# 論文 有限要素法による床スラブの長期たわみ解析

渡部 嗣道\*1·冨田 耕司\*2·佐藤 知明\*3

要旨:鉄筋コンクリート造の床スラブは、長期間のクリープによるたわみや乾燥収縮によるひび割れなどに よって、長期たわみ障害を生じることが知られており、これまで長期たわみに関する実験が多く行われてい る。本研究では、そのうちの小柳らが実施した実験結果を有限要素法によって非線形構造解析を実施するこ ととした。その結果、たわみ量の大きさ、ひび割れ箇所およびひび割れ幅、ならびに鉄筋の応力度などについ て、概ね実験結果を推定できることが確認された。このほか、鉄筋とコンクリートとの付着すべりの程度に ついても検討した。

キーワード:床スラブ,たわみ,乾燥収縮,クリープ,FEM,逐次積分法

#### 1. はじめに

鉄筋コンクリートの床スラブは、自重や積載荷重など の長期的な持続荷重によって、たわみ障害やひび割れな どを生じることがあり、これらの劣化性状を予測する方 法を確立することは非常に重要である。これらの床スラ ブの長期たわみ問題については、鈴木・大野ら<sup>1)</sup>、武田・ 小柳ら<sup>2),3),4</sup>、松崎ら<sup>5)</sup>、などによって多くの研究が実施 されている。そこで、(一社)日本建築学会『鉄筋コンク リート構造計算基準・同解説』(2018)には、これらの研 究実績を集約して、長期荷重下におけるひび割れ幅やた わみ量の算定法が記され、弾性たわみに対する長期たわ み倍率が定式化されている。

一方, 近年では有限要素法 (FEM: Finite Element Method) などの数値解析法によって,鉄筋コンクリート構造にお いても,従来は構造解析が困難であった任意の部材形状 についてもその構造性能を推定することが可能となって いる。鉄筋コンクリート構造物の長期性状のうち、水平 材のたわみやひび割れ性状を数値解析によって推測する 研究はこれまでいくつかあり、千々岩・前川らの、吉田 ら<sup>7)</sup>, 玉野・中村ら<sup>8),9)</sup>の PRC や RC 梁あるいは床スラ ブのなどの長期性状を、ファイバーモデルや FEM など で解析している。しかし、床スラブの長期性状に関する ものは少なく、玉野・中村らは長期ひび割れ性状につい て評価しているが長期たわみに関しては評価していない。 一方, 吉田ら<sup>7</sup>は, 両端固定スラブを対象としているが, 解析期間が1年と短いうえ、ひび割れ性状についての詳 細な報告がない。そこで、筆者らは、時間依存性を有す る自己ひずみによって長期的に渡って徐々にひび割れ劣 化する状況の変形性状を解析できる3次元構造解析用 FEM ソフトを開発しており<sup>10),11)</sup>, 床スラブの長期たわみ とひび割れに関する実験結果に対する再現性を検証する

こととした。本稿では、床スラブの長期たわみ実験とし てよく知られ、長期たわみのほか、コンクリートのひび 割れ性状や鉄筋応力などについて詳細に報告している小 柳ら実験結果<sup>2),3)</sup>に対する再現解析を試みた。

#### 2. 解析計画

# 2.1 解析方法

# (1) 使用ソフト

3次元解析におけるコンクリート要素は8節点アイソ パラメトリック要素とし、ひび割れ解析には分散ひび割 れモデルを用いた。コンクリートのひび割れモデルは、 回転ひび割れモデルを適用した。本解析の検討課題の一 つにひび割れ幅の評価があり、本来であれば固定ひび割 れモデルが適正と考えられる。ただし、本解析対象の床 スラブは、曲げモーメントと乾燥収縮による軸方向力が 主な応力となるため、主応力方向は概ね一定でひび割れ 方向も固定ひび割れモデルとの差は小さいと考えられる。 そこで、比較的取り扱いが容易な同モデルを適用した。

鉄筋要素はトラス要素とし,離散鉄筋モデルとした。 鉄筋とコンクリートとの接点間は,非線形ばねによる付 着要素を設けた。さらに,付着クリープも考慮するため に,付着剛性を低減した付着バネモデルも適用した。

