

[8] コンクリートのクリープ解析のための一モデル

正会員 ○上田正生（北海道大学工学部）

正会員 土橋由造（北海道大学工学部）

1はじめに

本報告は、コンクリートのクリープ歪を遅延弾性と流動クリープに分け、更にこの二成分を、共に載荷後の最初の1日に生ずる急速な変形歪と、その後の比較的緩慢な変形歪に再分離して取り扱うクリープ解析モデルを提案し、既往の実験結果及び解析値との比較を行つて、本解析法の妥当性の検討を試みたものである。本解析モデルでは、コンクリートのクリープ特性を表示するための基礎資料として、ドイツ、CEB-FIP、及び我が国の土木学会プレストレストコンクリート示方書にとり入れられているRüsch¹等の研究結果を採用しているので、モデル化のための手数のかかる煩雑な予備試験等は不要である。

2コンクリートのクリープ解析モデル

2-1 モデル化のための準備

コンクリートの力学性状は、使用セメントの種類、骨材の諸性状、或いは配合条件等の硬化以前の固有の性質だけでなく、打設後の環境状態にも大きく左右される。従つて、モデル化に當つては、コンクリートのクリープ現象そのものを、より正しく認識することが必要となる。Rüsch等は、使用荷重下 ($\sigma \leq 0.5F_c$, F_c : 円柱圧縮強度) にあるコンクリートのクリープに関する過去の研究成果を詳細に検討し、クリープ歪 ϵ_c は、可逆性の遅延弾性歪 ϵ_y と、不可逆性の流動クリープ歪 ϵ_f の二つに大別することが出来、流動クリープ歪 ϵ_f は、更に載荷後の最初の1日に生ずる急速初期変形 ϵ_{fa} と、コンクリートの乾燥とは無関係の基本流動クリープ ϵ_{fb} 及び乾燥流動 ϵ_{fd} の3種類の成分に分類できることを示した。(1)式はこの関係を表式化したものである。

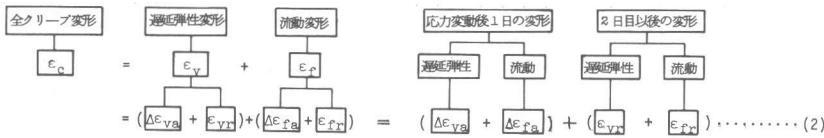
$$\boxed{\text{全クリープ変形}} = \boxed{\text{遅延弾性}} + \boxed{\text{流動}} = \boxed{\epsilon_y} + \boxed{\epsilon_f} = \boxed{\epsilon_y} + \boxed{\epsilon_{fa} + \epsilon_{fb} + \epsilon_{fd}} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

従つて、理想的なコンクリートのクリープ解析を行なおうとするならば、上述の四つのクリープ成分 ϵ_y , ϵ_{fa} , ϵ_{fb} , ϵ_{fd} を考慮したモデルを確立することが必要であるが、これら全てを含めたモデル化を行うためには、現在、未だ実験データの蓄積が充分ではないようである。現時点において可能と思われる最良の方法は、公表されている適用性の優れた資料に基づく解析モデルを設定することである。

2-2 クリープ解析モデル

ここに提案するクリープ解析モデルは、常温状態における使用荷重下のコンクリートを対象としたstep by step 解析法を目的とするものであり、且つまた、より複雑で大規模な構造物への適用を可能にするため、出来る限りの少ない情報で、変動応力下のコンクリートのクリープ挙動を表示することを意図したものである。

(1) モデルの基本型： 下に示すように、クリープを遅延弾性と流動変形に分け、且つこの両者を応力変動後の最初の1日に生ずる変形分と、2日目以後に起こる残余の変形成分に分離して取り扱うモデルを基本型とする。



ここで、このモデルの各成分を Rüsch 等の資料に基づいてモデル化する。

(2) 遅延弾性変形 ($\epsilon_y = \Delta\epsilon_{ya} + \epsilon_{yr}$) : 可逆性の現象である遅延弾性変形を表示するには、直列の Kelvin 固体要素が最も適している。次に問題となるのは、Kelvin 要素を何個使用するかということである。数値解析上の立場からすれば、その数は少ない方が望ましいことは自明のことである。事実、既往の研究の多くは、1 個の Kelvin

