

論文 PC 鋼棒で緊結した鋼板サンドイッチ工法により補強した RC 柱の曲げ耐力に関する解析的研究

稲葉 淑貴*1・金田 一男*2・中田 幸造*3・山川 哲雄*4

要旨: 本文は、PC 鋼棒で緊結した鋼板サンドイッチ工法により補強した RC 柱の曲げ耐力に関する解析的研究成果を示すものである。ファイバーモデル解析(FMA)手法を用い、FMA の解析結果と金田らの曲げ耐力の略算式による計算結果と本年度の実験結果との比較を行い、解析結果と略算式における計算結果及び実験結果との相互の妥当性を検証した。解析対象の既存 RC 柱断面は実験結果のある 175×175mm とし、配筋・コンクリート強度等は実験結果に併せて設定した。また、PC 鋼棒の緊張力が RC 柱の曲げ耐力に与える影響について PC 鋼棒緊張ひずみをパラメータとして FMA を行い、その結果、PC 鋼棒の緊張力の影響は小さかった。

キーワード: 既存 RC 柱, 耐震補強, 鋼板サンドイッチ工法, 曲げ耐力, ファイバーモデル解析

1. はじめに

著者らは PC 鋼棒で緊結した鋼板サンドイッチ工法(以降:鋼板サンドイッチ工法と称する)の研究に取り組み、補強した既存 RC 柱の耐震性能を検討し、その成果を発表した¹⁾。更に、鋼板サンドイッチ工法で補強した RC 柱の曲げ耐力の略算式(以降:略算式)を提案し²⁾、ファイバーモデル解析(Fiber Model Analyses: FMA)の結果との比較検討を行い、略算式の計算結果と解析結果がよく一致していることを確認した^{3),4)}。しかし、文献^{3),4)}に示した FMA に用いた増打コンクリートの横拘束効果は、補強鋼板を近似的に松村ら⁵⁾の角形鋼管に充填されたコンクリートとして評価した。鋼板サンドイッチ工法で補強した RC 柱は、補強方向と垂直となる方向に鋼板を設置しないため、FMA の仮定と実物との乖離が生じていた。しかし、増打コンクリートは補強鋼板を介して PC 鋼棒の横拘束を受けているが、その緊張力が曲げ耐力に及ぼす影響は過去の研究で考慮されていない。過年度の試験体製作では PC 鋼棒にひずみゲージを貼り付け、ひずみゲージの導入ひずみ量で PC 鋼棒緊張時のトルク管理を行ったが、PC 鋼棒のシース管にモルタルが滲入すると、PC 鋼棒のひずみ測定が困難となる。一方、鋼板サンドイッチ工法で補強した RC 柱の一体化を確保するために、山川らが提案した合成極厚無筋壁補強法(以降: THW 工法)では PC 鋼棒に手締め可能な 1000 μ のひずみを導入している^{6),7)}。このような観点から、PC 鋼棒の導入ひずみが、鋼板サンドイッチ工法で補強した RC 柱の曲げ耐力へ及ぼす影響について明らかにする必要がある。

本研究は FMA により PC 鋼棒による緊張力を能動的横拘束圧として評価し、解析結果と略算式の計算結果と

の比較検討を行い、解析手法の妥当性を検証した。また、これらの解析結果及び計算結果を用いて、本年度で実施した実験結果との比較検討を行った。

PC 鋼棒の緊張力の有無による影響について、試験体の PC 鋼棒の導入ひずみ(0~1200 μ)と軸力比(0.1~0.3)を変えた FMA によるケーススタディを行い、導入ひずみによる曲げ耐力などへの影響を明らかにした。ここでは、その解析結果を報告する。

2. 曲げ耐力に関する略算式の概要

鋼板サンドイッチ工法で補強した既存 RC 柱断面及びその断面のひずみ・応力分布を図-1 に示す³⁾。増打コンクリートが既存 RC 柱と一体化して挙動し、曲げモーメントに対して平面保持仮定が成り立ち、断面に作用する軸力のつり合い条件が満足しているものとする。圧縮縁コンクリートの終局ひずみ $\epsilon_c=0.3\%$ と仮定し、中立軸の初期値 x_{n0} を仮定して各主筋位置での引張ひずみ ϵ_{si} を計算する。更に、 $\sigma_{si}=E \cdot \epsilon_{si}$ によって各位置の主筋応力度を計算する。

