

[100] 鉄筋コンクリート壁フレーム構造の弾性解析略算法

正会員 ○ 緒方 恭子 (日本設計システム)
 正会員 壁谷沢 寿海 (横浜国立大学工学部)

1 序

本研究は、鉄筋コンクリート壁フレーム構造を簡略にモデル化し、略算的に弾性応力解析を行なう手法を試みたものである。

壁フレーム構造の弾性応力解析では、壁とフレームのせん断力負担、境界ばりの曲げ戻しを考慮する必要があり、手計算でも可能な方法としては、壁の変形に対するフレーム部分の等価剛性を評価し、三項方程式あるいは微分方程式の解に帰着させる方法がある¹⁾²⁾。微分方程式による解は、連続体に理想化した構造物の精度よい解ではあるものの、その表現はかなり繁雑であり、結果は数値を代入しないと予想しがたく、その意味では現在手軽に行ないうる電算機による解法と大差ないともいえる。

電算機による解法(マトリクス法)が設計のフローに一般的にとり入れられるにしても、手計算による解析は、構造物の応力を大略把握する、構造計画の段階でむしろ重要な意味をもつ可能性がある。また、塑性化を許容した(応力再配分を認める)設計法の立場では、弾性解の厳密性は実用的にはあまり意味をもたなくなる。したがって、手計算による弾性解析法では、解は、その厳密性より、設計のパラメータ(階数、壁率、基礎の剛性、仮定断面等)と結びついた簡略な表現がこそ重要になると考える。

2 弾性解析略算法

壁フレーム構造の略算モデル：中層の壁フレーム構造の弾性解析を行なうと、フレーム部分と壁の剛性比、基礎剛性等にもよるが、高さ方向の変形は、独立耐震壁と純フレームの中間的な直線に近い変形性状となる。そこで、建物の変形モードを直線と仮定し、壁は曲げ変形のみ考慮してこれを壁脚に集中させ、さらに基礎回転による変形を考慮するモデル化を行なう。すなわち、例えば、図1に示す壁フレーム構造(実大7層試験体³⁾)を図2のようにモデル化する。このモデルでは、高さ方向の部材力のばらつきは評価しえないが、全体としての壁とフレーム部分の転倒モーメントの負担率、純フレーム部分と境界ばり部分の違いあるいは基礎剛性の影響が評価しうる。

フレーム部分の等価剛性評価：フレーム部分の柱はり節点で、節点モーメントと層間変形角の関係を、

$$M_i = K_i \theta$$

とあらわす。反曲点中央を仮定し、一様断面の場合は

内柱： $K_1 = 12E \cdot K_b K_c / (K_b + K_c)$

外柱： $K_2 = 12E \cdot K_b K_c / (K_b + 2K_c)$

K_b, K_c ：はり、柱の剛度(= $I / \ell (1 - 2\lambda e)^3$)

λe ：端部剛域長さ比、

となる(必ずしも一様断面である必要はない)。

耐震壁の境界ばり及びそれに連なる柱(境界柱と呼ぶ)においては、図2に示すように壁は剛体で、境界ばり以外のフレーム部分で反曲点を中央と仮定することにより、境界柱が外柱である場合は、たわみ角法等で次式により定式化される。

