

## [106] 塑性変形を考慮したRC骨組の極値設計

正会員 小阪 義夫(名古屋大学工学部)

正会員 ○今井 信宏(名古屋大学工学部)

## 1. まえがき

慣用の構造設計を行う場合、一連の設計手順は試行錯誤的に進められ、構造設計の巧拙は設計者個々の経験および能力に大きく左右される。このような設計手順の反省から、ここ数十年來、電子計算機の発達も相まって、種々の数理計画法を用いた極値設計いわゆる最適設計法が注目されている。

最適設計に関する研究は、建築構造物の場合、鋼構造物については既に数多くの研究が行われ、多くの有用な結果が得られている。しかし、鉄筋コンクリート(以下RCと略記)構造物の場合には、部材がコンクリートと鉄筋から成る複合材であるうえ、部材のひび割れ幅制限や塑性ヒンジの回転限界ならびに部材の終局に至るまでの変形挙動等の数学的モデルの設定の困難さなどのため最適設計に関する研究は、それ程多く行われていない。また、RC構造物のこれらに関する研究の殆んどは、弾性解析結果に基づいて設計を行っているが、RC構造物は比較的低荷重の段階からひび割れの発生、進展に伴う部材の剛性低下を生じ、その変形性状は完全な弾性挙動を示さなくなる。このため、より合理的な設計を行うには塑性変形挙動を考慮に入れた設計法が必要となる。

本論文は以上のような観点から、RC架構特有の塑性層間変位挙動を考慮したRC骨組の最適設計のための解析法について述べ、考察を加えたものである。なお、RC骨組の最適設計のための基本仮定および解析法ならびに数値計算上の取り扱いについては、ここでは概要のみを示すに留める。詳しくは既報<sup>1)</sup>を参照されたい。

## 2. 最適化計算および定式化

断面設計は終局強度設計法によるものとし、建築学会規準<sup>2)</sup>およびACI基準318-71<sup>3)</sup>に準じて設計を行う。

**2.1 最適化計算** 最適化計算においては、設計変数  $x$ 、制約条件  $g(x)$ 、目的関数  $f(x)$  を数学的にモデル化し、制約条件のもとに目的関数を最小にする設計変数を求めることになる。この問題を解く数理計画法としてSUMTを用いるものとし、SUMT変換法として以下に示す内部罰金関数法を用いる。

$$P(x, r_k) = f(x) + r_k \sum_{j=1}^m s_j \cdot g_j(x)^{-1} \quad (1) \quad \text{ここに、 } r_k: \text{摂動パラメーター } (0 < r_{k+1} < r_k, r_{k+1} = r_k / c, c > 1)$$

$s_j$ : スケーリング係数       $m$ : 制約条件の総数

(1)式を解く手法として、降下法の一つであるDavidon-Fletcher-Powell法を用いる。

**2.2 設計変数** 設計変数は、RC骨組各層における梁せい  $h_b$ 、柱断面寸法  $D \times D$ 、および引張主筋断面積  $a_s$  とする。

**2.3 荷重状態** 荷重状態として  $\lambda_v(G+P)$  ただし  $\lambda_v = 1.55$  ならびに  $(G+P) + (\text{地震荷重})$  の2つを設定した。なお、地震時の水平力分布は、新耐震設計法(案)<sup>4)</sup>によるものとし、設計におけるベースシャ係数  $C_B$  は0.3とした。

**2.4 制約条件** 実用上の見地にに基づき以下の如く制約条件を設定し解析を行った。

$$1) \text{ 強度制約条件} \quad \phi_b M_u / M \geq 0 \quad (2) \quad M_u = 0.9 a_{sb} f_y d \quad (3)$$

$$|M| / 0.8 a_{sc} f_y D - 5(1 - N / F_c D^2) N / 8 a_{sc} f_y \leq \phi_c \quad (4) \quad \text{ここに、 } a_{sb}: \text{梁引張鉄筋断面積}$$