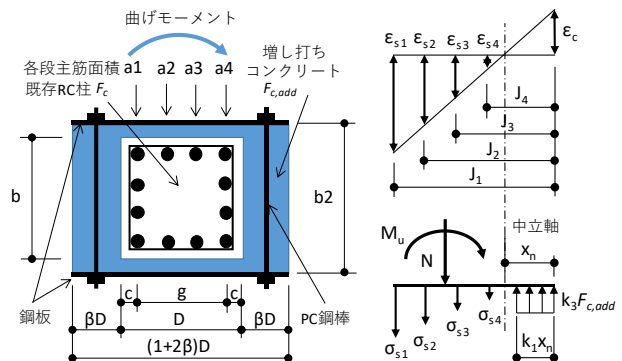


図-1 鋼板サンドイッチ工法で補強した RC 柱断面³⁾

*1 有明工業高等専門学校 専攻科 建築学専攻 (学生会員)
 *2 有明工業高等専門学校 創造工学科 建築コース教授 博士 (工学) (正会員)
 *3 琉球大学 工学部工学科 建築学コース准教授 博士 (工学) (正会員)
 *4 琉球大学 名誉教授 工博 (正会員)

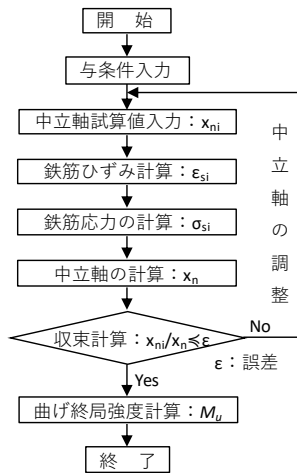


図-2 略算式の計算フロー³⁾

曲げ圧縮を受けるコンクリートの応力分布を等価応力ブロックに置き替え、ブロック形状係数を $k_1=k_3=0.85$ とする。補強された断面に作用する軸力 N 及び主筋・コンクリートに生じる応力の合計がゼロとなる中立軸 x_n を図-2 に示すフローに従って試行錯誤的に求め、その時の中立軸 x_n を式(1)で表す。また、その時の各軸力が圧縮縁に対する曲げモーメントは鋼板サンドイッチ工法で補強した試験体の曲げ耐力であり、式(2)で表す。

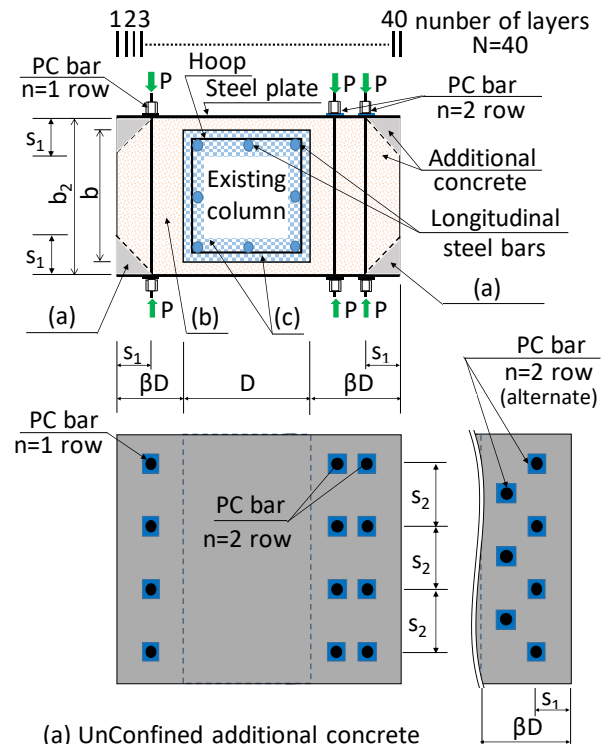
$$x_n = \frac{N + \sum a_i \sigma_{si}}{k_1 k_3 b_2 F_{c,add}} \quad (1)$$

$$M_u = \sum a_i \sigma_{si} J_i + (0.5 + \beta)ND - 0.5k_3 b_2 (k_1 x_n)^2 F_{c,add} \quad (2)$$

ここに、 $F_{c,add}$ は次頁の表-1 に示す増打コンクリートの圧縮強度 $\sigma_{B,add}$ を用いて計算する。他の記号は図-1 に示す通りである。

