

[99] Finite Prism Method によるプレストレストコンクリート製箱ゲタの定着領域における三次元応力解析

正会員 ○ 山 川 秀 次 (電力中央研究所)
 S. Chimamphant (アジア工科大学院)
 正会員 田 辺 忠 顕 (電力中央研究所)

1. まえがき

近年、大スパンの壁厚の厚いプレストレストコンクリート製箱ゲタが使用されるに伴い、プレストレスト量の増大による割裂応力と熱応力との影響が組合されて生じる定着領域でのひび割れが重要な問題となっている。ポストテンション型のプレストレストゲタの定着領域での応力解析は、一次元もしくは二次元の問題として従来取り扱われてきた。これまでの解析手法は、P C 鋼線とシースの傾斜を無視するのみならず、P C 鋼線の傾斜により生じる摩擦力をも無視して扱ってきており、矩形な梁断面にのみ適用可能であった。

Finite Prism Method は任意な荷重分布、任意な P C 鋼線の配置のみならず摩擦力の影響をも考慮しうるので、従来の解析手法と比較してポストテンション型のプレストレストコンクリート製箱ゲタの定着領域における応力分布をより正確に求めることが可能となる。また、Finite Prism Method を使用することにより三次元応力解析が可能となるが、スパン中央断面に比較してスパン端部における解析精度が、箱ゲタに沿った縦軸方向に対して変位関数を Sine もしくは Cosine だけのフーリエ級数の和として表現しているために、若干悪くっており、たとえば、調和級数を 21 項まで取った場合の最大誤差は本解析においては 3% 以下であった。

本報告は、プレストレストコンクリート製箱ゲタの定着領域における Guyon¹⁾, Iyengar²⁾, Sievers³⁾, Bleich⁴⁾ 等により行なわれた近似解析手法による応力解析結果と Finite Prism Method による応力解析結果とを比較検討し、定着領域の応力分布に及ぼす摩擦力および P C 鋼線の本線の影響について取りまとめたものである。

2. 解析手法

図-1 に示す単純支持された代表的な Prism I について考える。デカルト座標系 (x, y, z) をとり、節点 i, j, k を稜線とする長さ L の Prism I における x, y, z 方向の要素内の変位 U^I, V^I, W^I は境界条件を考慮して、以下のよう

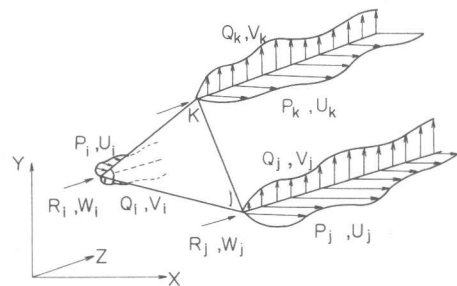


図-1 節点力および節点変位

$$\begin{aligned}
 U^I &= \sum_{m=1}^r (\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y) \sin \frac{m\pi z}{L} \\
 V^I &= \sum_{m=1}^r (\alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y) \sin \frac{m\pi z}{L} \dots \dots \dots (1) \\
 W^I &= \sum_{m=1}^r (\alpha_7 + \alpha_8 x + \alpha_9 y) \cos \frac{m\pi z}{L}
 \end{aligned}$$

ここに、m : 調和成分

r : 調和成分の項数

式(1)に含まれる 9 個の未知数 $\alpha_1 \sim \alpha_9$ は、節点変位ベクトル $\{\delta^I\}_m = \langle v_{im}^I, v_{jm}^I, \dots, w_{km}^I \rangle^T$ を使って表わせるので要素内の変位ベクトル $\{f^I\}$ は通常の二次元弾性問題の場合と同様に、変位関数 $N(x, y, z)$ と節点変位ベクトル $\{\delta^I\}_m$ を用いて以下のように表わせる。

$$\{f^I\} = \sum_{m=1}^r [N^I]_m \{\delta^I\}_m = [N^I] \{\delta^I\} \dots \dots \dots (2)$$