また,乾燥収縮ひび割れやクリープひずみなどによっ て生じるひび割れや長期たわみなどの変形性状を解析す るために,弾塑性析を伴う逐次積分法 (Step by step 法)を適用した。まず,乾燥収縮ひずみが作用した時点 における3次元応力場の弾性応力から主応力を求め,コ ンクリートの1軸応力ひずみ関係に応じた3次元弾塑性 解析を実施した。この場合は,瞬時の破壊解析として取 り扱っている。そのため,付着バネについてはクリープ を考慮しない式を適用した。続いて,長期的な解析とし

\*1 大阪市立大学 大学院生活科学研究科 教授 博士(工学) (正会員)

\*2 ソフトエボリューション株式会社 (正会員)

\*3 阪神高速技術株式会社 技術部 技術統括・開発課 博士(工学)

て、それから求められた弾性応力に対してクリープ係数 を乗じてクリープひずみを求めた。この場合の付着バネ はクリープを考慮した低減後のものを適用した。

本解析における逐次積分法は、Neville 等らによって 提案された弾性応力解析法を塑性解析にまで拡張したも のである。長期解析における逐次積分法の計算式の概要 を次式に示す。また、本検討では、前述した弾塑性解析 のほか、基本的な性能を把握するため、逐次積分法によ るクリープ解析を伴う弾性解析も行った。

$$\begin{split} \varepsilon_{total}(t_{i+1/2}) &= \varepsilon_{e}(t_{i+1/2}) + \varepsilon_{cr}(t_{i+1/2}) + \varepsilon_{p}(t_{i+1/2}) \\ &+ \varepsilon_{sh}(t_{i+1/2}, t_{0}) + \sum_{j=1}^{i-1} \{\Delta \sigma(t_{j}) \cdot J(t_{i+1/2}, t_{j}) \\ &+ \varepsilon_{p}(t_{i+1/2}) \} \end{split}$$
(1)  
$$\sigma(t_{i+1/2}) \\ &= \frac{1}{J(t_{i+1/2}, t_{j})} \{\varepsilon_{total}(t_{i+1/2}) - \varepsilon_{e}(t_{i-1/2}) - \varepsilon_{e}(t_{i-1/2}) \\ &- \varepsilon_{cr}(t_{i-1/2}) - \varepsilon_{p}(t_{i+1/2}) - \varepsilon_{sh}(t_{i+1/2}, t_{0}) \}$$
(2)

 $\Delta\sigma(t_i) = \sigma(t_{i+1/2}) - \sigma(t_{i-1/2}) \tag{3}$ 

$$J(t_{i+1/2}, t_j) = \frac{1 + \phi(t_{i+1/2}, t_j)}{E(t_i)}$$
(4)

ここで、 $\varepsilon_{total}(t_{i+1/2})$ :ステップ  $t_{i+1/2}$ の全ひずみ、  $\varepsilon_e(t_{i+1/2})$ :ステップ  $t_{i+1/2}$ の弾性ひずみ、 $\varepsilon_p(t_{i+1/2})$ :ステ ップ  $t_{i+1/2}$ の塑性ひずみ、 $\varepsilon_{cr}(t_{i+1/2})$ :ステップ  $t_{i+1/2}$ のク リープひずみ、 $\varepsilon_{sh}(t_{i+1/2}, t_0)$ :コンクリートにおけるス テップ  $t_0$ 乾燥開始のステップ  $t_{i+1/2}$ の乾燥収縮ひずみ、  $\Delta\sigma(t_i)$ :ステップ  $t_i$ の増分応力、 $\emptyset(t_{i+1/2}, t_j)$ :ステップ  $t_j$ 載荷におけるステップ  $t_{i+1/2}$ の時点でのコンクリートの クリープ係数、 $E(t_i)$ :ステップ  $t_i$ のヤング係数

#### (2) 材料構成則

本解析における材料構成則について,対象とする実験 <sup>2),3)</sup>では,8週経過後から2点載荷による曲げモーメント 負荷を実施し,それ以降のたわみ計測を行っていること から,コンクリートの物性は長期的に大きく変化しない ものとした。コンクリートの応力ひずみ関係を**図-1**に 示す。応力ひずみ関係に関連する圧縮破壊エネルギーは 中村式<sup>12)</sup>を,引張強度ほか各種力学的性質は,(公社)土 木学会『コンクリート標準示方書[設計編](2012)』に 準拠し,圧縮強度や引張強度など各種力学的性質は時間 依存性のない一定値とした。これは,対象とした実験の たわみ計測がコンクリート材齢 56 日以降のものであり, 長期的にほとんど変化の無いものと判断したことによる。