3. FMA 手法の構築

FMA を行う際に、鋼板サンドイッチ工法で補強した既存 RC 柱の断面は、図-3 に示すように、増打コンクリート部分と既存 RC 柱部分から構成される。増打コンクリート部分を更に横拘束効果が期待できない領域(a)と期待できる領域(b)に区分できる。領域(a)では、PC 鋼棒位置から補強された断面端部までの範囲(s_1)で補強鋼板の曲げ剛性が小さいため、横拘束効果が期待できないものとする。しかし、PC 鋼棒の緊張力は 45° 方向に分散することが考えられ、主動側圧として評価できる。一方、既存 RC 柱が増打コンクリートによって拘束され、そのコンクリートかぶりの剥落などの恐れがないため、計算の便宜上、全断面を領域(c)とする。図-3 に示す β は袖壁長さ比（造成した袖壁長さ βD /既存 RC 柱のせい D ）であり、軸力や主筋比 p_g にもよるが、著者らの研究対象試験体では、 $\beta > 0.3$ 程度から鋼板サンドイッチ工法により補強した RC 柱の中立軸が増打コンクリート側にシフトする³⁾ため、既存 RC 柱断面の横拘束効果が無視でき



(a) UnConfined additional concrete
(b) Additional concrete confined by steel plates
(c) Existing concrete confined by rebar and hoops

図-3 FMA 対象の補強後 RC 柱の断面構成と要素分割

る程度である。FMA は鋼板サンドイッチ工法で補強した RC 柱の柱脚位置について行い、断面分割を 40 とする。実構造物の耐震補強は PC 鋼棒の最大ピッチを 300mm と想定し、その 1/3 の 100mm を PC 鋼棒の間隔とする。 $\beta=0.5$ の場合は 1 列配置、 $\beta=0.75$ の場合は 2 列の千鳥配置、 $\beta=1.0$ の場合は 2 列配置とする。PC 鋼棒の緊張力 P は、補強鋼板を介して増打コンクリートに均等な能動的横拘束圧 σ_r を与えるものと仮定し、 σ_r を式(3)で表す。

$$\sigma_r = \frac{nP}{\beta D s_2} = \frac{nE\epsilon A}{\beta D s_2} \quad (3)$$

ここに、 n 、 P 、 E 、 ϵ 、 A はそれぞれ PC 鋼棒の列数、緊張力(N)、ヤング係数(MPa)、導入ひずみ(μ)及び断面積(mm^2)である。また、 s_2 は PC 鋼棒の RC 柱高さ方向の間隔(mm)である。鋼板サンドイッチ工法で補強した既存 RC 柱断面のコンクリートの応力-ひずみ関係は Mander ら⁸⁾の提案式(4)~(6)を適用する。主筋及び帯筋で拘束されたコンクリートの圧縮強度 f'_{cc} を式(6)で表し、既存 RC 柱断面のコンクリート[領域(c)]に適用する。

$$f_c = \frac{f'_{cc} X r}{r - 1 + X^r} \quad (4)$$

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f'_c}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (5)$$

$$\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} = 1 - 5.17 \left(\frac{f'_l}{f'_{co}} \right)^2 + 5.88 \left(\frac{f'_l}{f'_{co}} \right)^2 \quad (6)$$

表-1 検討対象試験体及びファイバーモデル解析の諸条件

R19-1-PP1		R19-1-PP2		R19-1-PP3	
袖壁長さ比 β	0.50	0.75	1.00		
実験に用いる コンクリート	既存RC柱 σ_B (MPa) 補強コン $\sigma_{B,add}$	25.3 53.6	25.6 56.7	26.5 57.3	
解析に用いる コンクリート強度 (MPa)	既存RC柱コンクリート強度 $\sigma_B=15$, 補強コンクリート強度 $\sigma_{B,add}=36$				
PC鋼棒の列数 n	1	2(千鳥配置)		2	
PC鋼棒導入ひずみ ϵ	0, 200 μ , 400 μ , 600 μ , 800 μ , 1000 μ , 1200 μ				
軸力比 η	0.1, 0.2, 0.3				

共通事項：[試験体寸法] 既存RC柱断面 $b \times D$:175mm \times 175mm, 補強後の柱幅 b_2 :235mm, 軸力 $N = \eta \cdot b \cdot D \cdot \sigma_B$ (N)
 [PC鋼棒]9.2 ϕ , a :66.48mm², E_s :201GPa, 位置 s_1 :45mm, 配置間隔 s_2 :100mm,
 [D10(D13)主筋]断面積 a :71.33(126.7)mm², 降伏強度 σ_y :364(343)MPa, 降伏ひずみ ϵ_y :0.18(0.20), ヤング率 E_s :198(169)GPa,
 [柱帯筋]4.0 ϕ , a :13mm², σ_y :191MPa, ピッチ:120mm, P_g :2.95%