境界ばり： $K_3 = 18E \cdot K_b K_c (1 + \lambda) / (K_b + 3K_c)$

境界柱： $K_4 = 18E \cdot K_b K_c (1 + \lambda) / (K_b + 3K_c)$

$$K_e = (1 + 2\lambda) K_c + (1 + \lambda) K_b$$

λ ：壁長の1/2(剛域)の境界ばり長さに対する比

最上層では上式で柱の剛度を1/2とし、最下層は基礎ばりの剛性が十分大きいと仮定し、次式に示す片持ちばりの剛性で評価する。

柱脚： $K_5 = 3E I_c / h_c^2$

ここに、 h_c は、最下層の柱反曲点高さで、以下の計算では、 $(h_1 - h_2 / 2)$ とする。

柱脚及び境界ばりによる壁芯でのモーメントを含むフレーム部分の転倒モーメント負担は、全層の節点モーメントの和MBCとして、全層で共通の層間変形角

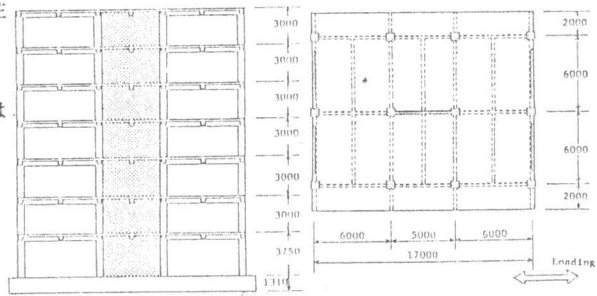


図1 実大7層試験体

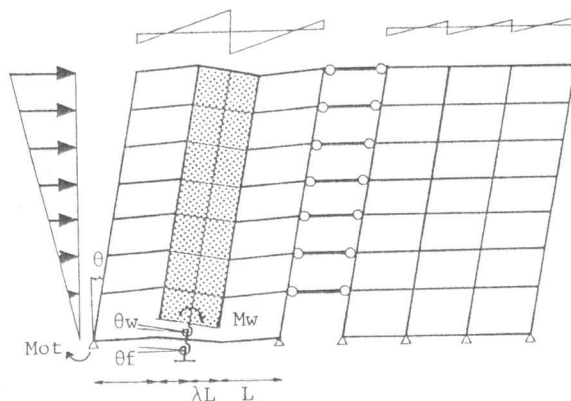


図2 略算モデル

θ との関係は、次式であらわされる。

$$\begin{aligned} \text{MBC} &= \sum K_i \theta \\ &= K_{BC} \theta \end{aligned} \quad (1)$$

壁とフレーム部分のモーメント負担：このモデルで重要なのは、壁脚に与える回転パネの性質であるが、これを定式化する手順は後述する。まず、この回転パネの性質が与えられているものとして、解を定式化しておく。外力による基礎まわり（転倒）モーメントMOTは、壁脚のモーメントMWとフレーム部分の負担MBCとの和となる。すなわち、

$$\text{MOT} = \text{MW} + \text{MBC} \quad (2)$$

全体の変形角（ θ ）は、基礎の回転変形角（ θ_F ）と壁脚の回転変形角（ θ_W ）の和となる。すなわち、

$$\theta = \theta_F + \theta_W \quad (3)$$

壁脚パネ、基礎の回転剛性を、KW、KFとすると、

$$\begin{aligned} \text{MW} &= K_W \theta_W \\ &= K_F \theta_F \end{aligned} \quad (4)$$

であり、(1)、(2)、(3)、(4)式を解いて、

$$\theta = \text{MOT} / K_{OT} \quad (5)$$

$$\text{MW} = (K_{WF} / K_{OT}) \text{MOT} \quad (6)$$

$$\text{MBC} = (K_{BC} / K_{OT}) \text{MOT} \quad (7)$$

$$\text{M}_i = (K_i / K_{OT}) \text{MBC} \quad (8)$$

ここに、 $K_{WF} = 1 / (1/K_W + 1/K_F)$

$$K_{OT} = K_{WF} + K_{BC}$$

壁脚の回転剛性の決定法：このモデル化で最も重要な仮定である、壁の曲げ変形をあらわす壁脚の回転パネの性質は、壁の応力（モーメント）分布に従って、等価な曲げ変形をもたらす回転剛性（壁の有効長さ）として、以下に示す手順により簡単で、一義的な評価が可能となる。すなわち、壁の回転剛性KWは、壁脚でモーメントMWを受けたとき、これによる最上階変位が、壁の（中間）の真のモーメント分布により生ずる最上階変位と同じ値になるように決定する。

逆三角形外力分布を対象に定式化する。高さ $h = xH$ における外力の転倒モーメントは、

$$\begin{aligned} \text{M}(x) &= P_0 H^2 \int_0^x (\xi - x) d\xi \\ &= \text{MOT} (1-x)^2 (2+x) / 2 \end{aligned} \quad (9)$$

フレーム部分の転倒モーメント負担は、変形モード（直線）の仮定により、高さ方向の剛性変化が小さい場合は、線形に減少することになる。すなわち、ベースでのフレーム部分の負担モーメントMBC(0)に対して、

$$\text{MBC}(x) = \text{MBC}(0) (1-x) \quad (10)$$

の高さ方向の分布が仮定しうる（図3）。したがって、壁のモーメントの高さ方向の分布は、

$$\text{MW}(x) = \text{M}(x) - \text{MBC}(x) \quad (11)$$

となる。このモーメント分布での壁の曲げ変形による最上階の変位は、モールの定理により、

$$\begin{aligned} \delta_m &= H^2 / EI \int_0^1 \text{MW} (1-\xi) d\xi \\ &= H^2 / EI (11/40 \text{MOT} - 1/3 \text{MBC}(0)) \end{aligned} \quad (12)$$

