

[88] 鉄筋コンクリートはりの衝撃挙動の解析に関する基礎的研究

正会員 藤井 学（神戸大学工学部）

正会員○宮本文穂（神戸大学大学院自然科学研究科）

境 見三（佐藤工業（株））

鮎子多浩一（神戸大学大学院）

1. まえがき

衝撃荷重を受けるRCはりの解析に非線形動的有限要素法を適用する場合、要素形状（3角形要素で集中質量とするか、4角形要素で整合質量とするか）、鉄筋とコンクリートの付着及びひびわれ発生後のコンクリート面でのせん断剛性の取り扱い、あるいは平衡方程式における粘性項の考慮の要否が解析上の問題点として挙げられる¹⁾。本研究は、これらの要因のモデル化とRCはりの挙動に及ぼす影響を解析的に検討するとともに、モデルの妥当性を実験的に明らかにしようとしたものである。

2. 解析上の影響要因の検討

2.1 要素形状と質量マトリックス

有限要素解析では一般に、定ひずみ3角形要素あるいは4角形アイソパラメトリック要素が用いられる。ここでは、衝撃問題に対しどちらが精度良く適用できるかを解析的に検討する。3角形要素及び4角形4節点アイソパラメトリック要素の剛性マトリックス [K] 及び質量マトリックス [M] は次のようになる²⁾：

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV = \Delta \cdot t \cdot [B]^T [D] [B], \quad [M] = \frac{\rho \cdot \Delta \cdot t}{3} \begin{pmatrix} 1 & & & & 0 \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ 0 & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (3\text{角形要素})$$

$$[K] = t \cdot \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B(\xi, \eta)]^T [D] [B(\xi, \eta)] \det[J(\xi, \eta)] d\xi d\eta, \quad [M] = \frac{\rho \cdot \Delta \cdot t}{36} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad (4\text{角形要素})$$

ここで、[B] はひずみと変位の変換マトリックス、
 ρ は密度、 Δ は要素の面積、 t は要素の厚さ、
 ξ, η は自然座標系。

このようにして得られる各要素についての剛性マトリックス及び質量マトリックスを、RCはりの動的弾塑性FEM解析フロー¹⁾で解析した結果は次のようになる。なお、RCはりに対する4角形要素分割を図1に示す。図2、3、4は載荷速度 $V_L = 1\text{tf}/\text{ms}$ のソフトな衝撃を受けた場合の最大主応力方向に直角

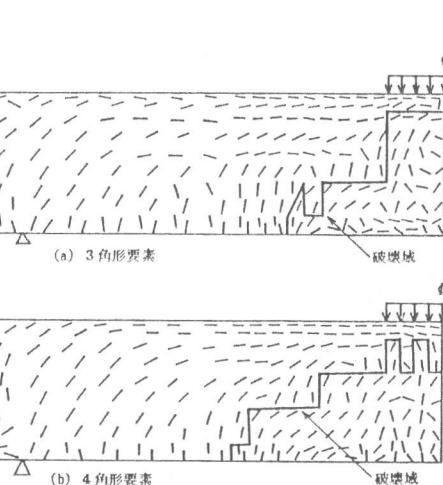
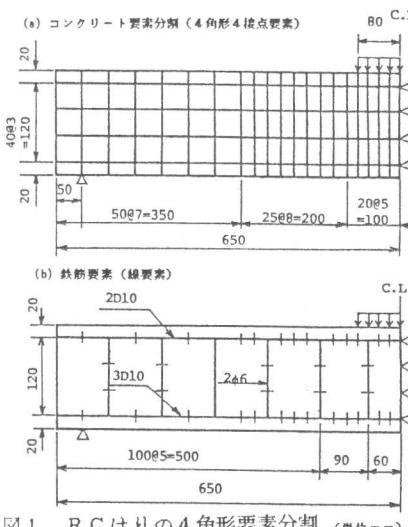