式(5)~(6)中の f'_{cc} は、表-1に示す既存RC柱のコンクリート圧縮強度 σ_B を用いる。その他の記号は、文献8)を参考されたい。

PC鋼棒及び鋼板で拘束された増打コンクリートは、PC鋼棒のプレストレスによる能動的横拘束圧としてRichartら⁹⁾の静水圧によるコンクリート強度の増大効果を適用した。図-3に示す領域(b)のコンファインドコンクリート強度を式(7)で表す。

$$f'_{cc} = F_{c,add} + 4.1 \sigma_r \quad (7)$$

なお、諸記号は、前掲したとおりである。

4. 検討対象試験体及び解析条件

本年度作製した鋼板サンドイッチ工法で補強した試験体R19-1-PP1, R19-1-PP2及びR19-1-PP3を解析対象とし、これらの試験体の袖壁長さ比はそれぞれ $\beta=0.5, 0.75, 1.0$ である。検討対象試験体の寸法・形状・補強材配置及びその他の解析条件を表-1にまとめて示す。表-1に示す補強試験体R19-1-PP2のPC鋼棒は千鳥配置であるため、解析上、その数量を補強試験体R19-1-PP3の7/8とする。また、FMAに用いるコンクリート強度は、既存RC柱には15N/mm², 増打コンクリートには、普通コンクリート圧縮強度の上限値36N/mm²を採用した。

5. 検討結果及び考察

5.1 曲げ耐力の比較検討

表-1に示す試験体の諸条件を用いて、FMAを実施した。曲げモーメント $M-\phi D$ に関する解析結果(実線)と略算式による計算結果(破線)及び実験結果(R19-1-PP1:●, R19-1-PP2:◆, R19-1-PP3:■)を図-4にまとめて示す。同図より、解析結果が略算式による計算結果より僅かに高くなっている。FMAでは、補強されたRC柱断面の中立軸を精度よく計算でき、応力中心間距離が略算式による計算結果より大きくなるからである。

表-2に対象試験体R19-1-PP1~R19-1-PP3の載荷方向に対し、最も引張側にある主筋(1段目)~最も圧縮側に近い主筋(3段目)の各段主筋における引張りひずみの

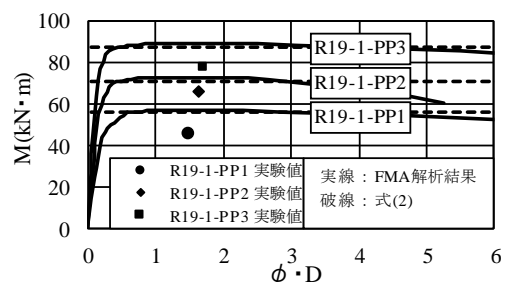


図-4 解析結果・計算結果と実験結果との比較

表-2 各段主筋ひずみ ε_s (%)の解析結果

	R19-1-PP1	R19-1-PP2	R19-1-PP3
1段目	1.73	1.83	2.91
2段目	1.19	1.36	2.28
3段目	0.65	0.89	1.65

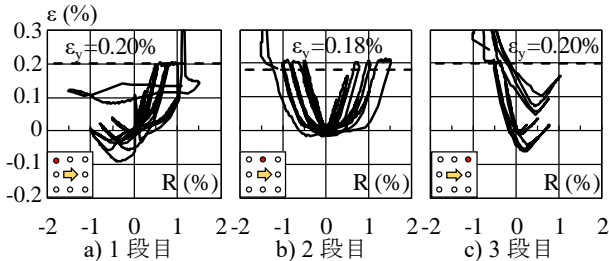


図-5 補強試験体 R19-1-PP1 の主筋ひずみ測定結果

FMA 結果 (最大曲げ耐力時) を示す。同表より、すべての試験体において、各段主筋のひずみが鉄筋の降伏ひずみ $\varepsilon_y=0.18\%$ (D10 鉄筋), 0.20% (D13 鉄筋) を超過し、降伏した結果となった。