図-2に、ひび割れひずみの定義を示す。本解析にお ける弾塑性解析では、引張強度( $\sigma$  tmax)に達した後の 引張軟化域においては、その大きさを「軟化ひずみ:  $\epsilon$ u」として定義し、それから弾性ひずみ( $\epsilon$  e)で差し引 いた値を塑性ひずみ( $\epsilon$  p)とし、この値を「ひび割れ



ひずみ(ε<sub>p</sub>)」とした。また,図-3に,引張領域におけ る除荷時の応力ひずみ関係を示す。本解析では,除荷時 においては,弾性域および塑性域ともに,ヤング係数に 平行な直線に履歴を経るものとした。

図-4に、コンクリートと鉄筋との付着応力-すべり 関係式は、中村ら<sup>8),13)</sup>による式を適用した。これは、マ ッシブなコンクリート中に長く定着された実験式を改良 したもので、曲げひび割れを有するとともにかぶりが小 さい断面における鉄筋の付着応力-すべり関係を両引き 試験によって求めている。本解析における付着強度につ いては、中村ら<sup>8)</sup>と同様に、飯塚ら<sup>14)</sup>が鉄筋かぶり厚を 考慮して求めた付着強度と一致するようにした。

一方,大野ら<sup>1)</sup>や小柳ら<sup>2)</sup>やは,付着クリープ実験を 実施し,クリープを考慮した付着応力--すべり関係式を 導き出している。同式では,静的な付着すべり試験にお ける付着すべり関係式における付着剛性および強度を低 減している。小柳らは付着剛性のみを低減してその率を 0.78 とし,大野らはバイリニア関係式で近似し,その付 着剛性の低減率を0.5,付着強度のそれを0.8 としている。 本解析における付着モデルでは,小柳の低減率を参考と して,図-4 に示すように,付着すべり関係式を一様に 0.75 倍に低減した式(剛性,強度とも同じ低減率)を適 用した。

なお,鉄筋は離散鉄筋モデルとし,バイリニア型の完 全弾塑性とした。



#### 2.2 解析対象と解析モデル

### (1) 解析対象とした試験体

本研究では、小柳らが実施した約8年間の継続測定の 両端固定スラブの長期たわみ実験<sup>2),3)</sup>を解析対象とした。 図-5のように、この試験体は、一方向両端固定支持ス ラブを想定したものであり、形状はロ字型をしている。 試験体の寸法は、スラブ厚120mm・有効せい90mm・幅 500mm・スパン内法寸法3000mmである。

使用コンクリートは、単位水量 180kg/m<sup>3</sup>,水セメント 比 58.4%,目標スランプ 18cm で、載荷時(56日)の圧 縮強度は 18.9N/m<sup>4</sup>で、弾性係数は 1.99×10<sup>4</sup>N/m<sup>4</sup>である(文 献 <sup>3</sup>)における試験体番号は「No.11」)。なお、引張強度は 土木学会式の算定から 1.63N/m<sup>4</sup>とした。鉄筋は SD295 で、 スラブ端部では複鉄筋、中央部では下端のみの単鉄筋で あり、スラブ端部では上下の鉄筋とも 3-D10(鉄筋比は 全断面に対して 0.35%),スラブ中央部では 3-D10 とな っていた。

# (2) 解析モデル

解析モデルのうち、コンクリート部材を図-6に示す。 試験体はロ字型の左右対称の形状であることから、本研 究における解析モデルは中央から左部分のハーフモデル とした。図-7には、スラブのコンクリート部分を取り 除いた鉄筋部分のみを表示したモデルを示す。境界条件 は、底面およびスタブ端ともに実験条件と同じとなるよ う固定とした。これは、小柳らの既論文の中で、スタブ 側面の変位の計測値が分析上まったく考慮されていない ことから(スタブの水平移動や回転)、スタブ側面の移動 はないものとして、その境界条件を固定とした。なお、 コンクリート部分のモデルは4分割にブロック分け(ス ラブ、スタブ上面、スタブ、底板)、乾燥収縮ひずみの履 歴をそれぞれ個別に設定した。