図2 最大主応力と直角方向の応力の流れ

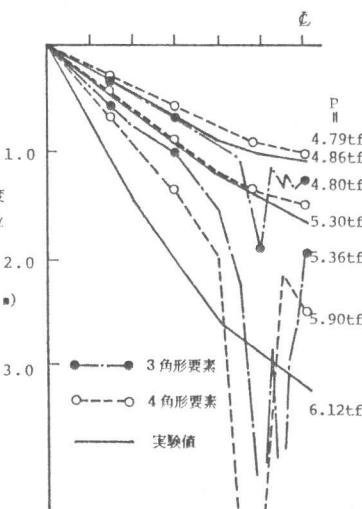


図3 RCはりのたわみ分布

方向の応力の流れ（図中の実線は最終荷重段階でのひびわれ発生要素の範囲を示す）、変位分布及び衝撃力～中央変位曲線を要素形状で比較したものである。ここでは、ひびわれ後のコンクリートのせん断剛性 G は 0 にしている。図 2 より、整合質量マトリックス（回転慣性が考慮できる）とした 4 角形要素を用いた方が集中質量とした 3 角形要素より応力の流れが一様になっており、最終的な破壊領域も整然としていることがわかる。図 3 のたわみ分布より、ひびわれ発生後のコンクリートのせん断剛性を 0 としているため衝撃荷重が大きくなると中央付近の変位が不安定になる傾向がみられるが、4 角形要素の方が不安定化する衝撃荷重レベルが大きくなるばかりでなく、全体的に実験より得られるたわみ分布に近づいている。また、図 4 は、衝撃力～変位関係であるが、4 角形要素とした方が全体的に実験結果と良い一致を示すことがわかる。

2.2 粘性項

粘性項を含む時間 t での平衡方程式は次式となる。

$$[M]\{\ddot{U}\}_t + [C]\{\dot{U}\}_t + [K]\{U\}_t = \{R\}_t \quad (3)$$

式(3)にNewmark- β 法を適用し、 Δt における増分形で表わすと最終的に次式が得られる。

$$\begin{aligned} \left([K] + \frac{1}{2 \cdot \beta \cdot \Delta t} [C] + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} [M] \right) \{\Delta U\}_{t \rightarrow t + \Delta t} &= \{\Delta R\}_{t \rightarrow t + \Delta t} + [C] \left(\frac{1}{2 \cdot \beta} \{\dot{U}\}_t - \frac{(4 \cdot \beta - 1)}{4 \cdot \beta} \cdot \Delta t \{\ddot{U}\}_t \right) \\ &\quad + [M] \left(\frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \{\dot{U}\}_t + \frac{1}{2 \cdot \beta} \{\ddot{U}\}_t \right) \end{aligned} \quad (4)$$

この連立一次方程式を解くにあたって、各時間ステップで反復計算を行い、解の精度と安定性を高める。¹⁾ ここで、実効剛性マトリックス $[K]^*$ は次式で与えられる。

$$[K]^* = [K] + \frac{1}{2 \cdot \beta \cdot \Delta t} [C] + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} [M] \quad (5)$$

これより、 Δt により粘性項の影響がわかり、本解析で決定した $\Delta t = 0.05\text{ms}$ の場合、粘性項は慣性項に比べかなり小さくなるものと考えられる。図 5 は、図中に示すコンクリート直方体に 2 種類の載荷速度を有する衝撃圧縮力を加えた場合の応力と平均ひずみの関係に及ぼす粘性項の影響を示したものであるが、載荷速度にかかわらずわずか（1%未満）に初期剛性が大きくなる程度となった。なお、減衰マトリックスを決定する際の減衰定数 h は 10%³⁾ とした。