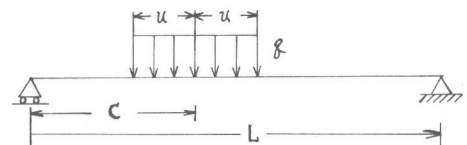


図-2 z 方向荷重分布の一例

したがって、通常の二次元弾性問題と同様にポテンシャルエネルギー最小原理を用い、さらに、三角関数の直交性を利用して最終的な釣合方程式が以下のように得られる。

$$\left\{ \frac{\partial \pi^I}{\partial \{\delta\}} \right\} = \begin{pmatrix} [K^I]_{11} & & \\ & [K^I]_{22} & \\ & & [K^I]_{rr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \{\delta^I\}_1 \\ \{\delta^I\}_2 \\ \vdots \\ \{\delta^I\}_r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \{F^I\}_1 \\ \{F^I\}_2 \\ \vdots \\ \{F^I\}_r \end{pmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

$$\sum_{I=0}^N \left\{ \frac{\partial \pi^I}{\partial \{\delta\}} \right\} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $[K^I]_{rr}$ および $\{F^I\}_r$ は Prism I の r 番目の調和成分に対応する剛性マトリックスおよび荷重ベクトル式(3)に含まれる荷重ベクトル $\{F^I\}_r$ は、外部荷重ベクトル $\{q^I\}$ と形状関数より、

$$\{F^I\}_r = \int_{V_r} [N^I]^T \{q^I\} d(\text{vol}) \dots\dots\dots (5)$$

さらに、式(5)に含まれる外部荷重ベクトル $\{q^I\}$ は変位と同様にフーリエ級数を用いて以下のように表わせる。

$$q(z) = \sum_{m=1}^r H_m \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 H_m はたとえば図-2のような荷重条件下においては以下のように表わせる。

$$H_m = \frac{4q}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi c}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi u}{L}\right) \dots\dots\dots (7)$$

図-3に示すPC鋼線が曲線を描くように配置された梁のジャッキ端に P_0 なる引張力を与えるとき、コンクリートとPC鋼線の接触面に沿って摩擦力が働くだけでなく、摩擦力と垂直な方向に垂直応力が生じる。図-4に示す半径 R の微小円弧 dS を考えると、この dS 区間の角変化量は $d\theta$ であるから、垂直分力 dN は、

$$dN = 2P \sin \frac{d\theta}{2} + dP \sin \frac{d\theta}{2} \dots\dots\dots (8)$$

式(8)の垂直分力 dN は力 dP 、距離 ds 、角 $d\theta$ が微小であるので以下のように表わせる。

$$dN = 2P \frac{d\theta}{2} = P d\theta \dots\dots\dots (9)$$

したがって、垂直応力 w は、

$$w = \frac{dN}{ds} = P \frac{d\theta}{ds} = \frac{P}{R} \dots\dots\dots (10)$$

さらに、PC鋼線の描く曲線が $y = g(z)$ で与えられ、その曲率半径が大きいならば w は以下のように表わせる。

$$w = P \frac{d^2y}{dz^2} \dots\dots\dots (11)$$

摩擦力ならびにシーズの波打ちによるPC鋼線の引張力の減少は、

$$P_z = P_0 \exp(-\mu\alpha - K \cdot s) \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 μ : PC鋼線とまわりのコンクリートとの摩擦係数

