

論文 履歴消費エネルギーに基づく耐力低下型復元力特性モデルの提案

吉田 優一朗*1・塩原 等*2・田尻 清太郎*3

要旨: 現行の耐震設計において非線形時刻歴応答解析を行う際に、Takeda モデルをはじめとした鉄筋コンクリート部材の履歴モデルでは、大変形時の耐力低下が考慮されない。しかしこれからの耐震性能評価においては部材の耐力低下の効果による構造物の倒壊過程を部材レベルのモデルで再現することが必要とされている。本研究の目的は、既往の鉄筋コンクリート造梁の繰返し載荷実験から得られた履歴曲線を参考にして、梁部材に適用される新たな耐力低下型復元力特性モデルを提案することである。また、荷重変形関係に適合するよう提案モデルの各変数の定める方法も併せて提案しその妥当性も検証する。

キーワード: 鉄筋コンクリート造梁, Ibarra-Krawinkler モデル, 横補強筋比

1. はじめに

建物の耐震性能評価においては、建物が想定を超える地震に対する倒壊余力も評価することが今後重要となる。またそのためには、鉄筋コンクリート（以下 RC）造建物においては、部材の耐力低下による構造物の倒壊過程を部材レベルのモデルに基づく非線形地震応答解析により再現することが必要とされている。曲げ降伏するよう設計された RC 造梁は、横補強筋量によっては早期に耐力低下が生じることが報告されている¹⁾。しかし、RC 造建物の解析でよく使われる復元力特性モデルの Takeda モデルではこの現象が表せない。そこで伊吉ら²⁾は、既往の実験的研究から得られた荷重変形関係を用いて各種パラメータから指向点の変位方向の移動量の算定方法を定めて耐力低下を表す復元力モデルを提案している。

現行の米国の耐震設計基準においては、耐震性能の判定を部材レベルのモデル化に基づいた非線形地震応答解析による倒壊確率で定義することが一般的になってきており、そこでは、部材に耐力低下を考慮した復元力特性モデルを使うことが求められている³⁾。耐力低下のモデルとして 4 つの耐力低下モードを考慮する Ibarra-

Krawinkler モデル⁴⁾（以下、IK モデル）が適用されることが多い。IK モデルは、履歴吸収エネルギーとエネルギー一吸収性能の比を指標として、刻々変化する耐力低下や剛性低下を表す汎用性の高いものであるが、鉄筋コンクリート部材の耐力低下を適切に表すために今後より詳細にパラメータの与え方についての検討が必要である。

本研究の目的は、IK モデルを応用して RC 造梁に適用可能な耐力低下型復元力特性モデルを提案することであり、文献 1) の実験結果に適用して、荷重変形関係に適合するよう提案モデルの各変数を定める具体的な方法を提案し、その妥当性を検討する。

2. Ibarra-Krawinkler モデル

文献 4) から引用して 図-1、図-2 を示し、モデルの考え方を説明する。

2.1 骨格曲線

IK モデルの骨格曲線は、原則として曲げ降伏点 (δ_y, F_y) 、耐力低下点 (δ_c, F_c) 、残留変形点 (δ_r, F_r) で傾きの変化する 4 折れ線である（図-1）。耐力低下点 (δ_c, F_c) によって IK モデルの挙動が大きく変化する。

2.2 耐力低下率 β_i

IK モデルは、履歴吸収エネルギーに基づいて耐力低下を定めることとし、 i サイクル目の耐力低下率を表現する β_i を式(1) でモデル化する。

$$\beta_i = \left(\frac{E_i}{E_i - \sum_{j=1}^i E_j} \right)^c \quad (1)$$

ここに、 E_i : i サイクル目の履歴消費エネルギー、 $\sum_{j=1}^i E_j$: i サイクル目までの履歴消費エネルギーの総和、 E_i : 部材の保有する履歴エネルギー（実験結果から値を選択することを推奨）、 c : 耐力低下指数（指向点の荷重