この結果、本解析で行った衝撃荷重特性であれば粘性項は考慮する必要がないものと考えられる。

2.3 コンクリートひびわれ面でのせん断伝達

本解析ではコンクリートにひびわれが発生すると、それまでに蓄積された弾性エネルギーの一部を内部応力に等価な要素節点力に置換して解放する。このとき、最大主応力に直角方向にひびわれが入るとし、最大主応力方向の剛性を 0 にして要素全体を直交異方性化する。また、ひびわれ面での骨材のかみ合い等によるせん断伝達を考慮するため、要素のせん断弾性係数 G を低減させる方法を用いた ($G' = \alpha \cdot G$ ($0 \leq \alpha \leq 1$))。 α には種々の値が提案されているが、ここでは $\alpha = 0, 0.3, 0.5$ と変化させてその影響を検討する。図 6, 7 は α をパラメータとした、衝撃力（荷重）～変位関係及び破壊時のひびわれ状況を示したものである。図 6 より、静、衝撃荷重下とも、破壊時変位が α の増大とともに減少する。また、 α の影響は載荷速度が速くなると小さくなっている。図 7 は、最終的なひびわれ状況を α をパラメータとし、静、衝撃荷重下で比較したものであるが、静的荷重下では α の増大とともにひびわれ発生範囲が小さくなる傾向がみられる。一方、衝撃荷重下では α によるひびわれ発生範囲に変化はほとんどみられないが、ひびわれの方向はかなり改善されるようになる。これより、本解析では α に静的荷重下に対して 0.3 を、衝撃荷重下に対して 0.5 をとることにした。