### (3) 荷重・乾燥収縮ひずみ・クリープ係数

小柳らの実験では、積載荷重は中央点から左 30 cmの 位置に2点載荷(材齢56日)され、その大きさはスラブ 端部の鉄筋応力度が設計荷重となるようにしている(ひ び割れ時の鉄筋応力度: 196 N/mm<sup>2</sup>)。また,乾燥収縮ひ ずみおよびクリープ係数は、小柳が自らの提案式の検証 で用いた値を適用し、2200日(解析終了時)で560×10-6 および 3.53 とした。ただし、その履歴は(公社)土木学 会『コンクリート標準示方書「設計編](2012)』に準拠 し、小柳らが実施したダミー試験体の計測結果から求め た提案式による解析終了時の値と学会式によるその値が 同値となるように倍率を算出し、各ブロックの V/S に相 当する学会式の乾燥収縮ひずみをこの倍率で乗じ、各ブ ロックの乾燥収縮ひずみ履歴の設定値とした。クリープ 係数も同様に、ダミー試験体による小柳らの提案式によ る値とコンクリート示方書によるそれとが同値になるよ うに実数倍して解析用クリープ係数の設定値とした。





図-6 解析モデル (コンクリート)



図-7 解析モデル (スラブ筋)

### 3. 解析結果と考察

# 3.1 コンクリートに作用する応力と変形

### (1) 弾性解析

図-8に、自重と載荷荷重を作用させた弾性解析モデ ルにおけるコンクリートに作用する主応力のコンター図 を示す。弾性解析を実施した理由は、小柳らと同様に、 弾性解とひび割れを生じた長期たわみ実験値とを比較す るためである。スラブの端部上面と中央境界下面に大き な引張応力が作用している。また、スラブ中央部の弾性 たわみは 0.7mm であった。なお、小柳らの弾性解析値は 0.85mm であった。



図-8 コンクリートに作用する主応力(弾性解析)



#### (2) 弾塑性解析

図-9に,弾塑性解析モデルにおける長期間(242 日 ~2200 日)の変形と塑性ひずみ(ひび割れひずみ)のコ ンター図を示す。スラブ端部の上面と中央部の下面に生 じたひび割れひずみが経年とともに拡大し,スラブ中央 下面についてはひび割れ箇所も増えていることが分かる。 これに伴って、スラブ中央部のたわみも増大している。 弾性解析と比較すると、ひび割れについては自重や積載 荷重のみでなく、乾燥収縮によって軸方向のひび割れが 生じたことが分かる。

# 3.2 スラブ中央のたわみ

図-10に、載荷開始から約 2200 日までにおけるス パン中央たわみの経時変化を、小柳らの実験値と本解析 値を比較して示す。図中の計測値が上下に波を打って変 動しているのは季節間変動(温湿度変動)によるもので ある。また,図中の計算値は小柳らが提案した算定式で あり,スラブ端部の上端筋における抜出しを考慮した場 合と考慮しない場合の2パターンについて示しており、 前者によるほうが実験値に近いことを示している。小柳 らの実験結果と比較すると, 弾塑性解析モデルのたわみ 曲線は、実験値から10%程度小さな値であったが、実験 値の下限値とほぼ近い値を示した。さらに、計算値が 1000 日程度で概ね収束し、それ以降は一定値を示すのに 対して,本解析値はその後も増大し続け,実験値と同様 な履歴を示した。これは、クリープの予測式が、小柳の 場合には双曲線式を適用しているのに対し、本解析の場 合には土木学会式で対数式を適用していることによる。

また,小柳ら<sup>2),3)</sup>の実験によると,長期たわみは13.6mm と,算定されている弾性たわみの16~19倍となってい た。一方,本解析による弾性解析のたわみは0.7mmで, 弾塑性解析による長期たわみは14mm程度であり,その 比は20倍程度である。これらのことからも,スラブ中央 部のたわみに関して,同実験値に対して概ね近い値となった。



