

# [1] 水和熱による温度ひびわれ幅の実用算定法

正会員 長瀧重義 (東京工業大学工学部)  
 正会員 ○佐藤良一 (宇都宮大学工学部)  
 正会員 小島 宏 (首都高速道路公団工務部)

## 1. まえがき

マッシュなコンクリート構造物に発生する温度ひびわれの制御対策として、コンクリートの配合設計や養生を適切に行なってその発生を防止するのと、場合によってはひびわれの発生を認め配筋や目地を設けるなどしてひびわれ幅を許容値内におさめようとする2つの考え方がある。従来前者の考え方が支配的であったが、ひびわれの発生を防止することは極めて難しく、いたずらに防止しようとすれば不合理な設計施工になることが認識され、温度ひびわれ幅の特性の解明やその制御設計法の確立がよよく求められるようになってきた。

本研究は、このようなことから、拘束度が高くひびわれが発生し易いよう壁などの壁体構造物を対象として、鉄筋による温度ひびわれ幅の制御設計法の確立に資することを目的として、付着に基づいた温度ひびわれ幅の実用算定法を提案する。

## 2. 既往の研究

温度ひびわれ幅の算定法は非常に少ないが、その代表的な1つにACI 207委員会の方法がある<sup>1)</sup>。この方法は、体積変化とひびわれ幅からひびわれ間隔を求め、このひびわれ間隔および鉄筋応力度とひびわれ幅の関係を用いて所要の鉄筋量を求めようとするものである。鉄筋応力度とひびわれ幅の関係式はこの方法の要の1つであるが、温度ひびわれと比較して極めて狭いひびわれ間隔を有する曲げひびわれに対して導かれたGergelyらの式<sup>2)</sup>を採用しているといった問題点を有している。

一方、BS 5337<sup>3)</sup>やHughesら<sup>4)</sup>は、ひびわれ間隔を鉄筋とコンクリートとの付着に基づいて決定し、これに温度降下による変形を乗じてひびわれ幅を求める方法を示している。しかし、この方法は鉄筋量が多くなればひびわれ間隔を過少に評価する傾向を有し、壁体構造物に適用し難い面がある。

## 3. 温度ひびわれ算定式

温度ひびわれの算定に先立ち壁体の温度は断面内で一様でかついずれの断面においても等しいという仮定を設ける。

本方法は、①壁体コンクリートと基礎コンクリートおよび鉄筋と壁体コンクリートとの間の付着作用によりひびわれ間隔を求める。②ひびわれ幅算定の対象とする部位(たとえば図-1の斜線部)の断面力を鉄筋の変位量と温度降下による拘束変形量が等しいという適合条件から求める。③前記断面力から有効引張断面積の考え方に基づいてコンクリートの変位量を求めひびわれ幅を算定する。この手順で温度ひびわれ幅を求めるものである。

### 3.1 最大ひびわれ間隔

ひびわれ間中央断面の最大引張応力がコンクリートの引張強度に達したときひびわれ間中央断面とひびわれ断面の間には次の釣り合い式が成り立つ。

$$\int \sigma_c(y) dA_c = b \bar{\tau}_r l_{max} + m \bar{\tau}_s U_s l_{co} \quad (1)$$

ここで、

$\sigma_c(y)$  : 接合面から高さ  $y$  におけるコンクリート応力  
 $A_c$  : 壁体の横断面積、 $b$  : 基礎コンクリートとの接合部における壁体の厚さ、 $\bar{\tau}_r, \bar{\tau}_s$  : 壁体と基礎コンクリートおよび鉄筋と壁体コンクリート間の平均付着応力、 $l'_{max}$  : 最大ひびわれ間隔の1/2、 $m$  : 鉄筋の本数、 $U_s$  : 鉄筋の周長、 $l_{co}$  : 鉄筋とコンクリートとの伝達長