一方、図-5 に実験結果の一例として、R19-1-PP1 の各位置の主筋のひずみ ε と部材角 R の関係を示し、各主筋の降伏ひずみを点線で示す。同図より、図中矢印方向に載荷する場合、1 段目と 2 段目の主筋が降伏しているが、3 段目の主筋ひずみが小さく降伏に達していない。矢印と逆方向に載荷した場合も同様に 3 段目主筋が降伏していない。このような測定結果は補強後試験体 R19-1-PP2 及び R19-1-PP3 の場合も同様であった。従って、図-4 に示す FMA 結果に対して実験結果が小さくなっている。

5.2 中立軸に関する検討結果

鋼板サンドイッチ工法で補強した試験体の全主筋が降伏できるかを把握するために、FMA 手法及び略算式を用いて、対象試験体 R19-1-PP1~R19-1-PP3 の中立軸位置を検討した。その結果を表-3 に示す。FMA 結果に対して、略算式(1)を用いた計算結果の方が大きい。これは曲げ圧縮を受けるコンクリートの応力分布を等価応力ブロックに置き替えて計算したからである。しかし、各試験体の袖壁長さ βD と比較し、解析結果及び計算結果が遥かに小さいため、中立軸がすべて増打コンクリートの領域中にあると言える。従って、対象とする各試験体の全主筋が引張鉄筋となっている。しかし、本年度の実験結果は、いずれの補強試験体においても、圧縮側に近い 3 段目の鉄筋は降伏していないため、今後、実験パラメータを増やし、その原因を更に究明する必要がある。

表-3 実験条件における中立軸と袖壁長さ βD の比較

	R19-1-PP1		R19-1-PP2		R19-1-PP3	
	解析	式(1)	解析	式(1)	解析	式(1)
中立軸 (mm)	33.4	45.8	32.8	43.4	28.7	43.3
βD (mm)	88		131		175	

5.3 PC 鋼棒の初期緊張力による影響

FMA 手法を用いて、PC 鋼棒の導入緊張力の有無が鋼板サンドイッチ工法により補強した RC 柱の曲げ耐力に与える影響を検討した。PC 鋼棒の初期ひずみは $0, 200\mu, 400\mu, 600\mu, 800\mu, 1000\mu, 1200\mu$ とし、既存 RC 柱のコンクリート強度を 15N/mm^2 、増打コンクリート強度を 36N/mm^2 とした。実験結果との相関性を確認するために、袖壁長さ比 $\beta=0.50, 0.75, 1.00$ の 3 ケースについて検討した。図-6 に、各緊張力での PC 鋼棒による能動的横拘束圧 σ_r を示す。 $\beta=0.50$ と $\beta=1.00$ の PC 鋼棒の能動的横拘束圧は同じであり、これに対して $\beta=0.75$ の能動的横拘束圧は若干大きくなっている。図-6 より、PC 鋼棒による能動的横拘束圧は、導入ひずみ $\varepsilon_{pc}=1000\mu$ の場合、 $\sigma_r=1.5\text{N/mm}^2$ 程度であり、増打コンクリートの圧縮強度 36N/mm^2 の約 3% 程度しかないことがわかった。PC 鋼棒の導入ひずみ ε_{pc} に伴うコンファインドコンクリート強度 $f'_{cc}-\varepsilon$ 関係を図-7、図-8 に示す。 ε_{pc} の増大に伴って σ_r が大きくなるため、 f'_{cc} も大きくなった。