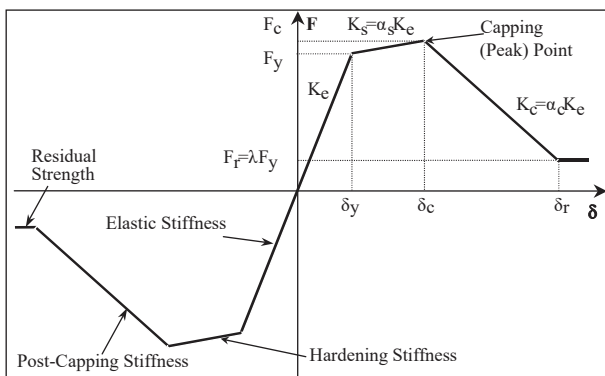


図-1 Ibarra-Krawinkler モデルの骨格曲線⁴⁾

*1 東京大学大学院 工学系研究科建築学専攻 工修 (正会員)

*2 東京大学大学院 工学系研究科建築学専攻 教授・工博 (正会員)

*3 東京大学大学院 工学系研究科建築学専攻 准教・博(工) (正会員)

が減少する速さで値が大きいくほど耐力低下の進行が遅くなり 1.0 ~ 2.0 とし、耐力低下速度を一定にするならば 1.0 を用いることを推奨。

$E_i - \sum_{j=1}^i E_j$ は部材に残る履歴エネルギーを表し $0 < \beta_i \leq 1$ を必ず満たさなければならず、式(2) となった場合にその部材が破壊に至ったものとみなす。

$$E_i - \sum_{j=1}^i E_j < E_i \quad (2)$$

2.3 耐力低下の 4 つの表現手法

IK モデルでは耐力低下、剛性低下、指向点の移動、ピーク後の負剛性の 4 つの耐力低下モードを表現するために、図-2 に示される (a) ~ (d) の手法を提案している。ここでは、いずれも最大点指向型のモデルに適用した場合の例である。複数の耐力低下モードを組み合わせることも可能で、各モードの計算に用いる E_i の値は異なってもよい。

(a) 基本の耐力低下

指向点のサイクル毎の荷重の低下を式(3) で、指向点到達後の剛性の低下を式(4) で表す。いずれも正・負のそれぞれで計算される。

$$F_i^+ = (1 - \beta_{s,i}) F_{i-1}^+, \quad F_i^- = (1 - \beta_{s,i}) F_{i-1}^- \quad (3)$$

$$K_{s,i}^+ = (1 - \beta_{s,i}) K_{s,i-1}^+, \quad K_{s,i}^- = (1 - \beta_{s,i}) K_{s,i-1}^- \quad (4)$$

ここに、 $\beta_{s,i}$: 式(1) による本手法の耐力低下率 (図-2 (a) の点 3, 7 で計算される), $F_i^{+/-}, F_{i-1}^{+/-} : i, i-1$ サイ

クル目の指向点の荷重, $K_{s,i}^{+/-}, K_{s,i-1}^{+/-} : i, i-1$ サイクル目の指向点到達後剛性。

(b) 骨格曲線の耐力低下点の変化

耐力低下点後の骨格曲線を荷重軸方向への延長線と荷重軸との交点の荷重の値を式(5) を用いて低下させる。正・負のそれぞれで計算される。耐力低下点到達後の剛性は (a) とは異なり一定とする。

$$F_{ref,i}^{+/-} = (1 - \beta_{c,i}) F_{ref,i-1}^{+/-} \quad (5)$$

ここに、 $\beta_{c,i}$: 式(1) による本手法の耐力低下率 (図-2 (b) の点 3, 6 で計算される), $F_{ref,i}^{+/-}, F_{ref,i-1}^{+/-} : i, i-1$ サイクル目の上記の荷重の値。

(c) 除荷剛性の低下

除荷剛性の低下は式(6) で表す。他の手法と異なり、 $\beta_{k,i}$ は除荷開始点で正負に関わらず計算されるので耐力低下速度が 2 倍になる。そのため、耐力低下速度を他の手法と同程度にする場合には式(1) で用いる E_i を他の手法の 2 倍の値で計算することを推奨している。

$$K_{u,i} = (1 - \beta_{k,i}) K_{u,i-1} \quad (6)$$

ここに、 $\beta_{k,i}$: 式(1) による本手法の耐力低下率(ただし、 j サイクル目では $i = 2j - 1, 2j$ で、図-2 (c) の点 2, 5 で計算される), $K_{u,i}, K_{u,i-1} : i, i-1$ 回目の除荷における剛性。