EI：壁断面の曲げ剛性

一方、略算モデルの回転パネの剛性をKWとして、壁脚モーメントMWが作用するときの最上階の変位は、

$$\delta_r = H \text{MW}(0) / K_W \quad (13)$$

また、ベースモーメントMOTに対し、壁脚、フレームによって負担される分は、前項の式(6)、(7)で与えられる。すなわち、

$$\text{MW}(0) = (K_{WF} / K_{OT}) \text{MOT} \quad (14)$$

$$\text{MBC}(0) = (K_{BC} / K_{OT}) \text{MOT} \quad (15)$$

(12)、(13)、(14)、(15)の関係から、 $\delta_m = \delta_r$ とするために必要な等価な回転剛性KWは、壁断面、フレーム部分及び基礎の剛性から、一義的に定めることができる。すなわち、

$$K_W = K_{WH} (1 + 7/120 K_{BC} / K_{WH}) / (11/40 - 7/120 K_{BC} / K_F)$$

ここに、 $K_{WH} = EI / H$

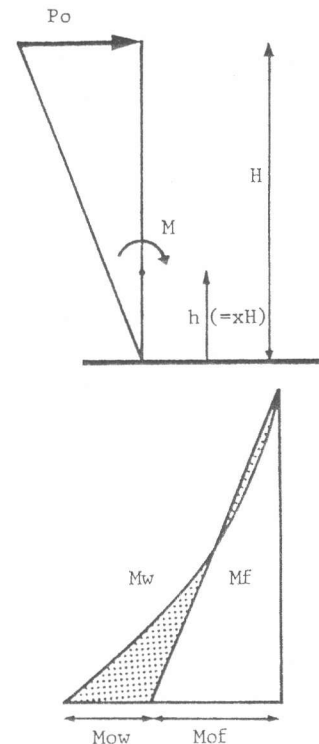


図3 壁とフレーム部分のモーメント負担

3 精解との比較

以上の定式化に従って行なった略算の結果を、マトリクス法による精算値と比較する。解析対象は、実大7層試験体³⁾をProto-typeとし、同じはり、柱、壁断面で、(1)階数、(2)壁率、(3)基礎剛性、をパラメータとする。

- (1) 階数：5階、7階、9階（それぞれF5、F7、F9と略称）。
- (2) 壁率：壁のあるフレームに対する純フレームの数の比を、0、1、2、3（それぞれ、P0、P1、P2、P3）としてPLANを変更し、壁率を変化させる。
- (3) 基礎剛性：基礎下の軸方向剛性(EA/L)を、 ∞ （固定）、 10^8 、 10^6 、 10^4 ton/m（それぞれ、B0、B1、B2、B3）を想定する。実大7層建物の基礎軸力に対して設計した杭の剛性は、ほぼB2に相当する。基礎はり断面は、40cmx120cmと仮定し、略算モデルで基礎回転を考慮する場合は、境界はりと同様に評価した等価剛性を基礎の剛性に加えた。

略算法で特に外力の分布に制限はないが、以下すべて外力はベースシア係数 0.2の逆三角形分布の水平力とする。

変位モード：5、7、9階の建物（壁率P2）で2種の基礎剛性（固定とB2）に対する、略算と精算による各層の変位分布を図4に示す。基礎固定時には、略算の最上階の変位は精算と一致するが、特に低層部分で変形状はやや異なる。基礎の回転（実際に起こり得る）を考慮すると、精算による変位モードはほぼ直線状に近くなり、全体に略算と精算はほぼ一致する。全体の層間変形角の絶対値は、基礎の回転により、基礎固定時の約 1.3倍になる。

壁脚のモーメント：7階の建物で壁率の異なる場合の壁脚モーメントと基礎剛性との関係を図5に示す。基礎剛性が低い場合は基礎はり反力になり、壁率によらず全体に小さいが、基礎の固定度が高くなるにしたがって大きくなり、壁率の低い場合にこの増分は著しく大きくなる。略算による壁脚のモーメントは、全体にこの傾向をよく捉えているが、特に基礎剛性が高い場合、精算値をやや下回る。これは、変形モードの仮定により、略算では精算より中間で大きい変位となるため、フレーム部分負担が大きくなるためである。