K : wobble 係数

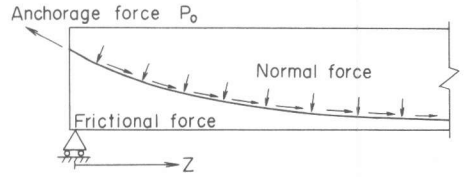


図-3 PC鋼線に沿った面での力

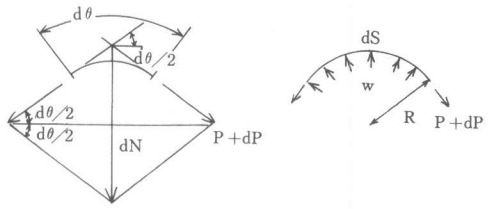


図-4 引張力Pによる垂直分力と摩擦損失力

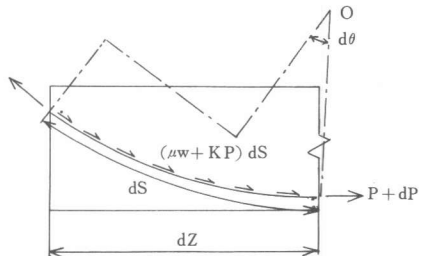


図-5 引張力Pの摩擦等による損失

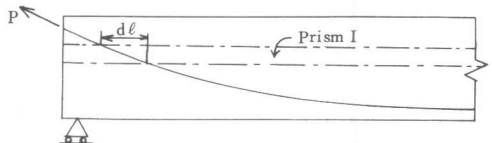


図-6 PC鋼線の配置とPrism Iでの外力

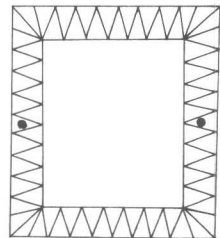
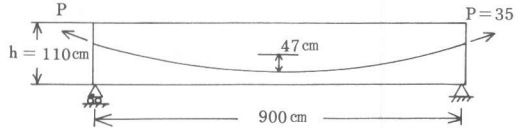


図-7 PC鋼線の配置と有限要素分割図

Pz : ジャッキ端から距離 z の対象としている断面での引張力

α : ジャッキ端から対象としている断面までの全角変化量

s : 部材端から対象としている断面までの P C 鋼線の長さ

さらに, $s = Z$ で $\mu\alpha + K \cdot s \ll 1$ ならば近似的に式(12)は以下のように表わせる。

$$Pz = P_0 (1 - \mu\alpha - K \cdot Z) \dots \dots \dots (13)$$

図-6 に示す P C 鋼線が曲線を描くように配置された梁において, 荷重ベクトル $\{F^I\}$ を求める手順を示す。

Prism I に作用する外力としては, P C 鋼線が内部を通る dl 区間のみを考えればよく, まず, 式(13)より対象とする断面での Pz を求め, 式(11)に代入し垂直応力 w の値を求める。次に, 式(6)および式(7)を用いて y ならびに z 方向の外力ベクトル $\{q^I\}$ を求め式(6)に代入して最終的に荷重ベクトルが求められることになる。

3. 数値解析結果および考察

解析精度は, メッシュ分割ならびに調和成分の項数という二つの異なった要因に依存している。メッシュ分割は解全体の精度に影響を及ぼし, 調和成分の項数は定着領域での応力の精度に影響を及ぼす。

調和成分の項数が解析精度に及ぼす影響を検討するために, 図-7 に示す単純支持された二本の P C 鋼線が曲線を描くように配置されたプレストレスト製コンクリート箱ゲタを 7 2 個の Prism に分割し, 調和成分の項数を变化させた数値実験を行った。図-8 は調和成分の項数を横軸にとり, $Z = \frac{1}{4} h$ の断面での引張応力 σ_y の最大値を縦軸にとったものである。図-8 より調和成分の項数を 2 1 項とした場合と 5 1 項にした場合の最大引張応力 σ_y の差はたかだか 2.14 % であり, 調和成分は 2 1 項とればよいことが明らかになった。

Gergeley により提案された P C 鋼線定着域での近似応力計算法と本解析手法との違いを検討するために, 図-7 に示す P C 鋼線が 2 本配置されたプレストレスト製コンクリート箱ゲタの応力解析を行なった。表-1 より明らかなように, $Z = \frac{1}{2} h$ の断面での本解析手法により求められた平均引張応力 $\bar{\sigma}_y$ は Gergeley の方法と比較すると 2 0 % 大きく, $Z = h$ の断面では逆に 287 % 小さくなっており, 二つの解析結果が非常に異なっていることが明らかになった。