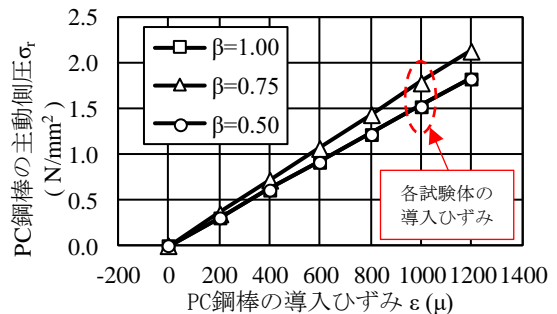


図-6 各緊張力における PC 鋼棒による主動側圧

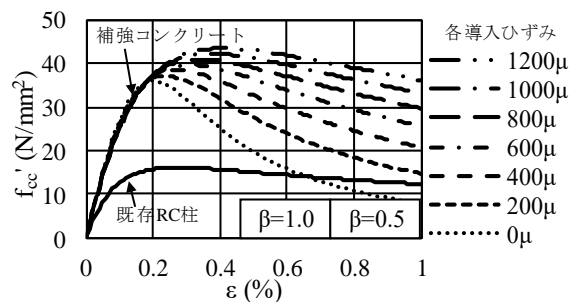


図-7 コンクリートの $f'_{cc}-\varepsilon$ 解析結果 $\beta=0.50, 1.0$

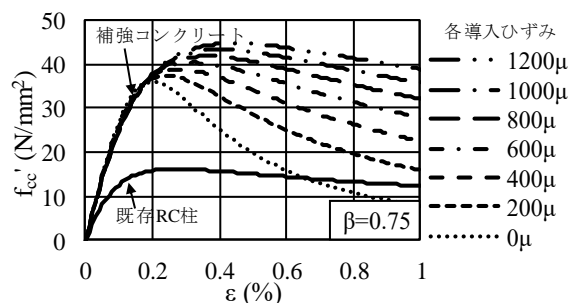


図-8 コンクリートの $f'_{cc}-\varepsilon$ 解析結果 $\beta=0.75$

表-1 に示す試験体 R19-1-PP1~PP3 の諸条件に併せて、PC 鋼棒の初期緊張力有無による各試験体の曲げ耐力への影響を検討した。曲げ耐力の解析結果である $M-\phi D$ 関係を図-9 に示す。その結果からわかるように、PC 鋼棒の初期緊張力有無が補強試験体の曲げ耐力への影響は非常に少ない。しかし、解析した結果、PC 鋼棒の初期緊張力がない場合、 ϕD が 1.5 程度付近で曲げ耐力が急に低下した。これは、図-7、図-8 に示す初期導入ひずみ $\epsilon_{PC}=0$ の場合、コンファインドコンクリート強度 f'_{cc} がピーク値を超えると大きく低下することによるものである。

試験体の形状、配筋は、試験体 R19-1-PP1~PP3 と同じとし、既存 RC 柱のコンクリート強度を 15N/mm^2 、増打コンクリート強度を普通コンクリート強度の上限値である 36N/mm^2 と仮定し、軸力比が $\eta=0.1, 0.2, 0.3$ の 3 ケースについて検討を行い、PC 鋼棒の初期緊張力有無による曲げ耐力の影響を更に検討した。その結果を図-10~図-12 にそれぞれ示す。軸力比の増大に伴って、曲げ耐力の増加が見られたが、いずれのケースにおいても PC 鋼棒の初期緊張力による曲げ耐力への影響は少ない。

図-13 は、軸力比が $\eta=0.1, 0.2, 0.3$ 、袖壁長さ比 $\beta=0.50, 0.75, 1.00$ の 3 ケースに対する、PC 鋼棒の初期緊張力変化による中立軸への影響を示すものである。同図より、軸力比の増大に伴って、中立軸の値も大きくなることがわかった。

また、PC 鋼棒の初期導入ひずみが大きいほど、中立軸が小さくなる傾向である。これは、図-7、図-8 に示すコンファインドコンクリート強度 f'_{cc} に関するものと考えられる。袖壁長さ比が最も小さい $\beta=0.5$ の場合においても $\beta D=88\text{mm}$ であるため、いずれのケースにおいても中立軸が増打コンクリート βD の範囲にある。

軸力比が $\eta=0.1, 0.2, 0.3$ 、袖壁長さ比 $\beta=0.5, 0.75, 1.0$ の 3 ケースに対して、PC 鋼棒の初期導入ひずみによる曲げ耐力の変化を検討した。その結果を図-14~図-16 にそれぞれ示す。これらの図より、PC 鋼棒の初期導入ひずみによる曲げ耐力の変化も非常に小さい。