要素で表示しているが、Illston⁴も指摘しているように、この現象を单一の要素で表現することは困難である。勿論、Kelvin要素を何個必要とするかは、個々のコンクリートの遅延弾性曲線の性質によるが、この曲線を精度よくシミュレートするためには、最低3個程度を使用する必要がある。然し、ここでモデル化したように、この変形成分 ϵ_{yr} から、1日分の変形 $\Delta\epsilon_{va}$ を分離して瞬時弾性と同様に取り扱うことにより、残余の変形 ϵ_{vr} はKelvin要素2個で精度よく表示することが可能となる。Rüsch等は、過去の数多くの実験結果を整理し直し、時間無限大での遅延弾性歪量を瞬時弾性歪 ϵ_e の0.4倍に取り、任意の載荷材令 t_m における歪 ϵ_y を、経時変化を考慮するための係数 K_y を用いて次式で表示し、 $K_y(0 \leq K_y \leq 1)$ の値を図と表の型で与えた。

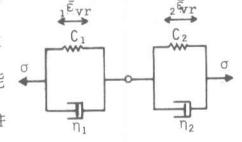


図1 直列2個Kelvin固体要素

$$\epsilon_y = \epsilon_{yo} \cdot K_y = 0.4 \cdot \epsilon_e \cdot K_y \quad \dots \dots \dots (3)$$

この関係を本モデルで表示すると下式となる。

$$\epsilon_y = \Delta\epsilon_{va} + \epsilon_{vr} = 0.4 \cdot \epsilon_e (\Delta K_{va} + K_{vr}) \quad \dots \dots \dots (4)$$

但し、 ΔK_{va} ：応力変動後の1日間の変形歪 $\Delta\epsilon_{va}$ に対応する定数で、 $\Delta K_{va}=0.28$ と置くことが出来る。 K_{vr} ： ϵ_{vr} に対する対応する係数であり、載荷材令と共に、0～0.72の間で変化する。 ϵ_e ：材令28日の弾性係数 E_{28} に対する瞬時弾性変形。

(4)式中の K_{vr} を表示するために、図1に示す2個のKelvin要素を採用すると、 K_{vr} は次式で表わすことが出来る。

$$K_{vr} = \sum_{i=1}^2 A_i (1 - e^{-\lambda_i t}) \quad \dots \dots \dots (5)$$

但し、 t ：2日目以後の歪 ϵ_{vr} のための載荷材令で、真の材令を t_i とすると、 $t = t_i - 1$ となる。 A_i, λ_i ：Kelvin要素を規定する定数で、これを、図1の記号と対応させると、 $A_i = 1/c_i$, $\lambda_i = c_i/\eta_i$ となる。

このKelvin要素のための係数 A_i, λ_i は、(4)式の($\Delta K_{va}+K_{vr}$)を K_y のための図表と対応させシミュレートすることにより決定することが出来る。表1に、求めた係数 A_i, λ_i の値を掲げた。図2は、これらの係数を用い、($\Delta K_{va}+K_{vr}$)で表示した値が、 K_y の真値とどの程度近似するかを示したものであるが、両者には可成りよい一致が認められる。

(3) 急速初期変形($\Delta\epsilon_{fa}$)：既往の解析モデルでは、応力増加後の最初の1日間に生ずる急速初期変形 $\Delta\epsilon_{fa}$ を導入した手法は、見当らぬようであるが、本モデルではこれを考慮することにする。この流動成分 $\Delta\epsilon_{fa}$ は、載荷時のコンクリートの材令の若い場合には特に重要なとなる。Rüsch等は既往の実験結果に基づき、この $\Delta\epsilon_{fa}$ を材令 t_m の時の角柱圧縮強度 F_{wtm} と、28日強度 F_{w28} との比 $R_{tm}(=F_{wtm}/F_{w28})$ を用いて次式で表示し得ることを示した。

$$\Delta\epsilon_{fa} = 0.8 \frac{\sigma}{E_{tm}} (1 - R_{tm} \cdot R_\infty) \quad \dots \dots \dots (6)$$

但し、 E_{tm} ：材令 t_m の時の弾性係数、 R_∞ ：使用セメントの種類によつて異なる定数で、普通セメントで $R_\infty=0.69$ 、早強セメントでは $R_\infty=0.785$ 更に、超早強セメントの場合は $R_\infty=0.835$ の各値を取る。