$a_{sc}$ : 柱引張鉄筋断面積     $F_c$ : コンクリート設計基準強度     $f_y$ : 引張鉄筋降伏点強度     $d$ : 梁有効せい     $M$ : 梁においては各危険断面における設計モーメント、柱においては柱頭、柱脚部のうち大きい方の設計モーメント

$N$ : 柱軸力     $\phi_b$ : 低減係数 (ACI基準318-71に基づき  $\phi_b = 0.9$  とする)     $\phi_c$ : 低減係数 ( $\phi_c = 0.7$ )

$$2) \text{ 断面寸法制約条件} \quad b \leq h_b \leq 2 \ell / 5 \quad (5) \quad \ell / 15 \leq D \leq (h - h_b) / 3 \quad (6)$$

$$D_i \geq D_{i+1} \quad i = 1, \dots, N_{s-1} \quad (7) \quad \text{ここに、 } b: \text{梁幅} \quad h: \text{階高} \quad \ell: \text{スパン長} \quad N_s: \text{層数}$$

3) 梁鉄筋比 ( $p_{tb}$ ), 柱鉄筋比 ( $p_{tc}$ ), 帯筋比 ( $p_w$ ) 制約条件

$$0.004 \leq p_{tb} \leq p_{tbu} \quad (8) \quad 0.004 \leq p_{tc} \leq p_{tcu} \quad (9) \quad 0.002 \leq p_w \leq p_{wu} \quad (10)$$

ここに,  $p_{tbu}$ : 梁限界鉄筋比  $p_{tcu}$ : 柱限界鉄筋比  $p_{wu}$ : 限界帯筋比

4) 柱軸方向応力度制約条件  $N/D^2 \leq 0.3 F_c$  (11) ここに,  $N$ : 短期軸方向力

5) 節点梁降伏先行形制約条件  $\Sigma M_{yc} \geq \beta \Sigma M_{yb}$  (12)

ここに,  $M_{yb}$ : 梁降伏曲げモーメント  $M_{yc}$ : 柱降伏曲げモーメント  $\beta$ : 係数 (=1.2)

6) 保有層せん断力制約条件  $Q_{Bi} \geq Q_i$  (13)

ここに,  $Q_{Bi}$ :  $i$  層保有層せん断力  $Q_i$ :  $i$  層設計せん断力

7) 塑性層間変位制約条件  $|\delta_{pi}| \leq d_i \quad i=1, \dots, N_s$  (14)

ここに,  $\delta_{pi}$ :  $i$  層塑性層間変位  $d_i$ :  $i$  層許容層間変位

**2.5 目的関数** RC骨組の場合, 目的関数としては, 骨組を構成するコンクリートと鉄筋の合計コストおよび重量の二つが考えられる。目的関数  $f(x)$  を一般表示すると次式で表わされる。

$$f(x) = W_c + \alpha W_s \quad (15) \quad \text{ここに, } W_c: \text{コンクリート重量} \quad W_s: \text{鉄筋重量}$$

$\alpha$  の値としては, 目的関数が重量の場合は  $\alpha = 1$ , コストの場合は,  $\alpha = (C_s \rho_s) / (C_c \rho_c)$  となる。ここに,  $C_c, C_s$  は単位体積当りのコンクリート, 鉄筋の材料費,  $\rho_c, \rho_s$  はコンクリート, 鉄筋の比重である。

### 3 耐震設計の概要

最適化計算は, 既報<sup>1)</sup>で述べた手法を用いて(1)式から(13)式の各制約条件のもとに骨組を設計した後, (14)式により塑性層間変位の検定を行う。検定を満足しない時には, 後述する方法により部材断面寸法を変更して設計を続けた。以下, ひび割れ発生による部材の剛性低下を考慮した塑性層間変位の算定法について簡単に説明する。

**3.1 塑性層間変位の算定** 塑性層間変位の算定に際しては, 梁, 柱の材端モーメント  $M$  - 材端回転角  $\theta$  関係を図1のように仮定し, 各部材が曲げ降伏するものとする。つぎに, 骨組がせん断系であると仮定し, 各柱のせん断力  $Q$  と層間変位  $\delta$  の関係を図2のように仮定する。骨組の塑性層間変位は, 所定の層の各柱の復元力特性を合成した層としての見掛けの復元力特性を用いて求めることができる。本研究では, 各層の復元力特性を, 図2と同様, Tri-Linear型とした。したがって, 塑性層間変位は, 図1, 図2に示した諸パラメーターが定めれば決定できる。以下, これらのパラメーターについて簡単に述べる。