(d) 指向点の変位方向の移動

指向点の載荷方向の移動量は式(7) で表す。正・負のそ

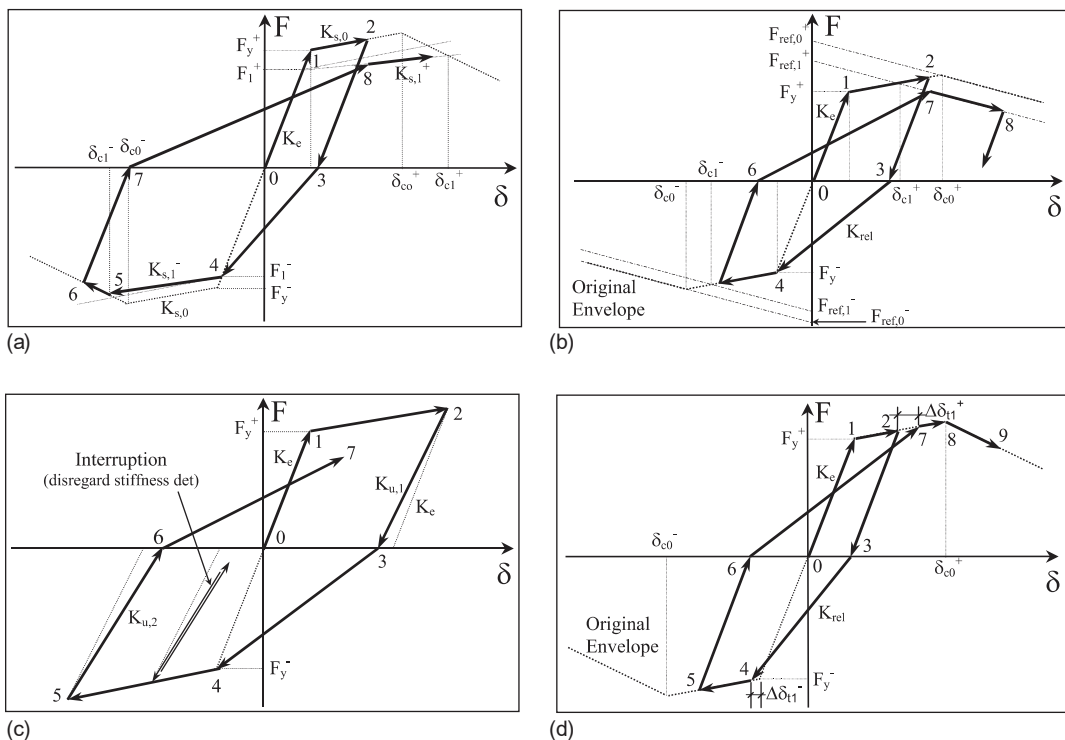


図-2 Ibarra-Krawinkler モデルの耐力低下の 4 つの表現手法⁴⁾

それぞれで計算される。

$$\delta_{i,i}^{+/-} = (1 - \beta_{a,i}) \delta_{i,i-1}^{+/-} \quad (7)$$

ここに、 $\beta_{a,i}$: 式(1)による本手法の耐力低下率 (図-2 (d) の点 3,6 で計算される)、 $\delta_{i,i}^{+/-}, \delta_{i,i-1}^{+/-}$: $i, i-1$ サイクル目の指向点の荷重方向の移動量。

3. 実験概要

3.1 実験方法

ここで、検証に用いる試験体は、断面が幅 180 mm、せい 240 mm の長方形梁 4 体りである。形状寸法を 図-3 に示す。諸元は SB02 を基準に SB05, SC1, SC2 では横補強筋比をそれぞれ 2 倍, 4 倍, 9 倍とし、他の実験変数は共通である (表-1)。これらの 4 体は横補強筋比の変化による違いが生じるのかを検討するため選択している。片持梁として静的正負交番繰返し荷重を行い、荷重履歴は部材角 $\pm 0.25, \pm 0.5 \%$ を 1 サイクル、 $\pm 0.75, \pm 1.0, \pm 2.0, \pm 3.0, \pm 4.0, \pm 5.0, \pm 6.0, \pm 7.0, \pm 8.0 \%$ を 3 サイクルとした (図-4)。

変形の計測は、危険断面から 50 mm 固定側に入った位置のインサートボルトに固定した計測治具を基準として、荷重点の上下 94 mm に固定した 2 つのレーザー変