Rüschは、(6)式中の強度比 R_{tm} と、材令 t_m の関係を図示化した曲線の型で呈示しているので、この曲線を $R_{tm}=\text{f}_a(t_m)$ の型の、何らかの関数でシミュレートすることにより、解析に取り入れることが可能となる。 $f_a(t_m)$ の関数型として何を選ぶかは任意であるが、ここでは次式を用いる。

$$R_{tm} = f_a(t_m) = \sum_{i=1}^3 A_i (1 - e^{-\lambda_i t_m}) \quad \dots \dots \dots (7)$$

この(7)式の型は、3 Kelvin要素の関係式と同形であるが、この式は単なるシミュレート曲線であつて、式自体には

セメントの種類	A_1	A_2	A_3	λ_1	λ_2	λ_3
普通	0.7760	0.5240	0.1500	0.1900	0.0194	0.00145
早強	0.8100	0.3650	0.0950	0.2600	0.0260	0.00160
超早強	0.8130	0.3220	0.0650	0.3800	0.02986	0.00260

何ら物理的な意味も含まれていない。表2に、Rüsch等の R_{tm} のデータを基にして決定した係数 A_i, λ_i の値を、また、図3には、これらの値を用い、(7)式で求めた R_{tm} の計算値と真値を比較して掲げたが、両者は満足すべき精度で近似しているものと考える。

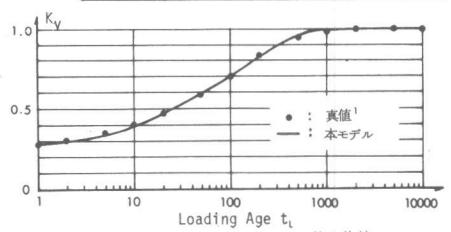
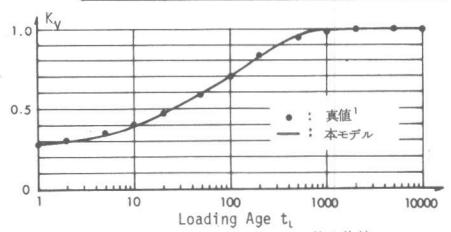


図2 K_y の真値とシミュレート値の比較

次に、この急速初期変形歪 $\Delta\varepsilon_{fa}$ を、本解析モデルに矛盾なく採り入れるため、過去に受けた最大荷重履歴を表わす急速初期変形ボテンシアル σ_{fa} なる概念を導入する。このボテンシアル σ_{fa} は、繰り返し荷重を受ける場合の $\Delta\varepsilon_{fa}$ の重複評価を避けるために導入したもので、弾・塑性理論における、歪硬化材料のための塑性ボテンシアルに対応するものである。従つて、応力変動時には、この時点の応力 σ と σ_{fa} の比較を行い、 σ が σ_{fa} より大きい場合にのみ、 $\Delta\varepsilon_{fa}$ の効果を算入することになる。

(4) 応力変動後 2 日目以後の流動変形成分 (ε_{fr}) : この流動成分 ε_{fr} は、主としてコンクリートの材令、湿度環境、及び部材寸法に左右されることが知られている。ここでは、この ε_{fr} を算定するためのクリープ率が、材令 t_m に従属するものと見做し、次の型の支配法則を仮定する。

$$\frac{d\varepsilon_{fr}}{dt_m} = \frac{\sigma}{E} \cdot \phi_{fr}(H_r) \cdot \frac{dc_{fr}}{dt_m} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

但し、 E : 弾性係数、 $d\varepsilon_{fr}/dt_m$: 材令 t_m の時のクリープ率、 H_r : 材令 t_m の時の相対湿度 (%)、 $\phi_{fr}(H_r)$: 相対湿度の影響を考慮するための係数、 dc_{fr}/dt_m : 材令 t_m の単位クリープ率、 c_{fr} : 単位クリープ曲線で、使用セメントの種類、及び部材寸法の大きさにより異なる。

従つて、材令 t_m を時間軸にとれば、時刻 t_1 から t_2 までの間に作用した一定応力 σ によるこの間の流動歪 ε_{fr} は、次式から求められる。

$$\varepsilon_{fr} = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\sigma}{E} \cdot \phi_{fr}(H_r) \frac{dc_{fr}}{dt_m} \right] dt_m \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