1) ひび割れモーメント  $M_c$   $M_c = 2\sqrt{F_c} Z + ND/6$  (16) ここに,  $Z$ : 鉄筋を無視したコンクリート全断面の断面係数 (なお, 梁はT型梁として扱い, スラブの有効幅を考慮して求める)

2) 降伏曲げモーメント  $M_y$

$$\text{梁 } M_{yb} = 0.9 a_{tb} f_y d \quad (17)$$

$$\text{柱 } M_{yc} = 0.8 a_{tc} f_y D + 0.5 ND (1 - N/F_c D^2) \quad (18)$$

3) 剛性低下率  $\alpha_y$

$$\alpha_y = (0.043 + 1.64 n p_t + 0.043 a/D + 0.33 \eta_0) (d/D)^2 \quad (19)$$

ここに,  $n$ : ヤング係数比  $a$ : 内法長さ/2

$$\eta_0: N/F_c D^2$$

4) 柱のひび割れせん断力  $Q_c$

各柱の  $Q_c$  は, 柱の柱頭, 柱脚およびこれらに連なる梁端のひび割れせん断力を弾性的に予測し, それらの平均値を  $Q_c$  とした。

5) 柱の降伏せん断力  $Q_y$

各柱の  $Q_y$  は, 各部材の降伏モーメントの値に基づ

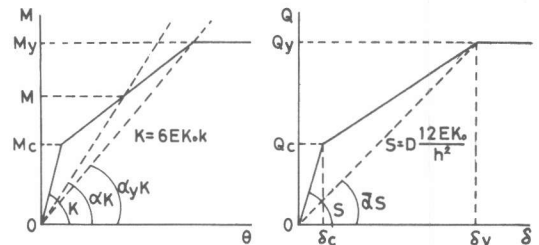


図1 はり柱のM-θ関係

図2 各柱のQ-δ関係

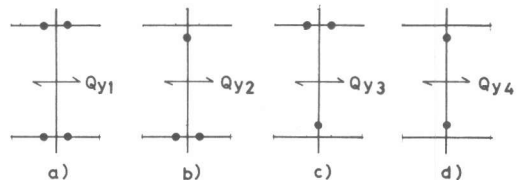


図3 崩壊形パターン

き荷重分布を定め、弾塑性解析等により求めるべきであるが、略算的に図3に示すような4つの柱の崩壊パターンを仮定し、これらの崩壊パターンにより定まるせん断力のうち最も小さい値を $Q_y$ とした。

$$Q_y = \min.(Q_{y1}, Q_{y2}, Q_{y3}, Q_{y4}) \quad (20)$$

なお、梁降伏型の節点におけるモーメントの分配は、上下の柱に半分ずつ分配するものとする。

#### 6) 柱の降伏時変形 $\delta_y$

各柱の $\delta_y$ は、骨組降伏時における梁、柱材端応力状態に基づいて塑性剛比 $k' = \alpha k$  ( $k$ は弾性剛比)を求めD値法により算定する。ここに、 $\alpha$ は骨組降伏時における部材の剛性低下率である。柱については部材両端において $\alpha$ の値が異なる場合があり得るため $k' = (\alpha_1 + \alpha_2)kc/2$ とし、梁の場合は、柱の節点側の $\alpha$ を用いる。

#### 7) 層の復元力特性 以下の如く定める。

$$S \text{ 層} = \sum S \text{ 柱} \quad (21) \quad Q_c \text{ 層} = S \text{ 層} \text{ aver. } \delta_c \text{ 柱} \quad (22)$$

$$Q_y \text{ 層} = \sum Q_y \text{ 柱} \quad (23) \quad Q_y \text{ 層} = \text{aver. } \delta_y \text{ 柱} \quad (24)$$