ACIの拘束度分布によれば、 $L/h$  ( $L$ : 壁体長さ、

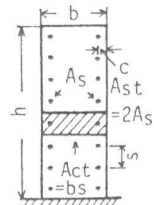


図-1 壁体の断面

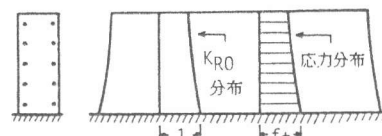


図-2 拘束度、応力分布

h : 壁体の高さ) が2以上であれば、拘束度は高さ方向に直線変化すると近似できる。また、コンクリートの応力分布と拘束度分布は対応すると考えることができるので、壁体の厚さが一定でbとすれば、式(1)から最大ひびわれ間隔は結局次式で求められる。

$$\ell_{max} = \frac{(1 + K_{RO, U}) A_c f_t - 2 m \bar{\tau}_s U_s \ell_{co}}{b \bar{\tau}_r} \quad (2)$$

ただし、

$K_{RO, U}$  : 基礎コンクリートを剛体としたときの壁体天端の拘束度

$f_t$  : 最終温度に達したときのコンクリートの引張強度

### 3. 2 断面力の算定

断面力の算定を行なうに際し、コンクリートのひずみは断面内で一様であるとする。また、図-3に示すように、実験結果<sup>6)</sup>を参考にして壁体の内部機構を次の4種類に大別した。

- 領域Ⅰ : 鉄筋とコンクリートとが完全に付着している領域
- 領域Ⅱ : 付着応力-すべり量関係が線形とみなせる領域
- 領域Ⅲ : 付着応力が一定とみなせる領域
- 領域Ⅳ : 付着が破壊している領域

図-1に示す斜線部(コンクリートの断面積  $A_{ct} = b s$  : 鉄筋間隔)を切り出して、拘束力を受ける引張部材と考えれば、この部材の付着の基礎式は次のようである。

$$\frac{d^2 \delta_x}{dx^2} = (1 + n p_t) \frac{U_{st}}{A_{st} E_s} \tau_x \quad (3)$$

ここで、

$\delta_x$  : すべり量、 $A_{st} = 2 A_s$ 、 $U_{st} = 2 U_s$ 、 $E_s$

: 鉄筋の弾性係数、 $n (= E_s / E_c)$  : 鉄筋とコンクリートの有効弾性係数比、 $p_t (A_{st} / A_{ct})$  :

鉄筋比、 $\tau_x$  : 付着応力

鉄筋のひずみ分布は、

領域Ⅱ :  $\tau_x = k_s \delta_x$  ( $k_s$  : 付着剛性) とし境界条件

$$x = 0 \quad ; \quad \delta_x = 0$$

$$; \quad d \delta_x / dx = \Delta \varepsilon = 0$$

領域Ⅲ :  $\tau_x = \tau_a$  ( $\tau_a = K_s \{ \delta_x \}_{x=\ell_c - \ell_a}$  で一定値) とし境界条件

$$x = \ell_c - \ell_a \quad ; \quad \delta_x = \{ \delta_x \}_{x=\ell_c - \ell_a}$$

$$; \quad d \delta_x / dx = \{ d \delta_x / dx \}_{x=\ell_c - \ell_a}$$

領域Ⅳ :  $\tau_x = 0$  とし境界条件

$$x = \ell_c \quad ; \quad \delta_x = \{ \delta_x \}_{x=\ell_c}$$

$$; \quad d \delta_x / dx = \{ d \delta_x / dx \}_{x=\ell_c} = \{ \varepsilon_{sx} \}_{x=\ell_c} - \varepsilon_{sr}$$

の諸条件のもとで式(3)を解いて  $\delta_x$  を求め、これから決まる付着応力分布を用いて求めることができる。ここで、 $\Delta \varepsilon$  は工学的に無視できると考えられるひずみであり、 $\varepsilon_{sr}$  は自由変形ひずみで鉄筋の影響を無視すれば、 $\varepsilon_{sr} = \varepsilon_{c, \Delta T} + \varepsilon_{sh}$  ( $\varepsilon_{c, \Delta T}$  : 水和熱と気温変化による温度降下量、 $\varepsilon_{sh}$  : 乾燥収縮ひずみ)