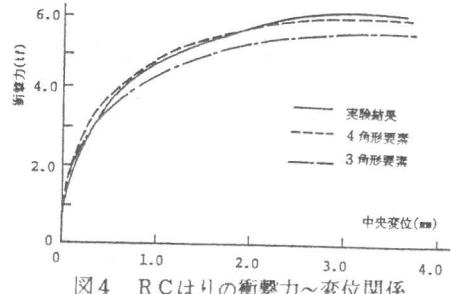


図 4 R C はりの衝撃力～変位関係

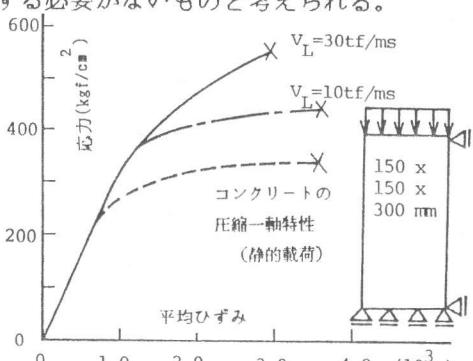


図 5 圧縮一軸特性に及ぼす粘性項の影響

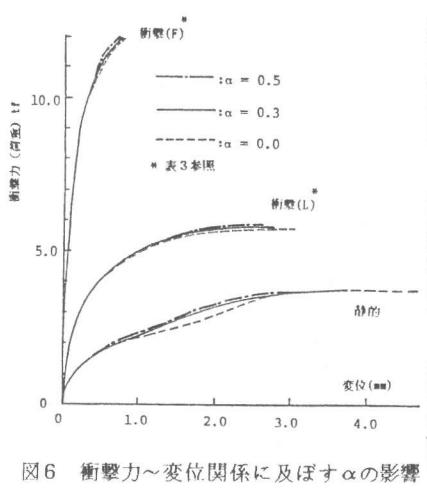


図6 衝撃力～変位関係に及ぼす α の影響

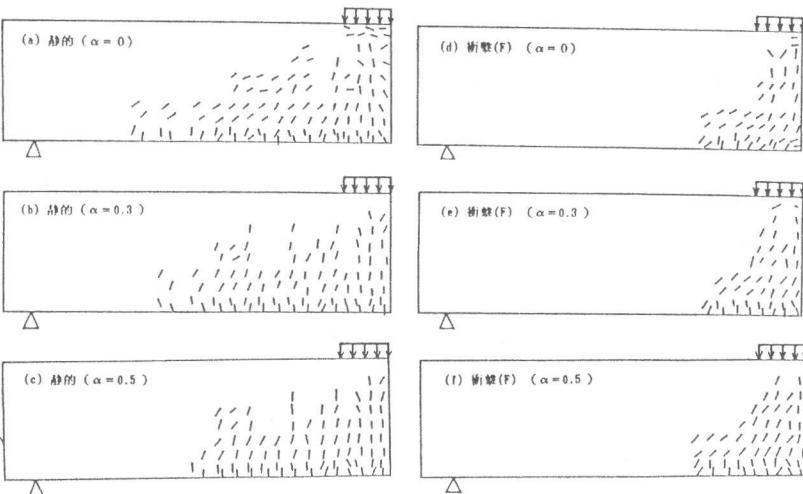


図7 破壊時ひびわれ状況に及ぼす α の影響

2.4 鉄筋とコンクリートの付着

鉄筋とコンクリート間の付着を考慮するため、図8に示すボンドリンクでモデル化する。ボンドリンク要素は共通の座標を有する鉄筋とコンクリート間に2節点間に鉄筋材軸方向と直交方向に長さのないバネを配するもので、軸方向のすべり（付着）剛性 K_r 及び軸直交方向のはだ離れ剛性 K_s を解析に反映できる。ボンドリンク要素の剛性マトリックスは次式で表わされる（記号は図8参照）。

$$\begin{Bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{jx} \\ F_{jy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_r C^2 + K_s S^2 & K_r S C - K_s S C & -K_r C^2 - K_s S^2 & -K_r S C + K_s S C \\ K_r S^2 + K_s C^2 & K_r C^2 + K_s S^2 & -K_r S C + K_s S C & -K_r C^2 - K_s C^2 \\ K_r C^2 + K_s S^2 & K_r S C - K_s S C & K_r S^2 + K_s C^2 & K_r C^2 + K_s S^2 \\ Sym. & & & \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、 $S = \sin \theta$ 、 $C = \cos \theta$ である。

4)

本解析では、鉄筋の付着剛性 K_r 及びはだ離れ剛性 K_s として野口の実験結果を参考にし、それぞれ表1のように3種類に変化させた。なお、 K_s は、すべり量 0.1mm を超えた時点から付着なしの K_s に徐々に低下させた。また、はだ離れ剛性 K_s は完全付着の場合と同一の値とした。

図9は、静、衝撃荷重下でのRCはりの衝撃力～変位関係に及ぼす付着の影響を示したものであり、載荷速度に関係なく付着剛性の低下により、主にひびわれ発生後の剛性低下が生じ、破壊時変位が大きくなる傾向がみられる。表2はスパン中央より 2cm 支点寄りの要素節点における鉄筋すべり量を比較したものの1例である。これより、同一荷重レベルですべり量を比較すると、載荷速度が遅いほどすべり量が大きくなり、また、同一変位（中央たわみ）で比較すると、載荷速度が速くなるほどすべり量が増大する結果となっている。図10は、破壊時のひびわれ状況に及ぼす付着の影響を示したものであるが、静、衝撃荷重下とも付着の良否により、ひびわれ発生範囲及びひびわれ形状がかなり異なることがわかる。特に、載荷速度の速い衝撃荷重下で付着のない場合、上縁にもひびわれが入るようになる。これより、ひびわれ発生後の変位及びひびわれ状況の解析精度を上げるには付着の考慮が必要となってくると考えられる。