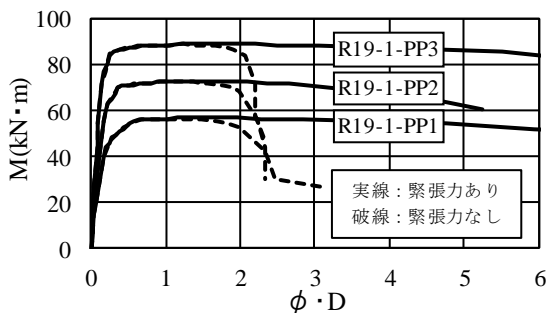


図-9 実験条件における緊張力有無による $M-\phi D$ 関係の比較

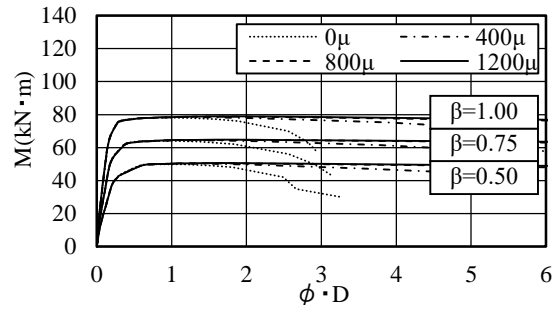


図-10 各緊張力における $M-\phi D$ 関係の比較 $\eta=0.1$

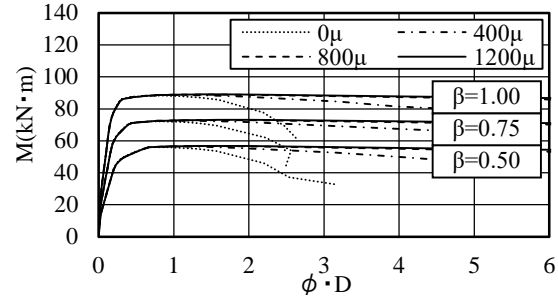


図-11 各緊張力における $M-\phi D$ 関係の比較 $\eta=0.2$

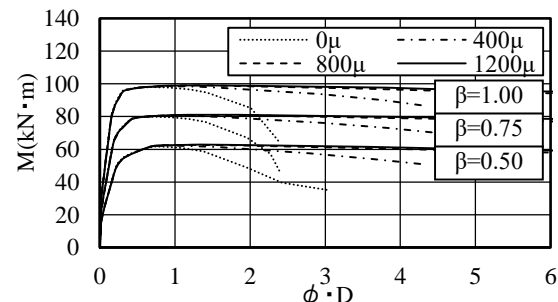


図-12 各緊張力における $M-\phi D$ 関係の比較 $\eta=0.3$

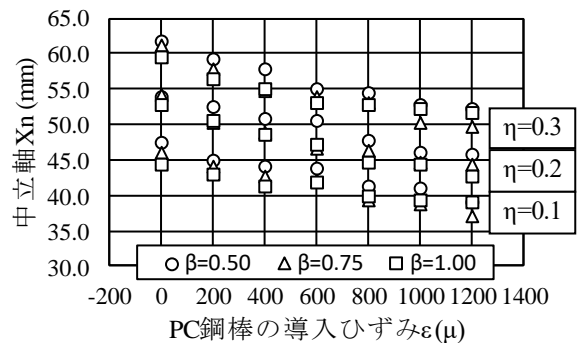


図-13 各緊張力における中立軸 X_n の変化

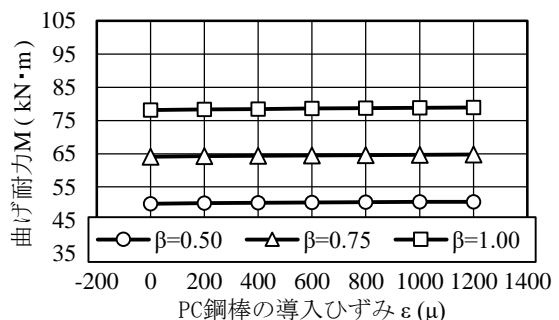


図-14 各緊張力における曲げ耐力 $\eta=0.1$

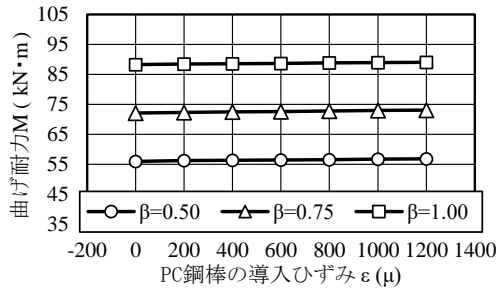


図-15 各緊張力における曲げ耐力 $\eta=0.2$

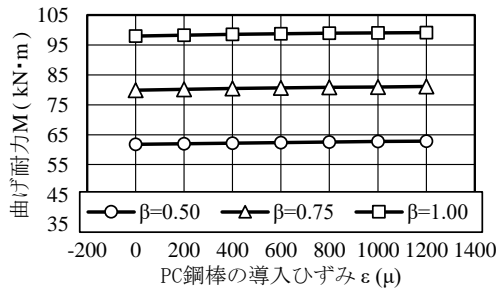


図-16 各緊張力における曲げ耐力 $\eta=0.3$

6. おわりに

PC 鋼棒の初期導入ひずみによる能動的横拘束圧を考慮した FMA 手法を用いて、鋼板サンドイッチ工法で補強した RC 柱の曲げ耐力、既存 RC 柱全主筋の降伏の有無、中立軸の発生位置及び PC 鋼棒の初期導入ひずみの影響について詳細に検討した。得られた結果を以下に示す。