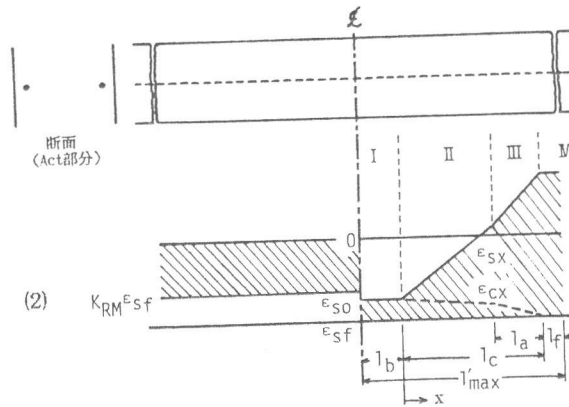


図-3 鉄筋、コンクリートのひずみ分布

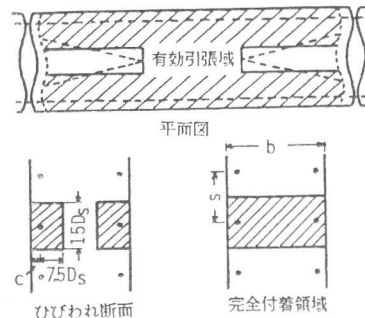


図-4 有効引張断面積

No.1-1 ( $p=0.27\%$ , D13)

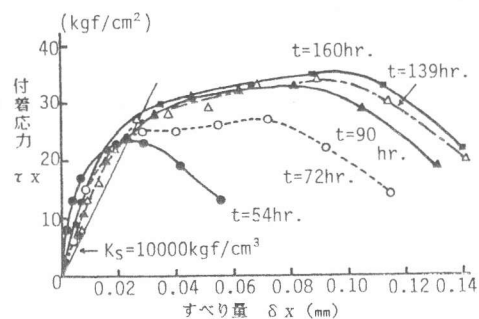


図-5 付着応力-すべり量曲線の1例

である。

次に、コンクリートが自由変形した状態から部材に作用する拘束力によって生じる鉄筋の変位量とコンクリートの拘束変形量が等しいという適合条件から次式が成立する。

$$\Delta_s + K_{RM} \varepsilon_{sf} \ell'_{max} = 0 \quad (4)$$

ただし、

$$\Delta_s = \varepsilon_{s0} \ell_b + \int_0^{\ell_c} \varepsilon_{sx} dx + \{\varepsilon_{sx}\}_{x=\ell_c} \ell_f - \varepsilon_{sf} \ell'_{max} \quad (5)$$

$K_{RM}$  は基礎コンクリート壁体との剛性比を考慮した拘束度であり、 $\varepsilon_{s0}$ 、 $\ell_b$ 、 $\ell_f$  は図-3に示すとおりである。

式(5)を式(4)に代入し、領域Iと領域IVの間の釣り合い条件を用いて得られた式の微小項を省略すれば未知変数  $\ell_c$  を求める式が次のように得られる。

$$\ell_c = \ell_a + \frac{1}{\sqrt{A_1}} \ell_n \left| \frac{K_{RM} (\varepsilon_{c, \Delta T} + \varepsilon_{sh})}{\alpha_1 + \alpha_2} \right| \quad (6)$$

ただし、

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \frac{\Delta \varepsilon}{1 + n p_t} \left\{ n p_t + \frac{\ell_a + \ell_f}{\ell'_{max}} \right\}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \beta_1 \ell_a \left\{ n p_t + \frac{1}{\ell'_{max}} \left( \ell_f + \frac{1}{\ell_a} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{2} a^2 \right) \right) \right\}$$

$$A_1 = (1 + n p_t) \frac{U_{st}}{A_{st} E_s} K_s, \beta_1 = \frac{U_{st}}{A_{st} E_s} K_s \frac{\Delta \varepsilon}{\sqrt{A_1}}$$