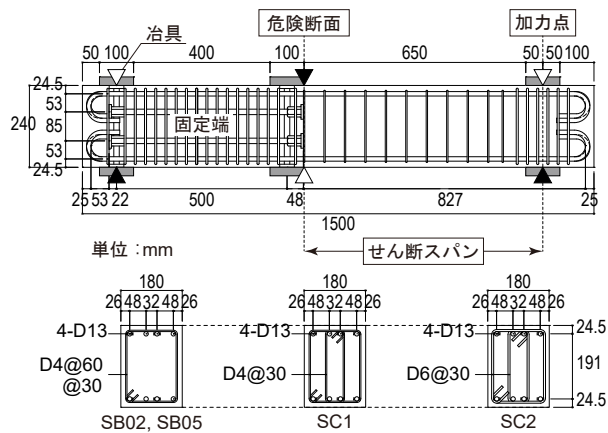


図-3 試験体の形状寸法

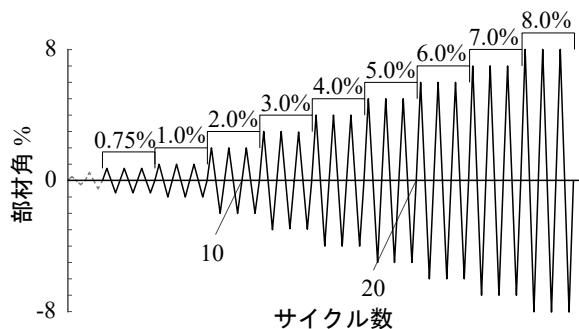


図-4 荷重履歴

位計から計測治具までの距離 δ_1, δ_2 を測定する (図-5)。部材角 R の求め方を式(8) に示す。

$$R = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2L} \quad (8)$$

ここに、 L : せん断スパン (700 mm)

3.2 実験結果

図-6 に危険断面の曲げモーメントと部材角の関係の履歴曲線と包絡線を描画し、曲げ降伏点、最大せん断力点、耐力低下点を図中にプロットする。ここで、耐力低下点とはサイクルのピークの荷重が初めて最大荷重の 80% を下回る点である。

4. Ibarra-Krawinkler モデルの修正

2.3 節 (a) の耐力低下の手法を適用すると式 (1) により、毎サイクル指向点の荷重が低下することになる。しかしながら、鉄筋コンクリート梁の曲げせん断実験結果の包絡線 (図-6) をみると、最大せん断力点より以前のサイクルではピークの荷重が低下せず、最大せん断力点到達後に、初めて耐力低下が起こることが判る。そこで実験結果に適合させるために、図-7 のように履歴消費エネルギーの総和がある値 (E_{max}) に達した時に初めて式 (3), (4) を適用するとして修正する。これを

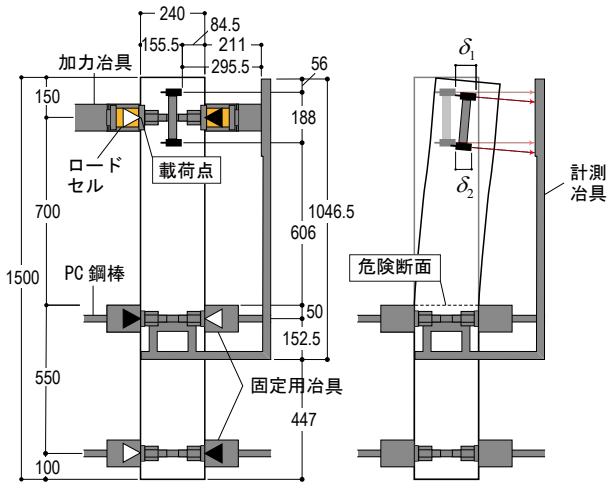


図-5 計測方法

表-1 試験体の諸元¹⁾

試験体		SB02	SB05	SC1	SC2
幅×せい	mm	180×240			
せん断スパン	mm	700			
主筋	本数・呼び名	4-D13 (引張鉄筋比: 1.31%)			
	降伏点	MPa 372			
横補強筋	一組の本数・呼び名	2-D4	2-D4	4-D4	4-D6
	間隔	mm 60	30	30	30
	横補強筋比	% 0.26	0.52	1.04	2.35
	降伏点	MPa 366 366 366 348			
	コンクリートの圧縮強度	MPa 54.3 55.2 64.0 65.0			