なお、以上の解析における材料特性及び衝撃荷重特性は全て後述する確認実験より得られるデータを使用した。

3. RCはりによる確認実験

3.1 実験の概要

前述の解析モデルの妥当性及び精度の検討を行うため、付着あり（D10

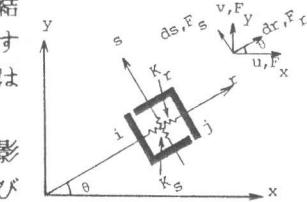


図8 ボンドリンク要素

	通常の付着	完全な付着	付着なし
初期付着剛性 (kgf/cm ³)	引：2640 圧：8100	2×10^8	20

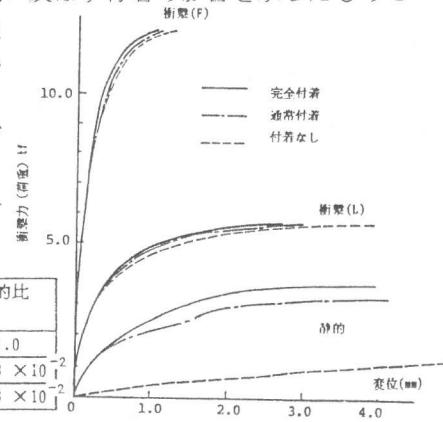


図9 衝撃力～変位関係に及ぼす付着の影響

鉄筋) 及び支点近傍で定着し、他の部分はアンボンドとしたRCはりを8体作製した。鉄筋及びコンクリートの一軸特性を実験結果に基づいて近似したものを図11に示す。衝撃試験は重錘式衝撃試験装置を用い、¹⁾スパン120cmの単純支持条件で2種類の載荷速度(比較的速い衝撃Fと比較的遅い衝撃L)の衝撃荷重を加えた。これらの衝撃荷重特性を表3に示す。

3.2 実験結果及び解析結果との比較

図12~14は各供試体より得られた衝撃力～変位関係及び破壊時ひびわれ状況を解析結果と比較したものである。図12は最大荷重以降の衝撃力～変位関係を完全付着モデルで解析したもので、静、衝撃荷重下とも実験結果と良く一致している。図13は付着の有無の衝撃力～変位関係に及ぼす影響を実験及び解析で比較したものであるが、付着の劣化による耐力の減少と破壊時変位の増大傾向を解析で良く追跡できるものと考える。図14は付着の有無による破壊時ひびわれ状況を実験結果と解析結果で比較したものであるが、ひびわれ範囲、形状ともほぼ対応した関係が得られていることがわかる。

4. 結論

本研究で得られた主な結果をまとめると次のようになる。

- (1) RCはりの衝撃挙動解析には4角形4節点要素、整合質量マトリックスを用いる方が3角形要素を用いるより精度が良い。
- (2) 平衡方程式に粘性項を考慮した場合の力学的挙動に及ぼす効果は本研究で取り扱った衝撃荷重下では小さく、考慮しなくてもよいことが明らかとなった。
- (3) ひびわれ発生後のせん断剛性及び付着の取扱いは、変形、ひびわれ状況の解析では考慮しなければならない要因である。

参考文献

- 1) 藤井 学 他: 有限要素解析によるRCはりの衝撃挙動に関する研究、FEMコロキウム論文集、1984.12
- 2) 山本訳: マトリックス有限要素法、科学技術出版社、1974.
- 3) 富沢 稔: 実用耐震設計法、オーム社、1984
- 4) 野口 博他: 鉄筋コンクリート柱、はり接合部の非線形有限要素解析、建築学会大会、