ひびわれ断面の鉄筋応力度は、先に求めたひずみ分布と式(6)で求めた  $\ell_c$  を用い次式で得られる。

$$\sigma_s = E_s \left\{ (1 + n p_t) \beta_1 \left\{ (g_c - 1) / \sqrt{A_1} + \ell_a g_s \right\} + \varepsilon_{sf} - \varepsilon_{s, \Delta T} \right\} \quad (7)$$

ここで、

$$g_c = \cosh \left\{ \sqrt{A_1} (\ell_c - \ell_a) \right\}, g_s = \sinh \left\{ \sqrt{A_1} (\ell_c - \ell_a) \right\}$$

であり、 $\varepsilon_{s, \Delta T}$  は鉄筋の自由変形ひずみである。

### 3.3 最大ひびわれ幅の算定

拘束断面力は、前節で述べたように、取り出した部材のひずみが断面内で一様であるという仮定のもとで得られたものである。しかし、壁厚が厚いような場合には、ひびわれ幅の算定には有効引張断面積をもちいてコンクリートのひずみを求める必要があると思われる。図-4は本文で仮定した有効引張断面積を示したものである。領域IVはCEB-FIP<sup>5)</sup>にしたがって定め、領域Iは全断面有効として、それらの平均値が有効引張断面積であるとした。

鉄筋のひずみ分布は既に求められることが明らかになっているので、この分布を用いかつ拘束断面力は任意断面で等しい、コンクリートの応力は有効引張域で負担されることなどから自由変形ひずみに対する鉄筋とコンクリートの変位量は、最終的に次式のようになる。

$$\Delta_s = \{ n p_t \ell_c + (1 + n p_t) \ell_f \} f_1 + f_2 + f_3 \quad (8)$$

$$\Delta_c = \rho_A \{ n p_t \ell_c f_3 - n p_t (f_1 + f_2) \} \quad (9)$$

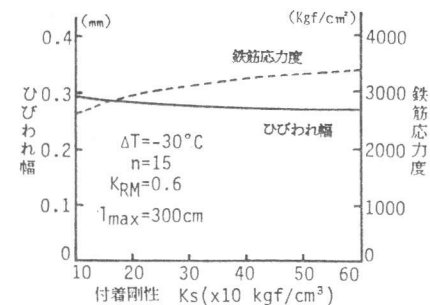
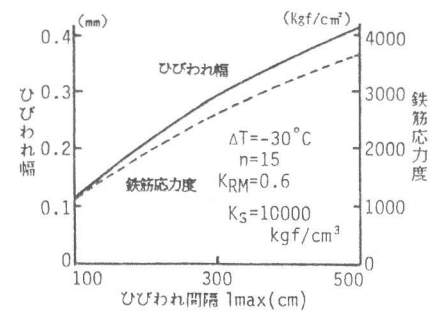
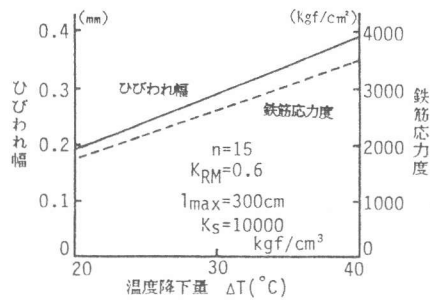
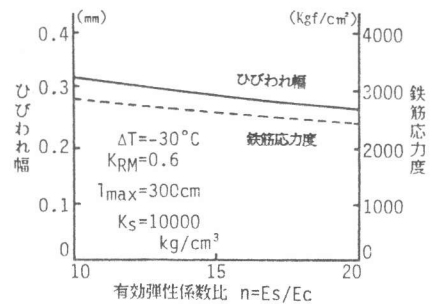