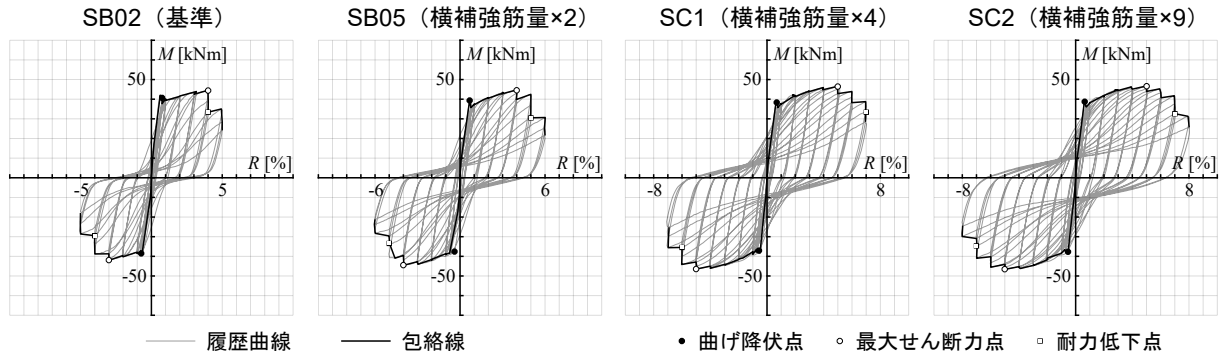


図-6 実験結果¹⁾

修正 Ibarra-Krawinkler モデル (以下, 修正 IK モデル) と呼ぶ。

5. 修正 Ibarra-Krawinkler モデルの適用方法

5.1 耐力低下の表現手法

耐力低下モード (2.3 節で述べたもの) のうち, (a) と (c) を採用する。本実験で用いた载荷履歴ではサイクル内の負勾配による耐力低下が起こっておらず検証の対象にはならないので (b) は考慮していない。また, (a) と (d) の二つを考慮すると, 指向点の荷重・変形方向の移動を検討し計算が複雑となるので, 本研究では (d) は採用しないものとする。

5.2 E_t の決定方法

耐力低下速度は, 部材の諸元によって大きく異なる。修正 IK モデルでは, 式(1)における部材の保有する履歴エネルギー E_t が耐力低下速度を決定する重要な変数であり, この値を適切に定める必要がある。そこでここでは, 実験結果から E_t を算出する (図-7)。

降伏後剛性を無視すると式 (1), (3) を用いて式 (9) が成立する。

$$\frac{M_{cap}}{M_{max}} = (1 - \beta_{s,m}) \cdot (1 - \beta_{s,m+1}) \cdots (1 - \beta_{s,n-1})$$

$$= \left\{ 1 - \left(\frac{E_m}{E_t - E_{max}} \right)^c \right\} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{E_{m+1}}{E_t - E_{max} - E_{m+1}} \right)^c \right\} \cdot \dots \left\{ 1 - \left(\frac{E_{n-1}}{E_t - E_{cap-1}} \right)^c \right\}$$

ここに, M_{max} : 最大せん断力点の曲げモーメント, M_{cap} : 耐力低下点の曲げモーメント, $\beta_{s,i}$: 式(1)による i サイクル目の耐力低下率, E_i : i サイクル目の履歴消費エネルギー, m : 最大せん断力点のサイクル数, n : 耐力低下点のサイクル数。さらに,

$$\begin{cases} E_{max} = E_1 + E_2 + \dots + E_m \\ E_{cap-1} = E_1 + E_2 + \dots + E_m + E_{m+1} + \dots + E_{n-1} \\ E_{cap} = E_1 + E_2 + \dots + E_m + E_{m+1} + \dots + E_{n-1} + E_n \end{cases} \quad (10)$$