表-1 P C 鋼線が 2 本の場合の定着領域での平均引張応力 $\bar{\sigma}_y$ (MPa)

Z (cm)	$\bar{\sigma}_y$ (摩擦無し)	$\bar{\sigma}_y$ (摩擦有り)	Gergeley's
$\frac{1}{4} h$	0.6947	0.6968	1.3605
$\frac{1}{2} h$	1.7025	1.7051	
$\frac{3}{4} h$	1.4875	1.4842	
h	0.3512	0.3471	

表-2 P C 鋼線が 2 本と 6 本の場合の定着領域での平均引張応力 $\bar{\sigma}_y$ (MPa)

Z (cm)	$\bar{\sigma}_y$ (PC=2本)	$\bar{\sigma}_y$ (PC=6本)	Gergeley's
$\frac{1}{4} h$	0.6947	0.6999	1.3605
$\frac{1}{2} h$	1.7025	1.4722	
$\frac{3}{4} h$	1.4875	1.1995	
h	0.3512	0.2681	

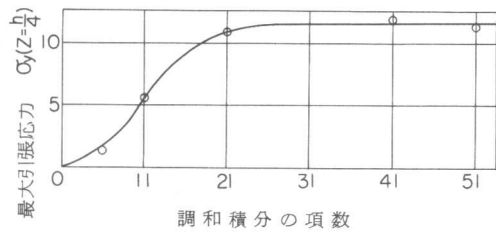


図-8 調和成分の項数による σ_y の収束性

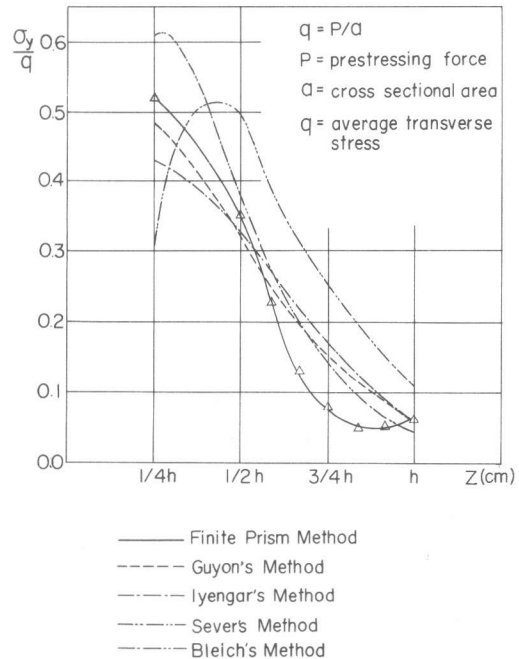


図-9 定着領域での各種応力算出法により得られた引張応力 σ_y の比較

図-9はP C鋼線定着領域での従来用いられて来た各種解析手法により求められた断面中心での引張応力 σ_y と本解析手法により求められた σ_y の値を比較したものである。本解析手法を用いて得られた σ_y の値と他の手法により得られた結果とを比較すると、Sieversの方法を用いて得られた σ_y の値の偏差が最も大きい。さらに、本解析手法も含めた他の解析手法でも、 $Z = \frac{1}{4} h$ の断面で引張応力 σ_y のピーク値が現われるのに対して、Sieversの方法では $Z = \frac{1}{2} h$ の断面で現われている。本解析手法により求められた $Z = \frac{1}{2} h$ の断面での引張応力 σ_y の値とSieversの方法により求められた値とを比較すると40%後者の値のほうが大きく、同様に、Bleichの方法では17%大きく、Guyonの方法では8.6%小さく、さらに、Iyengarの方法では17%小さくなっている。また、Bleichの方法で求めた引張応力 σ_y の値は本解析結果よりも常に大きくなっており、GuyonならびにIyengarの方法で求められた引張応力 σ_y の値は、本解析結果の値と比較すると $Z = \frac{1}{2} h$ までは本解析結果より小さいが、 $Z = \frac{1}{2} h$ 以降は逆に大きくなっており、しだいにBleichの計算結果に近づいていく。