以上の詳細については、文献5を参照されたい。

### 4. 解析例および考察

#### 4.1 解析方法

ここでは最小重量設計を行った。解析に用いた骨組の形状および設計変数を図4に示す。各層の設計用床荷重は、常時 $560 \text{ kg/m}^2$ 、地震時 $460 \text{ kg/m}^2$  (但し、自重を除く)とし、図5に示す斜線部の荷重を負担するものとする。解析にあたっては、梁幅 $b$ 、 $f_y = 3 \text{ t/cm}^2$ 、 $F_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ 、せん断補強筋降伏強度 $wf_t = 2.4 \text{ t/cm}^2$ は前もって与えておく。また、 $P_{tbu}$ 、 $P_{tcu}$ 、 $P_{wu}$ はそれぞれ1.2%、1%、1.2%とした。解析例として許容層間変位を $h/150$ とした場合 (Case 1) および $h/100$ とした場合 (Case 2) について行った。なお、最適化計算において、

$\delta_p$ が許容値を超える場合は、梁、柱寸法をそれぞれ単位量だけ増加させた時の弾性層間変位の増分をD値法により求め、この増分の比に応じて梁、柱断面を増加させた。また、保有耐力が不足する場合は、層の上下の梁の材端鉄筋比を増加させることにより、梁降伏先行形制約条件が犯された時は、節点上下の柱の鉄筋比を増加させることにより改善した。

#### 4.2 解析結果ならびに考察

図6、図8に解析結果を、図7、図9に水平力が左側より作用した場合の梁、柱の降伏モーメントの値をCase 1、Case 2それぞれについて示す。また、表1、表2に各層の復元力特性および設計せん断力 $Q$ ならびに $\delta_p$ の値を示す。解析結果をみれば、Case 1の場合、梁断面寸法は梁限界鉄筋比により、柱寸法は最下階を除いて層間変位制限により決定していることが分る。Case 2の場合は、梁断面寸法は梁限界鉄筋比ならびに最上階、最下階を除いて保有層せん断力条件により、また柱寸法は、最小寸法、層間変位制限、柱限界鉄筋比等、部位別に夫々異なった制約条件により決定していることが分る。いずれにしてもこの種の構造設計

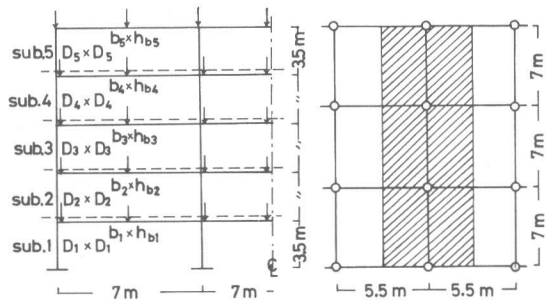


図4 骨組の形状

図5 解析モデル

$P_t = 114$	0.4	1.2	1.15	0.4
$b \times h_b$	0.4	0.98	0.4	0.4
$30 \times 57$	$R_1 = 0.78$		0.78	
$D \times D$	$R_2 = 0.2$		0.25	
$51.2 \times 51.2$	1.2	0.4	0.98	0.99
$30 \times 85$	0.65	0.45	0.53	0.48
$63.2 \times 63.2$	0.4		0.67	0.49
	0.2		0.26	
	1.2	0.4	1.01	1.02
$35 \times 89$	0.78		0.66	0.6
$66.2 \times 66.2$	0.42		0.6	0.44
	0.2			
	1.2	0.4	1.02	1.0
$35 \times 96.9$	0.85		0.71	0.64
$70 \times 70$	0.4		0.57	0.55
	0.26			
	1.2	0.4	1.08	0.99
$40 \times 89.6$	0.89		0.71	0.61
$70 \times 70$	0.79		0.41	0.31
	0.4			

図6 解析結果 (Case 1)