- (1) PC 鋼棒の能動的横拘束圧を考慮した FMA 結果が文献 3) に示す略算式による計算結果とよく一致している。
- (2) 中立軸に関する解析結果と計算結果が、すべての補強試験体について、その増打コンクリート領域に入っているため、既存 RC 柱の全主筋が引張鉄筋となっている。
- (3) 解析結果と計算結果に対し、鋼板サンドイッチ工法で補強した試験体 R19-1-PP1~PP3 の実験結果が小さかった。その理由はこれらの試験体の主筋が載荷実験において 1 列目と 2 列目しか降伏していないからである。
- (4) PC 鋼棒の初期緊張力による検討結果から、PC 鋼棒の初期導入ひずみは、鋼板サンドイッチ工法で補強した試験体の曲げ耐力に殆ど影響を与えていない。しかし、PC 鋼棒は補強工事時の鋼板のセパレーターとしての機能、補強鋼板と増し打ちコンクリート及び既存 RC 柱との一体化を図る機能があり、今後、PC 鋼棒の直径・間隔・初期導入ひずみなどを詳細に検討する必要がある。

謝辞

本研究の載荷実験は、有明高専の坂田冬真、高倉健人、中山翔太、開祐之介の各氏の卒業研究の一環として行った。実験の際に、有明高専専門技術職員田中三雄氏、技

術職員松原征男氏、平田裕次氏の協力を得た。試験体製作に関しては、三池生コンクリート工業株式会社から多大のご支援を頂いた。なお、本研究は平成 30 年度公益財団法人大林財団の研究助成（代表者：金田一男）を受けて実施した。ここに記して関係者各位に謝意を表す。

参考文献

- 1) 金田一男, 他 4 名: PC 鋼棒で緊結した鋼板サンドイッチ補強法により補強した低強度 RC 柱の予備試験, 日本建築学会九州支部研究報告, 第 57 号, pp.529-532, 2018.3
- 2) 金田一男, 他 4 名: PC 鋼棒で緊結した鋼板サンドイッチ補強法により補強した既存 RC 柱の耐力評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東北), p.421-422, 2018.9
- 3) 金田一男, 他 4 名: PC 鋼棒で緊結した鋼板サンドイッチ補強法で補強した既存 RC 柱の曲げ耐力略算式の適用性に関する研究 -その 1 新設そで壁付き RC 柱の曲げ耐力に対する検証の試み-, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北陸), p.421-422, 2019.9
- 4) 稲葉淑貴, 他 4 名: PC 鋼棒で緊結した鋼板サンドイッチ工法で補強した既存 RC 柱の曲げ耐力提案式の適用性に関する研究 -その 2 計算結果・解析結果と実験結果による検証-, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北陸), p.423-424, 2019.9
- 5) 松村弘道, 伊藤茂樹: 角鋼管に充填されたコンクリートの圧縮強度, 日本建築学会大会技術講演梗概集 C (熊本), pp.1627-1628, 1989.10
- 6) 作山寛子, 山川哲雄, Pasha JAVADI, 奥村建成: 低強度 RC フレームの耐震補強に関する実験的研究, コンクリート工学年次論文集, Vol.32, No.2, pp.337-342, 2010
- 7) Tetsuo YAMAKAWA, Md. Nafur RAHMAN, Kozo NAKADA and Yoichi MORISHITA: Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit Technique for a Bare Frame Utilizing Thick Hybrid-walls, 日本建築学会構造系論文集, 第 610 号, pp.131-138, 2006-12.
- 8) J.B.Mander, M.J.N. Priestley and R.Park: Theoretical Stress- Strain Model for Confined Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol.114, No.8, pp.1804-1826, Aug. 1988.
- 9) Richart, F. E., Brandtzaeg, A., and Brown, R. L.: A Study of the Failure of Concrete Under Combined Compression Stresses, Bulletin 185, Univ. of Illinois Engineering Experimental Station, Champaign, Ill, 1928