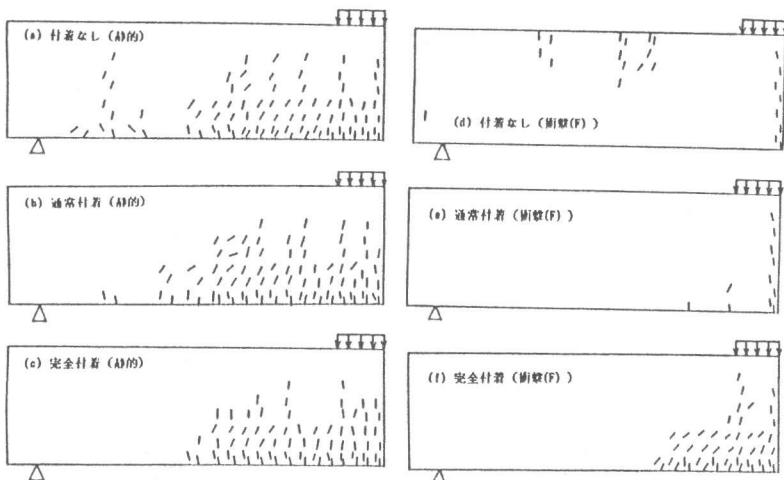


図10 RCはりのひびわれ状況に及ぼす付着の影響

表3 衝撃荷重特性

	立ち上り時間(ms)	接触時間(ms)	ゴム厚(cm)	$V_L(\text{tf}/\text{ms})$
速い衝撃(F)	1.5 ~ 2.0	4 ~ 8	2.2	8.0 ~ 9.0
遅い衝撃(L)	4.0 ~ 5.0	10 ~ 13	5.0	1.0 ~ 1.3

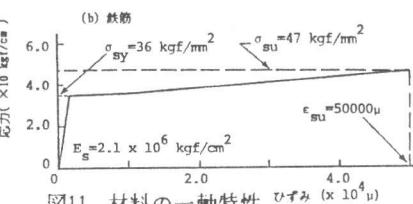
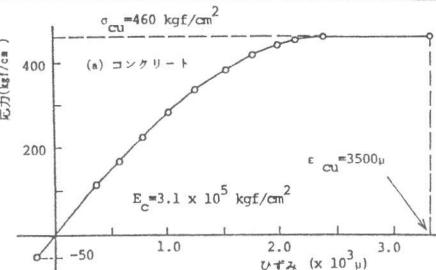


図11 材料の一軸特性

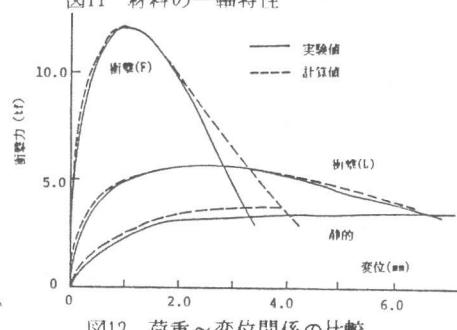


図12 荷重～変位関係の比較

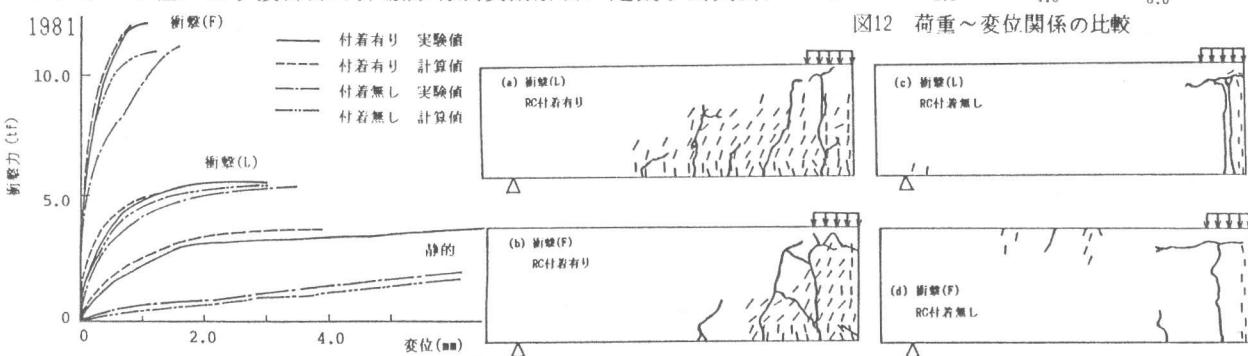


図13 荷重～変位関係の比較

図14 ひびわれ状況の比較 (実線: 実験値、破線: 解析値)