$M_y = 25.6$	24.6	24.3	
8.5	8.5	8.5	
27.5	31.6	31.3	29.4
	46.6	47.0	55.5
31.0	22.9	25.1	
29.3	57.2	56.2	37.5
	61.2	61.6	72.7
47.0	36.4	40.0	
35.7	68.1	66.3	52.4
	73.5	71.5	86.2
60.9	45.9	51.1	
40.0	84.7	81.6	67.8
	75.9	69.5	84.2
62.6	42.7	49.8	
72.8	80.1	75.7	109.9

図7 My の値 (Case 1)

	1.11	0.4	1.2	1.16	0.4
$30 \times 55$	0.4	1.07	0.4	0.4	0.91
$46.7 \times 46.7$	0.94		0.89		0.28
	0.2				
	1.2	0.4	0.99	1.0	0.4
$30 \times 81.2$	0.67	0.5	0.5	0.47	0.47
$54.6 \times 54.6$	0.65		1.0		
	0.2		0.45		
	1.2	0.4	0.98	0.98	0.4
$35 \times 83.8$	0.75	0.42	0.59	0.52	
$57.7 \times 57.7$	0.51		0.75		
	0.21		0.51		
	1.2	0.4	1.0	0.95	0.4
$35 \times 92.4$	0.85		0.65	0.57	
$58.1 \times 58.1$	0.59		0.96		
	0.43		0.83		
	1.2	0.4	1.06	0.92	0.4
$40 \times 84.7$	0.91		0.64	0.5	
$58.8 \times 58.8$	1.0		0.5		
	0.5		0.41		

図8 解析結果 (Case 2)

	23.8	23.0	22.0	
7.9	7.9	7.9		
25.2	27.5	27.3	26.7	
	43.0	43.5	51.8	
29.1	20.4	21.8		
30.0	52.3	51.5	35.8	
	52.7	52.8	63.7	
40.2	28.2	31.6		
29.8	56.2	54.7	41.5	
	65.1	62.1	78.2	
55.7	37.0	42.6		
34.6	73.8	71.4	52.8	
	66.5	57.9	75.4	
57.4	31.2	40.0		
55.8	59.7	56.2	80.3	

図9 My の値 (Case 2)

の際には、層間変位条件が重要な役割を果たしている。このことから許容層間変位の設定は、十分に慎重な配慮が必要と思われる。

つぎに、設計された骨組の耐震性を、地震応答解析および弾塑性解析により検討する。地震応答解析においては、骨組を曲げせん断系モデル(SBモデル)<sup>6)</sup>に置換し、せん断バネは表1、表2に示した復元力特性を持つD-Tri型とした。解析は中間加速度法にて行い、減衰は減衰定数2%の内部減衰とした。地震波としては、TAF-T EW 1952, 八戸 EW 1968の2波を最大加速度300galにとって適用した。表3、表4に最大応答層間変位 $\delta_{max}$ および塑性率 $\mu$ ならびに弾性固有周期Tの値をそれぞれのCaseについて示す。表3、表4よりCase1の場合、各層は降伏に達しておらず、Case2の場合は、下層部は降伏しているが、その塑性率は小さく十分な耐震性能を有していると言える。

図10、図11に、Saafan,Argyrisの方法<sup>7)</sup>による弾塑性解析結果を、水平力P-層間変位関係および塑性ヒンジ発生位置および塑性ヒンジ発生時のPの値について示す。図10、11によると、Case1の場合は保有耐力、層間変位とも十分設計条件を満たしているが、Case2の場合保有耐力は許容範囲内に収まっているが、層間変位は、2.3.4層において設計条件を超えており問題が残る。上記の点を総合すると、Case1の場合はやや過設計であり、Case2の場合は、下層部の変形性能に一部疑問が残るが耐震的にはほぼ満足のいく設計と言える。

以上、塑性変形を考慮したRC骨組の最適設計のための解析法ならびに解析例について示したが、本論で取扱った規模のRC骨組に関する限り、その構造設計には塑性層間変位、保有耐力制約条件が断面決定に大きく関与していることが分かった。これらの制約条件の取扱いには十分な配慮および検討が必要であろう。