次に、ドイツを始め各国のプレストレストコンクリート指針に採用されている、Rüsch 等による流動クリープ推定のための係数 K_f と ϕ_{f0} を用いて、(8)式に相応する流動歪 ε_f を求めるとき式となる。¹

$$\varepsilon_f = \frac{\sigma}{E_{28}} \phi_{f0} (K_f \cdot t_i^1 - K_f \cdot t_i^2) \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

但し、 E_{28} : 材令 28 日の弾性係数、 ϕ_{f0} : 大気の平均相対湿度によつて異なる基本流動係数、 $K_f \cdot t_i^j$: 流動変形の経時変化を表示するための、係数 K_f の、真の材令 t_i にに対する有効(修正)材令 t_i^j の値、 t_i^j : 真の材令 t_i を用いて、通常は $t_i^j = k_z t_i$ で求められる有効材令、 k_z は使用セメントの硬化速度を考慮するための係数で、普通、早強、超早強の順に、それぞれ $k_z = 1, 2, 3$ の各値を取る。¹

(8)、(9)式中の ϕ_{fr} と c_{fr} は、(10)式の ϕ_{f0} と K_f に対応させて考えることが出来るが、それ以前に、 ϕ_{f0} と K_f を数値解析に便利な型でシミュレートする必要がある。

a. [ϕ_{f0} のシミュレーション]: 文献¹には、40~100 % の間の 8 段階の相対湿度 H_r に対する ϕ_{f0} の基準値が与えられている。この両者の関係を最小 2 乗法により、線型で表示すると次式を得る。

$$\phi_{f0} = 4.528 - 0.0363 H_r \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

b. [K_f のシミュレーション]: 同文献¹には、6 種の有効部材厚 d_w に対する K_f と有効材令 d_w の関係が与えられている。これらの関係を(7)式と同型の式でシミュレートすると、表 3 に一覧した K_f のための係数 A_i , λ_i の値を得る。これらの各値は、有効部材厚に関して連続性を保持するように、文献 5 の 2 Kelvin 要素のための近似決定法を拡

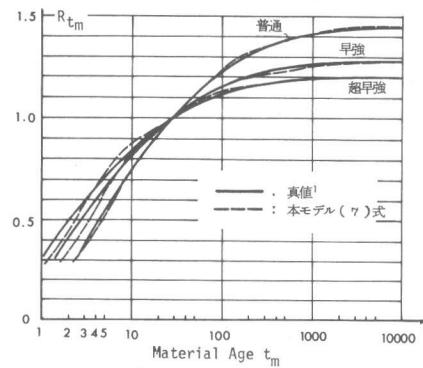


図 3 R_{tm} の真値とシミュレート値の比較

表 3 流動クリープ係数 K_f のための係数 A_i と λ_i の値

d_w	A_1	A_2	A_3	λ_1	$\lambda_2 \times 10^3$	$\lambda_3 \times 10^3$
5	0.5510	0.8490	0.4500	0.1520	0.1250	0.1000
10	0.5020	0.7360	0.4620	0.1545	0.1000	0.0864
20	0.4580	0.6040	0.4880	0.1590	0.0836	0.0720
40	0.4120	0.4510	0.5370	0.1685	0.0710	0.0550
80	0.3433	0.3057	0.6000	0.1925	0.0560	0.0450
160	0.2753	0.2190	0.6257	0.2225	0.0418	0.0400

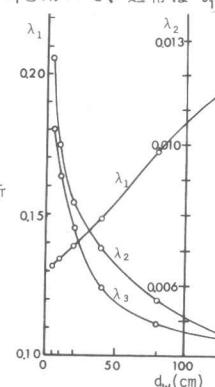


図 5 K_f のための係数 λ_i と有効部材厚 d_w との関係

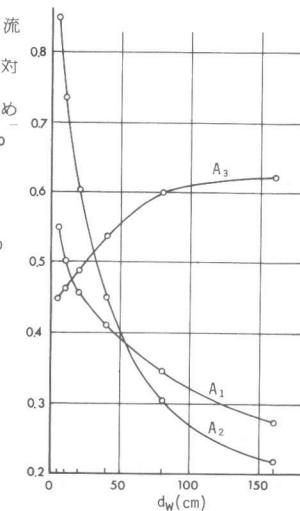


図 4 K_f のための係数 A_i と有効部材厚 d_w との関係

張した手法を用い試行により求めたものであるが、図4、5に掲げたように、各係数は良好な連続性を持つていて、任意の d_w ($5 \leq d_w \leq 160$ cm) に対する K_f の値を計算することが可能である。図6にシミュレートした K_f の計算値と真値を比較して示した。