図-6 ひびわれ幅におよぼす構成因子の影響度

ただし、

$$f_1 = \Delta \epsilon \{ g_s / \sqrt{A_1} - (l_c - l_a) \} / (1 + n p_t), \quad f_2 = \beta_1 \{ l_a (g_c - 1) / \sqrt{A_1} + l_a^2 g_s / 2 \}$$

$$f_3 = \beta_1 \{ (g_c - 1) / \sqrt{A_1} + l_a g_s \}, \quad \rho_A = A_{ct} / A_e, \quad A_e = (A_{ct} + A_{ce}) / 2, \quad (A_{ce} : \text{領域IVの有効引張断面積で } A_{ce} = 2 \{ 15D_s(c + 7.5D_s) \} \text{ ただし、} 15D_s \leq s, (c + 7.5D_s) \leq b/2)$$

以上より、最大ひびわれ幅は次式で求まる。

$$\omega_{max} = 2 (\Delta_s - \Delta_c) \quad (10)$$

#### 4. 実験体と計算値の比較

計算値は表-1に示す条件の供試体で測定された値<sup>6)</sup>と比較した。供試体は幅30cm、高さ1m(ただし、No.1-2は2m)、長さ15mであり、幅5m、深さ1.5mの基礎コンクリートの上に4体同時に打設された。これらの供試体は打設後48時間、厚さ10cmの発泡スチロールで断熱した。

図-5はNo.1-1の中央断面、高さ中央の実測鉄筋ひずみ分布から、コンクリートひずみを領域Iの鉄筋ひずみと等しいとして、求めた付着応力-すべり量曲線の1例であり、この結果から計算では $K_s = 10000 \text{ kgf/cm}^2/\text{cm}$ の値を採用した。図-6は本算定法を構成する主な因子がひびわれ幅等におよぼす影響度を示したものである。これからひびわれ間隔が極めて敏感に影響することがわかる。

表-2は最大ひびわれ間隔、最大ひびわれ幅および鉄筋応力度について実測値と計算値を比較したものである。ただし、実験結果を参考にして、 $\Delta \epsilon = 10 \times 10^{-6}$ 、 $n = 15$ 、 $l_a = 4.5D_s$ 、 $l_f = 3.0D_s$ 、 $\alpha_s = 10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$  ( $\alpha_s$ :鉄筋の線膨張係数)、 $\bar{\tau}_f = 10.0 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $\bar{\tau}_s = -21.9(100m A_s/A_c) + 25.9 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $l_{c0} = 30 \text{ cm}$ とし、実測ひびわれ間隔はひびわれにはさまれたものである。

この結果によれば、実測値に対する計算値の比の平均値は、最大ひびわれ間隔で0.89、最大ひびわれ幅で1.21、鉄筋応力度で1.25であり、本算定式は簡易な実用式としてはほぼ妥当な予測をしているものと思われる。なお、ひびわれ間隔を小さめに評価しているにもかかわらず、ひびわれ幅および鉄筋応力度を大きめに評価しているのは、実測値に比べて大きいACI 207委員会の拘束度を計算で用いていることも1つの原因と思われる。

#### 5. まとめ

よう壁などの壁体構造物を対象として温度ひびわれ幅の実用的な算定式を示した。温度ひびわれ幅の機構の複雑さを考えれば、本計算値は実測値とかなりよく一致していると思われる。今後は多くの実測値と比較して本算定法の問題点を改良していきたい。最後に、本研究はJCIひびわれ調査研究委員会の温度ひびわれ制御指針の作成作業の一貫として行なったものであり、貴重なご意見を賜った上記委員会の委員の方々には心より御礼申し上げます。

(参考文献)