〔参考文献〕 1) 小阪・今井, "鉄筋コンクリート骨組の最適設計に関する研究—(その1)最適化計算法および多層多スパン骨組への適用", 日本建築学会論文報告集, 第290号, 1980 2) 日本建築学会:鉄筋コンクリート構造設計規準, 同解説, 1971 3) ACI Standard 318-71, "Building Code Requirement for Reinforcement Concrete", ACI, 1971 4) "新耐震設計法(案)", 建設省, 1977 5) 梅村勉, "鉄筋コンクリート建物の動的耐震設計法", 技報堂 6) 青山他, "鉄筋コンクリート造骨組の強震応答解析(その10)", 関東支部研報告集, 1975 7) B.L.Gunnin, "Nonlinear Analysis of Planar Frames", doctor of philosophy, Univ. of Texas, January, 1970.

表1 各層の復元力特性 (Case1)

story	Qc(ton)	$\delta_c$ (cm)	Qy(ton)	$\delta_y$ (cm)	$\delta_p$ (cm)	Q(ton)
1	80.6	0.29	157.8	2.06	1.24	122.3
2	71.9	0.32	124.7	2.87	2.33	113.6
3	61.4	0.32	114.6	3.05	"	100.7
4	50.5	0.33	88.7	2.93	"	79.9
5	29.3	0.39	69.3	4.28	"	49.3

表2 各層の復元力特性 (Case2)

story	Qc(ton)	$\delta_c$ (cm)	Qy(ton)	$\delta_y$ (cm)	$\delta_p$ (cm)	Q(ton)
1	56.8	0.35	123.2	2.87	2.59	115.7
2	54.4	0.39	108.3	3.53	3.50	107.7
3	49.1	0.37	96.1	3.51	3.50	95.6
4	39.8	0.39	76.6	3.36	3.33	76.2
5	23.3	0.41	60.0	4.48	3.09	47.4

表3 地震応答結果 (Case1)

T(sec)	story	T A F T		HACHINOHE	
		$\delta_{max}$ (cm)	$\mu$	$\delta_{max}$ (cm)	$\mu$
T <sub>1</sub> = 0.430	1	1.08	0.53	1.45	0.70
	2	2.46	0.86	2.40	0.84
	3	1.78	0.58	1.60	0.52
	4	0.55	0.19	0.79	0.27
	5	0.68	0.16	0.88	0.20

表4 地震応答結果 (Case2)

T(sec)	story	T A F T		HACHINOHE	
		$\delta_{max}$ (cm)	$\mu$	$\delta_{max}$ (cm)	$\mu$
T <sub>1</sub> = 0.525	1	1.45	0.50	3.61	1.26
	2	1.81	0.51	3.71	1.05
	3	0.98	0.28	3.60	1.03
	4	0.70	0.21	2.95	0.88
	5	1.07	0.24	1.88	0.42

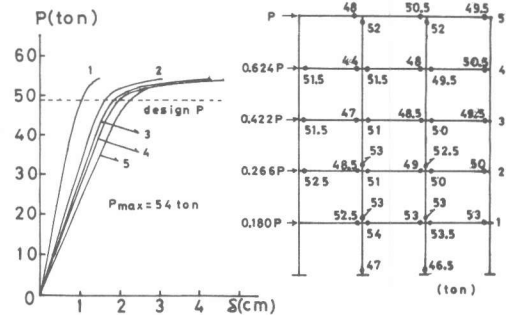


図10 弾塑性解析結果 (Case1)

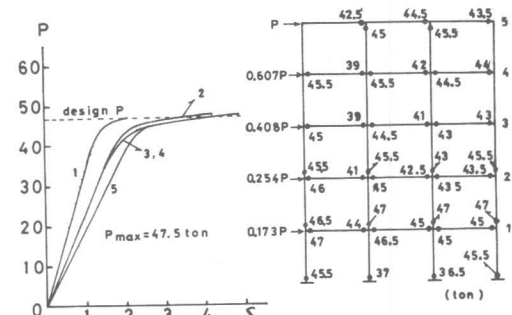


図11 弾塑性解析結果 (Case2)