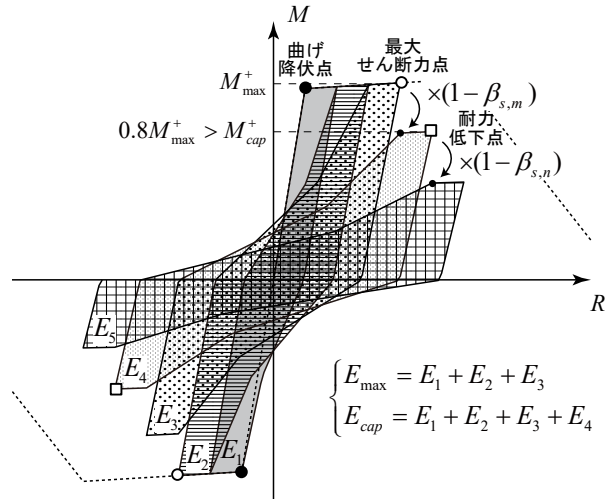


図-7 修正 Ibarra-Krawinkler モデル

ここで, 連続する载荷サイクルの最大変位が大きく変化しない場合, 連続するサイクルの履歴消費エネルギーは概ね等しいとして, 式(11) が成立する。

$$E_m \cong E_{m+1}, E_{m+1} \cong E_{m+2}, \dots, E_{n-1} \cong E_n \quad (11)$$

耐力低下速度を一定, つまり $c=1$ とすると, 式 (9), (11) から式(12) が成立し, 整理すると式 (13) が導出される。

$$\frac{M_{cap}}{M_{max}} = \left(\frac{E_t - E_{max} - E_m}{E_t - E_{max}} \right) \cdot \left(\frac{E_t - E_{max} - 2E_{m+1}}{E_t - E_{max} - E_{m+1}} \right) \cdot \dots \left(\frac{E_t - E_{cap-1} - E_{n-1}}{E_t - E_{cap-1}} \right) \quad (12)$$

$$\cong \frac{E_t - E_{cap-1} - E_{n-1}}{E_t - E_{max}} \cong \frac{E_t - E_{cap}}{E_t - E_{max}}$$

$$E_t \cong \frac{M_{max} \cdot E_{cap} + E_{max} \cdot M_{cap}}{M_{max} - M_{cap}} \quad (13)$$

降伏後剛性が小さいあらゆる実験データであれば, 式 (13) を適用して, 部材の保有する履歴エネルギー E_t を定めることができる。

5.3 入力変数の決定方法

実験データを復元力特性モデルに適合させるためには, モデルの入力変数を適切に設定しなければならない

(図-8)。

(1) 骨格曲線

本解析ではサイクル内の負勾配による耐力低下を考慮しないものとしたので、降伏点で折れ曲がる2折れ線型の骨格曲線を使う。従って、必要な変数は θ_y, M_y, α_s の3つである。ここに、 (θ_y, M_y) ：降伏点の座標、 α_s ：降伏後剛性低下率。

試験体は対称配筋された梁であるので、いずれの値も正負の平均を採用する。 α_s は降伏点と最大せん断力点を結んだ直線の傾きを降伏点剛性で除した値とする。

(2) 耐力低下

E_i は式(13)から求める。この時、最大せん断力点、耐力低下点の荷重、履歴消費エネルギーの総和 E_{max} の値が必要となる。

履歴消費エネルギーの総和が E_{max} に到達した後に $c=1$ として式(3),(4)が適用され、指向点の荷重・到達後剛性の低下を開始させる。

除荷剛性の低下は、載荷開始時点から式(6)を適用する。ただし、 E_i は式(13)で求めた値の2倍とする。

従って、必要な変数は、 E_{max} ：最大せん断力点サイクルの履歴消費エネルギーの総和と、 E_i ：試験体の保有する履歴エネルギーの二つである。

本解析ではいずれも実験値の正側の最大せん断力点、耐力低下点から求めた値を採用する。

(3) 履歴曲線の形状

修正 IK モデルにおいて指向点の荷重の低下開始時点と耐力低下速度を適合させるためには、履歴消費エネルギーを実験値と等しくする必要がある。そのためには履歴曲線の形状も実験値に近づけなければならない。そこ