#### 3.3 ひび割れ幅

図-11にひび割れ幅の解析値の経時変化を,スラブ 端部上面と中央部下面についてそれぞれ示す。ひび割れ 幅は,玉野・中村ら<sup>8)</sup>と同様に,ひび割れ幅は,各有限 要素節点間の水平方向の相対変位として表した。図中の 番号は,図-12のひび割れ箇所の番号を示したもので ある。図-12に,解析最終時(2200日)におけるひび 割れ箇所とその幅の解析結果を示す。 ひび割れ幅の経時変化について、小柳らの実験では、 乾燥収縮ひずみが一定となってもスラブ端部上面および 中央部下面ともに(それぞれの値は異なる),増大し続け ている。一方、本解析では、スラブ端部上面では同様に 増大しているものの、中央部下面では減少しているとろ もある。これはひび割れが分散されたことによると思わ れるが、実験結果では示されている箇所が少なく、本解 析結果との整合性の評価は困難であった。

ひび割れ本数については、載荷直後に支持端部とスパ ン中央部に2本程度のひび割れが生じ、乾燥収縮が生じ るとひび割れ本数は4本に増加した。小柳らの実験では、 中央部下面、端部上面ともに載荷初期に2~3本発生し、 その後多少増加したと報告している(これ以上の本数に ついては明記されず)。これらのことから本解析によるひ び割れ本数は、小柳らの実験状況と概ね同等であった。 なお、その他の箇所にはひび割れは生じなかった。

また, ひび割れ幅については, スラブ端部上面で 0.2~ 0.5 mm程度, 中央下面で 0.16~0.33 mmのひび割れが生じ る解析結果となった。また, ひび割れ幅の最大値を示し た箇所はスラブ端部で, 最大値は 0.44 mmであった。小柳 らの実験では, スラブ端部の上面で 0.58 mm, 中央部の下 面で 0.18mm であったと報告している。これらのことか ら, 本解析によってひび割れ幅についても概ね推定でき るものと判断される。

#### 3.4 鉄筋応力

図-13に、ひび割れ位置の上端筋と下端筋における 鉄筋応力の経時変化をそれぞれ示す。鉄筋応力は載荷初 期に大きく増加するものの、次第に収束し、一定値を示 すようになった。小柳らの実験では、床スラブ端部の鉄 筋のひずみ測定(試験体 No.11-鉄筋①:スラブ端部の上 端筋)を700日間実施し、その経時変化について報告し ている。700日時点での値は8×10<sup>-4</sup>、最大値は9×10<sup>-4</sup>と





なっており、これらを鉄筋応力に換算すると、それぞれ 約160N/mm<sup>2</sup>と180N/mm<sup>2</sup>となる。本解析による700日 時点のスラブ端部の上端筋応力は約160N/mm<sup>2</sup>、最大値 は178N/mm<sup>2</sup>となり、実験結果とほぼ一致した。なお、 鉄筋応力および後述の付着すべりの解析結果が上下に変 動するのは、弾塑性解析時と長期クリープ解析時とで適 用するコンクリートと鉄筋間の付着バネの切り替えによ るバネ剛性の違いによって生じたものであり、図中には 両方の結果が記されている。

#### 3.5 コンクリートと鉄筋間のすべり

図-14に、ひび割れ位置の上端筋と下端筋における, 鉄筋とコンクリートとのすべり量を2節点間の相対変位 として求め,その経時変化をそれぞれ示す。鉄筋とコン クリートとのすべりは,最大でも0.03mm以下の値を示 すとともに,経過時間とともにさらに小さな値に収束す る傾向を示しており,図-4の付着応カーすべり関係に おいても非常に小さな値を示し,付着クリープの現象は 見られなかった。これは,大野ら<sup>1)</sup>や小柳ら<sup>2)</sup>が提唱し ている付着クリープの適用性は低いことを示している。 一方,玉野・中村ら<sup>8)</sup>の解析では,付着クリープを考慮 せず,梁の長期曲げ実験でのひび割れ幅に対する実験値 との整合性を確認している。本解析では,玉野・中村ら <sup>8)</sup>と同様な解析法で適用可能と考えられるが、本研究の みでは十分な検討が行われているとは評価は困難と間和 えられるので、本解析のような数値解析における付着ク リープの適用性の評価は、今後の検討課題とした。なお、 すべりが小さくて、ひび割れ幅を有するのは、鉄筋の引 張ひずみや曲げ変形での曲率などによると考えられる。