c. [ϕ_{fr} と C_{fr} の決定]：前掲の(2)式中の定義($\epsilon_f = \Delta\epsilon_{fa} + \epsilon_{fr}$)からも知り得るよう、 ϕ_{fr} と C_{fr} は ϵ_{fr} に、また、(11)、(12)式で表示した ϕ_{f0} と K_f は ϵ_f に、それぞれ関係する量である。従つて、 $C_{fr} = K_f$ と置くことが出来るが、 ϵ_{fr} のための ϕ_{fr} を求めるためには、 ϵ_f に関する ϕ_{f0} の値から、急速初期変形 $\Delta\epsilon_{fa}$ の効果に相当する ϕ_{fa} を除去する必要がある。従つて、 K_f の最大値を $K_{f\infty}$ と置くと、 ϕ_{fr} は次式で決定することが出来る。

$$\phi_{fr} = (\phi_{f0} K_{f\infty} - \phi_{fa}) / K_{f\infty} \quad \dots \dots \dots (12)$$

ここに、 ϕ_{fa} は材令と共に変化する値で、 $\Delta\epsilon_{fa} = \phi_{fa} \cdot \sigma / E_{28}$ とおくと、(6)式との関係から $\phi_{fa} = 0.8 (E_{28} / E_{tm}) \cdot (1 - R_{tm} \cdot R_{\infty})$ が得られる。

d. [弾性係数 E と E_{tm} の評価]：(8)、(9)式中の弾性係数 E は、(10)式との対応により、 $E = E_{28}$ と置く必要がある。また、材令 t_m 時の弾性係数 E_{tm} は、(7)式の R_{tm} と E_{28} を用いて、 $E_{tm} = E_{28} \sqrt{R_{tm}}$ から求め得る。

3 数値計算例

本解析モデルの適合性を調べるために、Ross³の早強ポルトランドセメントを用いたクリープ実験との比較を試みる。この実験は直径4 1/8インチ、長さ12インチの円柱供試体によるもので、試験時の環境は、気温17°C、湿度93%の一定条件である。図7と8に、2種の変動応力下にあるコンクリートのクリープ実験結果とRoss自身の重ね合せ法による解、及び本解析値を対比して掲げた。又、図7には、参考のためドイツのプレストレストコンクリート指針²に従つて計算した値も併記した。両図によれば、本解析値は実験曲線全般を可成りよく表現しており、本手法が満足すべき適合性を有していることを知り得る。

4 結 言

本報告では、コンクリートのクリープ歪を、遅延弾性と流動クリープに分け、更にこの2成分を、共に最初の第1日に生ずる変形と、2日目以後の残余の変形に再分離して取り扱うクリープ解析モデルを提案し、既往の実験結果との比較により、本解析法が変動応力下のコンクリートのクリープ挙動を予測するための有効な手法であることを明らかにした。

[参考文献]

- 1) 百島裕信H・Rusch, D・Jungwirth著「コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮」鹿島出版会 1977
- 2) Beton Karelender 1973, Berlin:Ernst & Sohn 1973,
- 3) Ross ,A.D.[Creep of Concrete under Variable Stress], ACI Journal, Mar.1958, 4) Illston,J.N,[Components of Creep in Mature Concrete], ACI Journal, Mar., 1968 5) 塩屋繁松, 川脇重也, 高山誠, 秋山宏, 金井利利「有限要素法を用いた原子炉圧力容器のクリープ解析」コンクリート工学 Vol.12, NO.6, June 1974, 6) Zienkiewicz,O.C, Watson,M, King,I.P,[A Numerical Method of Visco-elastic Stress Analysis], Int.J.Mech. Sci.Pergamon Press,Vol.10 1968, 7) 柴田拓二「コンクリートのクリープ(鉄筋コンクリート終局強度設計に関する資料ーシリーズ4, 5)」建築雑誌 Vol.94, NO.1149, 1150, 1979.