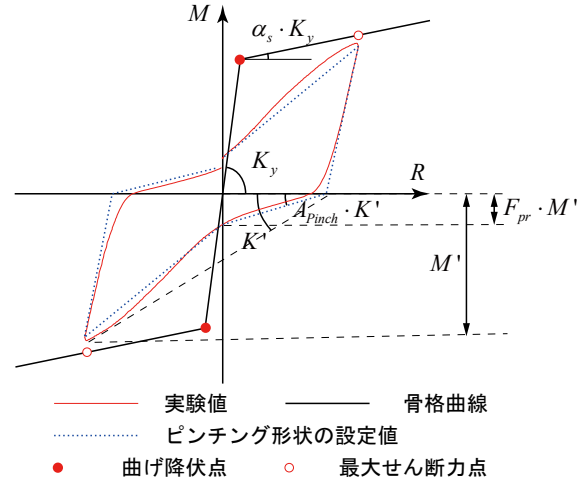


図-8 修正 Ibarra-Krawinkler モデルの入力変数

で図-8のように全体変形がゼロとなる点で剛性が変化するピンチング型として実験値の履歴曲線を近似した。必要な変数は F_{pr}, A_{pinch} の2つで、 $F_{pr} < A_{pinch}$ を必ず満たさなければならない。ここに、 F_{pr} ：指向点の荷重に対する剛性が変化する点の荷重の割合、 A_{pinch} ：除荷終了点と指向点を結んだ傾きに対するスリップ時剛性の割合。

実験値ではサイクル毎に各変数の値が変化するため明確なピンチング形状が現れる加力サイクル ± 2.0% 以降の平均を解析に用いる。

5.4 解析方法

5.3節で決定した入力変数と式(3),(4),(6)の各初期値 $F_0^{+/-}, K_{s,0}^{+/-}, K_{u,0}$ に加えて、各試験体の実験と同一の変位履歴を修正 IK モデルに入力して、各ステップの荷重を求める。

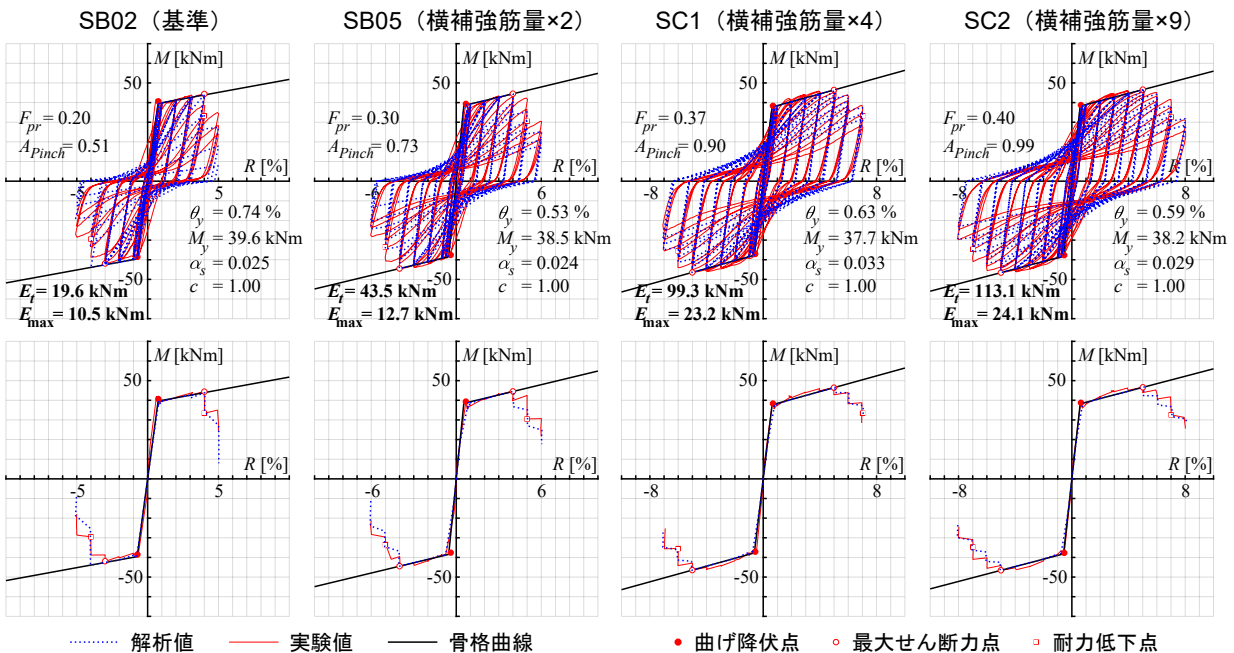


図-9 修正 Ibarra-Krawinkler モデルの解析結果

$$F_0^{+/-} = M_y, K_{s,0}^{+/-} = \alpha_s \cdot K_y, K_{u,0} = K_y \quad (14)$$