- 1) ACI Committee 207 : Effect of Restraint, Volume Change, and Reinforcement on Cracking of Massive Concrete, Jour. of ACI, 1973
- 2) Gergely, P and L.A. Lutz : Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members, ACI SP20 1968
- 3) BSI : Code of Practice for the Structural Use of Concrete for Retaining Aqueous Liquid, London, BS5337, 1976
- 4) Hughes, B.P. and F. Ghunaim : An Experimental Study of Early Thermal Cracking in Reinforced Concrete, Mag. of Conc. Research, 1982
- 5) CEB-FIP : Model Code for Concrete Structures, 1978
- 6) 首都高速道路公団 : マスコンクリートのひびわれ制御実験 報告書, 1985

表-1 供試体一覧

供試体名称	断面の諸元				鉄筋		セメント 種類 単位セメント量 C (kgf/m <sup>3</sup> )	線膨張係数 α <sub>c</sub> (1/10 <sup>6</sup> /°C)	高さ中央の拘束度		平均度の降下量 ΔT (°C)	
	幅 b (cm)	高さ h (cm)	鉄筋間隔 s (cm)	かぶり c (cm)	鉄筋径 D <sub>s</sub> (cm)	鉄筋比 ρ (%)			実測値	ACI 207		
1-1	30	100	40	4.1	13	0.27	普通	300	6.6	0.55	0.72	28.3
1-2	*	200	36	*	*	*	*	*	*	0.47	0.65	30.7
1-3	*	100	40	*	*	*	*	250	6.5	0.57	0.73	23.5
1-4	*	*	*	*	*	*	*	380	7.7	0.66	0.70	33.6
2-1	*	*	8	4.4	10	0.63	*	300	6.8	0.37	0.75	33.9
2-2	*	*	20	3.8	16	0.66	*	*	*	0.68	0.74	*
2-3	*	*	40	4.1	13	0.27	中腐熱	*	8.1	*	*	*
2-4	*	*	*	*	*	*	膨張	*	7.1	0.81	0.76	31.2
3-1	*	*	*	*	*	*	普通	*	7.8	0.61	0.76	24.8
3-2	*	*	*	*	*	*	0	*	*	0.45	0.76	25.7
3-3	*	*	13	4.1	13	0.62	*	*	*	0.76	0.76	27.5
3-4	*	*	8	*	*	0.97	*	*	*	0.89	0.77	26.0
4-1	*	*	40	*	*	0.27	中腐熱	*	6.5	*	0.79	19.8

表-2 実験値と計算値の比較

供試体	本数 (本)	ひびわれ				鉄筋応力度					
		平均間隔 (cm)	最大間隔 (cm)		最大幅 (mm)		鉄筋応力度				
		実測値	計算値	計/実	実測値	計算値	計/実	実測値	計算値	計/実	
1-1	3(1)	350	350	262	0.75	0.32	0.26	0.81	2495	2384	0.96
1-2	1(1)	/	/	503	/	0.40	0.39	0.98	2673	3470	1.21
1-3	1	/	/	208	/	0.09	0.18	2.00	/	1677	/
1-4	3	320	351	340	0.30	0.43	1.43	/	/	3734	/
2-1	5(1)	166	194	198	1.02	0.18	0.19	1.05	1699	2220	1.31
2-2	5(1)	175	200	262	1.31	0.21	0.25	1.19	1726	2038	1.18
2-3	1(1)	/	/	/	/	0.28	/	/	/	/	/
2-4	2(1)	300	300	255	0.85	0.27	0.32	1.19	2778	2878	1.04
3-1	3(1)	355	370	223	0.60	0.39	0.25	0.64	2423	2226	0.92
3-2	3	303	310	315	1.02	0.30	/	/	/	/	/
3-3	4(1)	203	215	148	0.69	0.11	0.16	1.45	1134	1484	1.31
3-4	3(1)	185	195	219	1.12	0.09	0.16	1.78	697	1482	2.13
4-1	3(1)	325	350	183	0.52	0.21	0.17	0.81	1481	1567	1.06

( ) : 中央断面に設けたスリット部に生じたひびわれを示す。

\* : 計算値においては膨張効果は無視されている。