はりモーメントの分布：略算によりえられたフレームの負担モーメントを各階節点にその等価剛性の比率で振分け、さらに内柱では 1/2の比率で両側のはりに振分けてもとめた各部材のモーメントを図6に示す。最上階、1階柱脚では、反曲点の移動、基礎はりの曲げ戻し（基礎回転時）等、略算では考慮しえない要因による。中間階では、精算では基礎固定時には上下方向のばらつきがあるが、基礎回転時にはばらつきが少なくなり、略算モデルで十分近似可能となる。この上下方向のばらつきより、むしろ、基礎剛性の影響あるいは純フレーム部分と境界はり等の違いのほうが重要である。これらは、いずれも略算モデルで大略評価しうる。

4 まとめ

壁フレーム構造の弾性応力解析略算法のためのモデル化を提案し、これとマトリクス法による精算と比較した。各部材（はり）の応力は略算によりほぼ精度よく算定でき、むしろ、略算法の仮定による誤差より、ややあいまいに仮定されがちな基礎剛性の影響が大きい。ひびわれによる応力再配分を認める立場の設計法では、特に構造計画、略設計の段階で十分適用可能であると考えられる。

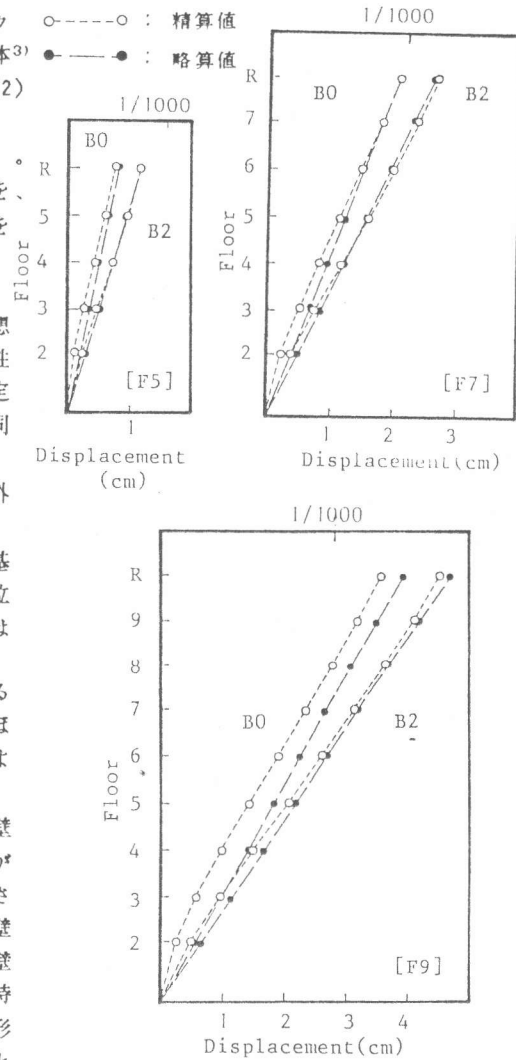


図4 変形モード

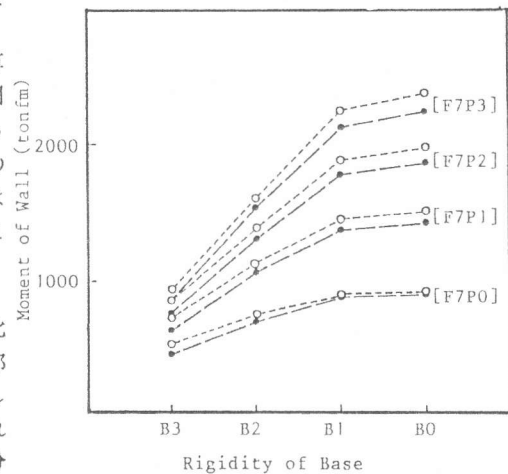


図5 壁脚のモーメント

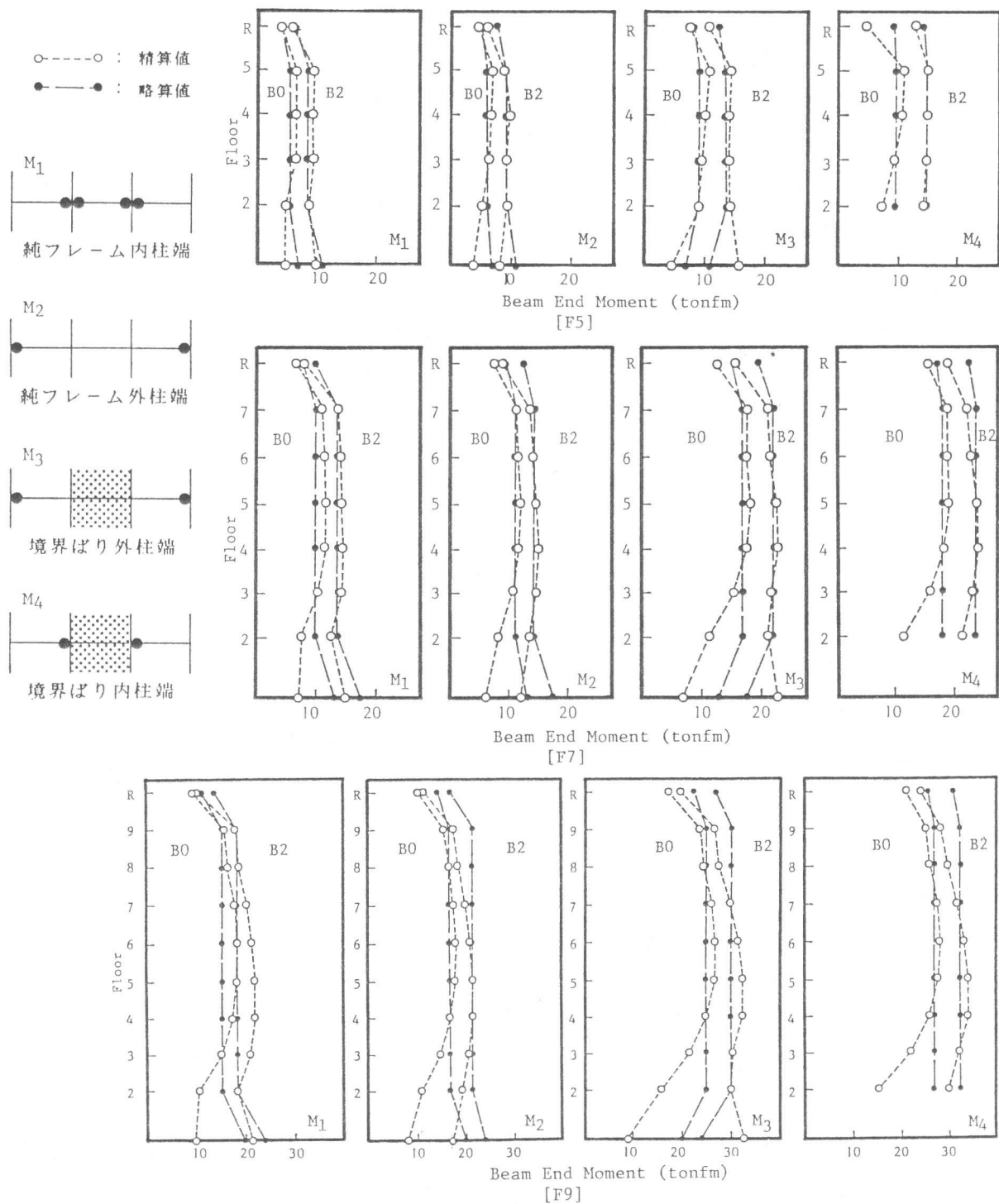


図6 はりのモーメント

<謝辞>

論文作成に御協力いただいた横浜国立大学大学院梅山佐敏氏に感謝します。

<参考文献>

- (1) Rosenblueth, E. and I. Holtz : Elastic Analysis Shear Walls in Tall Buildings, Journal of ACI, Vol. 57, No. 6, 1960.
- (2) 大沢、洪：境界効果をともなう連層耐震壁の横力負担ならびに応力分布に関する理論的研究（その1）（その2）、日本建築学会論文報告集69号、1961年10月
- (3) 上之蘭隆志、芳村学、壁谷沢寿海他：一日米共同研究－鉄筋コンクリート造実大7層試験体の耐震性に関する研究（その1）～（その3）、第6回日本地震工学シンポジウム講演集、1982年12月