ここに、 M_y ：降伏点の曲げモーメント、 α_s ：降伏後剛性低下率、 K_y ：降伏点剛性。

5.5 解析結果

図-9 に履歴曲線と包絡線の解析結果を示す。試験体 SB02 と試験体 SB05 では耐力低下点以降のピーク荷重が実験値よりも解析値のほうが小さくなる傾向にある。この理由には二つが考えられる。一つ目は、最大せん断力点から耐力低下点に至るまでの間のサイクル数が少なく、耐力低下速度を大きく見積もったためである。二つ目は履歴消費エネルギーを実験値よりも解析値のほうが大きく計算しているためだと考えられる。対して、試験体 SC1 と試験体 SC2 では耐力低下速度が精度良く評価されている。

実験値に適合していない点として二つ挙げられる。一つ目に除荷剛性が実験値よりも解析値のほうが大きいために履歴消費エネルギーを大きく見積もる傾向にある点、二つ目に塑性率 2 の範囲内のサイクルではピンチング形状が現れていない点である。

5.6 横補強筋比の各変数に対する影響

部材の諸元から修正 IK モデルに入力する各変数の値が定量化されれば、構造物の倒壊現象を部材レベルのモデルで解析することが可能となる。

本実験では横補強筋比のみを変更して他の実験変数は共通としているので、修正 IK モデルの各変数に対する横補強筋比の影響を検討する。

図-10 に各履歴エネルギーおよびピンチング形状を示す各変数と横補強筋比の関係を示す。 E_t は横補強筋比に概ね比例する。 E_{max} は横補強筋比 1.0% 以下では概ね比例するのに対し、1.0~2.0% ではほとんど変わらない。 F_{pr} 、 A_{pinch} は、横補強筋比が大きくなるにつれて変数の増加量は小さくなる。

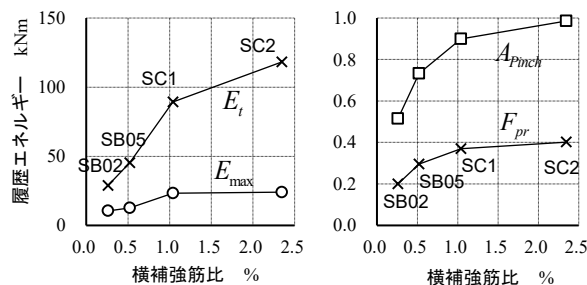


図-10 横補強筋比の影響

6. まとめ

RC 造梁の繰返し載荷実験の結果を参考に、耐力低下型復元力特性モデルとして修正 Ibarra-Krawinkler モデルを提案した。実験結果に基づいて耐力低下開始時の履歴消費エネルギーと試験体の保有する履歴エネルギーを計算し、修正 IK モデルの変数として入力することで、横補強筋比が 1.0% 以上の梁試験体では耐力低下を含む復元力特性の良好な再現が可能であった。

本研究で提案した実験結果への適用方法は他の実験にも使用可能であり、各入力変数の値を定量化することで、構造物の倒壊現象を合理的に評価可能な耐力低下型復元力特性モデルの一案を提示できると考えられる。

謝辞

本研究は、日本学術振興会基盤研究(B)16HO4446(「地震力を受ける鉄筋コンクリート靱性骨組架構の限界変形点の定量化に関する基礎的研究」研究代表者：塩原等)により実施した。ここに謝意を表する。

参考文献

- 1) 吉田優一郎, Trivedi Shubham, 塩原 等, 田尻清太郎:鉄筋コンクリート梁の繰返し載荷による終局変形性能に関する実験, 第15回日本地震工学シンポジウム, 2018年12月, p.p.1111-1120
- 2) 伊吉 允, 梅村 恒, 市之瀬敏勝, 松澤敦行:繰返し載荷により耐力低下する鉄筋コンクリート部材の復元力特性モデル, コンクリート工学年次論文集, Vol.23, No.3, p.p.1297-1302, 2001
- 3) FEMA: Effects of Strength and Stiffness Degradation on Seismic Response, FEMAP440A, June 2009
- 4) Ibarra, L. F., Medina, R. A. and Krawinkler, H.: Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration, Earthquake Engng Struct. Dyn. 2005; 34, p.p.1489-1511, June 2005