# 4. まとめ

本弾塑性解析によって、以下の知見を得た。

- 1)本解析によるひび割れ発生のシミュレーションでは、 スラブ端部上面と中央部下面に複数のひび割れが発 生する結果が得られ、実験結果と同様なひび割れ発生 状況が見られた。
- 2)8年間の長期たわみとその経時変化,弾性たわみに対 する比,ひび割れ幅,鉄筋応力などについて,本解析 値は実験結果とほぼ同等な値を示すことができた。
- 3)コンクリートと鉄筋とのすべりに関する分析では、そのすべりが小さく、付着クリープの現象を示すことはできなかった。この原因については本研究範囲内では判断が難しく、今後の検討課題とする。

# 謝辞

小柳光生氏(現・コンステック(株))には本稿で対象と した既論文に関わる貴重な情報を賜りました。また,大 阪市立大学生活科学部卒業生である山本怜奈氏(現・ (株)大林組)には、本研究にあたり多大なご助力をいただ きました。ここに深く謝意を表します。

# 参考文献

1)岩田樹美,李 振宝,大野義照:端部筋の抜け出しを考

慮した鉄筋コンクリートスラブの長期たわみ算定,日本建築学会構造系論文集,No.510, pp.145-152, 1998

- 2)武田寿一,高橋久雄,小柳光生:床スラブの長期たわ みに関する研究,コンクリート工学, Vol.21, pp.115-124, 1983
- 3)武田寿一,高橋久雄,小柳光生:RCスラブの長期たわみに関する研究(その6),大林組技術研究所報, Vol.27, pp.134-138, 1983
- 4)武田寿一,中根 淳,小柳光生:鉄筋コンクリート床 スラブの長期たわみに関する研究,日本建築学会構造 系論文集, No.365, pp.165-174, 1996
- 5)松崎育弘, 星野克征:鉄筋コンクリート造床スラブの 長期たわみ量の定量化に関する研究, 日本建築学会関 東支部研究報告集, pp.197-200, 1982
- 6)千々和伸浩,杉田恵,石田哲也,前川宏一:セメント硬 化体中の微視的機構モデルに基づく実 PC 橋の長期 時間依存変形シミュレーション,コンクリート工学年 次論文集, Vol.32, pp.407-412, 2010
- 7)沖野旨郁,堺孝司,吉田秀典,真鍋忠晴:鉄筋コンク リート床スラブの長期たわみに関する有限要素解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.25, pp.61-66, 2003
- 8)玉野慶吾,上田尚史,中村 光,国枝 稔:RCはり部 材に対する曲げひび割れ進展挙動の解析的評価,土木 学会論文集 E2, Vol.70, No.1, pp.76-91, 2014
- 9)玉野慶吾,中村光,上田尚史,国枝稔:乾燥収縮によるRC面部材のひび割れ進展挙動評価に関する解析的検討,コンクリート工学年次論文集,Vol.34, pp.97-102,2012
- 10)渡部嗣道,張殿宇,冨田耕司:鉄筋コンクリート構 造物のフルモデルによる乾燥収縮ひび割れ解析,コン クリート年次論文報告集, Vol.37, pp.85-90, 2015
- 11)大阪市立大学・ソフトエボリューション社製「Soft OCU (FEM SOFTWARE ORIENTED TO CREEP AND ELASTO-PLASTIC ANALYSIS FOR ULTIMATE PROPERTIES OF CONCRETE STRUCTURES)」, 2015
- 12)Nakamura, H. and Higai, T. :Compressive Fracture Energy and Fracture Zone Length of Concrete, Seminar on Postpeak Behavior of RC Structures Subjected to Seismic Loads, pp.259-272, 1999, JCI
- 13)菅 溝宣,中村 光,檜貝 勇,斎藤成彦:RCはりの力学的挙動に及ぼす付着特性の影響,コンクリート 工学, Vol.23, No.3, pp.295-300, 2001
- 14)飯塚敬一,檜貝 勇,斎藤成彦,高橋良輔:かぶり厚の影響を考慮した異形鉄筋の付着応力ーすべりーひずみ関係,土木学会論文集 E2, Vol.67, No.2, pp.280-296, 2011