. Rougelot, N. Burlion and X. Bourbon :
 Experimental study of the water desorption and drying
 shrinkage of cement-based materials with thin slices,
 CONCREEP 10, Mechanics and Physics of Creep,
 Shrinkage, and Durability of Concrete and Concrete
 Structures, Concreep 10, pp.1099-1108,2015
- 7) T. Ayano, K. Sakata and FH. Wittmann, : Moisture
 distribution, diffusion coefficient and shrinkage of
 cement-based materials, Journal of JSCE, 45(634),
 pp.387-401,1999
- 8) S. Mindess, JF. Young and D. Darwin : Concrete, Second
 Edition, Prentice Hall, 2003
- 9) ドウジェンヌ, プロシヤール-ヴィアール, ケレ : 表面
 張力の物理学, 吉岡出版, 2003
- 10) L.R.Fisher,R.A.Gamble & J.Middlehurst : The Kelvin
 equation and the capillary condensation of water, Nature
 vol.290, 16, April 1981
- 11) セメント系材料の時間依存性挙動に関する研究委員
 会報告書：日本コンクリート工学協会, 2008. 12
- 12) 川村満紀ほか: コンクリートの材料科学, 森北出版,
 2002