これらの結果より、鉄筋量の最も多く必要とする断面は $Z = \frac{1}{4} h$ の断面であり、 $Z = \frac{1}{4} h$ から $Z = h$ までの間の断面では鉄筋量をしだいに減少させていけばよい。また、 $Z > h$ の断面では引張応力 σ_y の値がほぼ零に等しくなっており、これまでの定説の妥当性が確認された。

P C鋼線の本数の増加に伴う定着領域での引張応力 σ_y の変化を検討するために、図-7に示すP C鋼線が2本の場合と図-10に示す6本の場合の2つのケースについて解析した。表-2より明らかなように、P C鋼線が2本の場合と6本の場合の両ケースともに、 $Z = \frac{1}{2} h$ の断面で最大値が現われているが、P C鋼線が6本の場合にはP C鋼線2本の場合の値の58%しかなく、さらにピーク値が小さくなっている。

P C鋼線とまわりのコンクリートとの摩擦力が解析結果に及ぼす影響を調べるために、図-7に示すP C鋼線が2本の場合につき、摩擦力を考慮した解析と考慮しない解析を行ない、その結果を表-1に示した。表-1より明らかなように両解析結果にはほとんど差がないが、摩擦力の存在は引張応力を増大させる影響をもつようである。したがって、摩擦力の影響が非常に強いと考えられる場合には、設計時に十分な注意をする必要がある。

4. あとがき

プレストレストコンクリート製箱ゲタの定着領域における引張応力 σ_y の値をFinite Prism Methodを用いて解析的に求めたが、この種の構造物のひび割れを考える場合には熱応力の影響を無視できないので、今後熱応力も含めた定式化を行う予定である。

参考文献

- 1) Guyon, Y., Contraintes dans les Pieces Prismatiques Soumises a des Forces Appliquees sur leurs Bases, au Voisinage de ces Bases, Publication, International Association for Bridge and Structural Engineering v. 11, 1951, pp.165-226.
- 2) Iyengar K.T.S.R., Two-Dimensional Theories of Anchorage Zone Stresses in Post-Tensioned Prestressed Beam, Journal of the American Concrete Institute, October, 1962, Proc, vol.59, pp.1443-1446.
- 3) Sievers, H., Uber den Spannungszustand in Bereich der Ankerplatten von Spanngliedern vorgespannter Stahlbeton konstruktionen, Der Bauingenieur (Berlin), V. 31, 1956, pp.134-135.
- 4) Bleich, F., Der gerade stab mit Rechteck querschnitt als ebenes Problems, Der Bauingenieur (Berlin) No. 9, 1923, pp.225-259 and No. 10, 1923, pp.304-307.

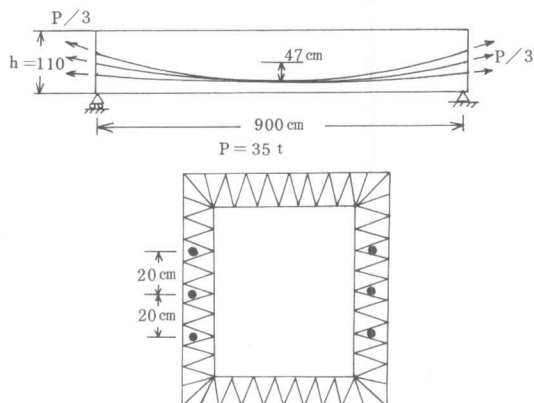


図-10 P C鋼線の配置と有限要素分割図