

[187] ランダム起振をうける RC 構造物の固有ベクトル及び剛性マトリックスの同定

正会員 ○ 伊 沢 二 朗 (名古屋大学大学院)
 正会員 田 辺 忠 顕 (名古屋大学工学部)

1. はじめに

近年、大型の重要施設が RC 構造物として作製されるすうせいにあるが、その耐震設計は動的な応答解析に基づいて行なわれる場合が多い。その場合 RC 構造物の断面形状から質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスの各振動係数マトリックスを導き、適当な履歴法則を仮定して行なうのであるが、構造物が複雑な場合、あるいは振動が多方向にわたる場合では、構造物各点での振動応答を十分に精度よく推定することが困難と考えられる。これは部材剛性の推定誤差、履歴法則の仮定の誤差ねじりの影響の不明確さ、あるいは減衰定数の仮定の誤差等に起因するものと思われる。

本研究では最近の振動パラメータ同定手法を応用し、実際の地震時での RC 構造物の挙動を考慮したランダム起振実験の結果より、各破壊段階での振動パラメータを同定した。このようにして得られた振動パラメータのデータが集結され、部材断面から計算された振動パラメータとの比較から、その際の原因が究明され、さらに各破壊段階ごとの剛性マトリックス変化の的確なモデル化がなされれば、より良い振動モデルが得られることとなり、振動解析の精度が一段と向上するものと考えられる。

2. 振動パラメータ同定理論

一般の粘性振動は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、M、C、Kは質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスの各マトリックスを、x、fは変位、外力のベクトルである。

式(1)の固有方程式は次式で表される。

$$p \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \{\psi\} + \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \{\psi\} = \{0\} \quad \{\psi_r\} = \begin{Bmatrix} p_r \{U_r\} \\ \{U_r\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここにPr、Urはそれぞれr次の固有値、固有ベクトルである。また、固有ベクトルの直交性より次式が得られる。

$$\{\psi_q\}^T \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix} \{\psi_r\} = \begin{Bmatrix} a_r \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{\psi_q\}^T \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix} \{\psi_r\} = \begin{Bmatrix} b_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} (\text{for } q = r) \\ (\text{for } q \neq r) \end{matrix} \quad (3)$$

式(3)より式(1)の定常正弦起振の場合の解は $f = \exp(i\omega t)$ 、 $x = X \exp(i\omega t)$ として次式のように表される。

$$\{X\} = \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{\{U_r\}^T \{F\} \{U_r\} (-\omega^2)}{a_r(i\omega - p_r)} + \frac{\{\bar{U}_r\}^T \{F\} \{\bar{U}_r\} (-\omega^2)}{\bar{a}_r(i\omega - \bar{p}_r)} \right\} = \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{\{V_r\}(-\omega^2)}{i\omega - p_r} + \frac{\{\bar{V}_r\}(-\omega^2)}{i\omega - \bar{p}_r} \right\} \quad (4)$$

ここに、 ω は起振円振動数、また $V_r = \alpha_r U_r$ 、 $\bar{V}_r = \alpha_r \bar{U}_r$ である。

2.2 固有ベクトルの同定

次に、定常正弦起振に対する系の応答を得て、その系の固有ベクトルを決定する手法について述べる。系の応答としては、振幅応答と位相応答、すなわち複素応答が得られているものとする。前節で述べた理論応答解を回帰曲線とし、実測応答値との差を誤差として、最小二乗法により固有ベクトルを決定する。

起振円振動 ω ($l=1 \sim L$)における観測点J ($l=1 \sim J$)の振動数領域での実測応答値 \dot{Q}_{jl} とし、理論応答解 \dot{X}_{jl} との誤差を $E_{jl} = \dot{Q}_{jl} - \dot{X}_{jl}$ で表すと E_{jl} の絶対値の二乗和をとった値 E_t^2 は次式のように表される。

$$E_t^2 = \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L (\dot{Q}_{jl} - \dot{X}_{jl}) (\bar{Q}_{jl} - \bar{X}_{jl}) \quad (5)$$

E_t の各測点方向の勾配をとり、個別にJ個の連立方程式を解くことにより式(4)における V_r を求めることができる。一方、仮定によりFも既知であり、式(3)における $\alpha_r = 1$ を満足するように U_r を決定す

ること、J個の測点N次までの複素固有ベクトルが決定される。

2.3 剛性マトリックスの同定

剛性マトリックスを同定する方法は種々考えられるが、本研究においては部材断面形状から計算される振動係数マトリックスの中で質量マトリックスが最も正確な値をとると考え、Mを既知と仮定することにより、以下に述べる方法で剛性マトリックスを算出する。

2.4 ランダム起振実験データの変換

次節で述べる本研究における実測応答加速度は、ランダム起振実験により得られる時間領域での加速度である。したがって、この実測値を先に述べた定常正弦起振における振動パラメータ同定理論に適用させるため、時間領域での入力地震波データ、応答加速度データをフーリエ変換し、以下の処理を施すことによって定常正弦起振実験を行ったとした場合の実験データに変換する。振動パラメータ同定の際には、その系の応答として振幅応答と位相応答が必要である。

振幅応答については次式を適用する。

$$\text{Amp} = S_1 / S_0 \quad (6)$$

ここに、 S_1, S_0 はそれぞれ、ある振動数における入力地震波、実測応答加速度のフーリエスペクトル値、Amp はランダム起振実験データを定常正弦起振実験データに変換した場合の振幅応答である。

また、位相応答については次式を適用する。

$$\phi = \phi_0 - \phi_1 \quad (7)$$

ここに、 ϕ_0, ϕ_1 はそれぞれ、フーリエ変換より求めたある振動数における入力地震波、実測応答加速度の位相角、 ϕ はランダム起振実験データを、定常正弦実験データに変換した場合の位相応答である。式(6),(7)よりランダム起振実験データを、近似的に大きさ1の定常正弦起振をかけたとした場合の複素応答値Qに変換して振動パラメータ同定の際に使用した。

3. RC 2層ラーメン模型によるランダム起振実験

本研究の目的は、広範なシリーズの一部とゆうものであって、この実験の結果のみから一般的結論を得ることを目指してはいないことをことわっておく。しかし、得られた結果の一部は、一般性の有り得るものも認められた。

3.1 供試体

実験に使用した供試体は、図1に示す通り高さ110cm、幅80cmの正方形2層立体ラーメンである。柱は4本とも7×7cmの同形、中層ばりはせん断剛性を小さくするためにI型断面を有し、その詳細は表1に示す通りである。

実験時には供試体天端スラブに片側950Kg 反対側550Kgと偏心をかけたウェイトを載荷した。即ち、起振時において本供試体は、加振方向、加振直角方向、及びねじれ方向の振動を有した、複雑な3次元的振動となっている。

3.2 実験概要

供試体を終局振動破壊実験装置上に設置し、入力地震波として名古屋近辺の地盤を考慮した模擬地震波を入力した。地震時には、模擬地震波の最大加速度を100gal,200gal,300gal,400gal,500gal,600gal,700gal,900galになるように拡大して、8回にわたる起振実験を繰り返した。

測定項目としては、各段階での加振実験後の供試体

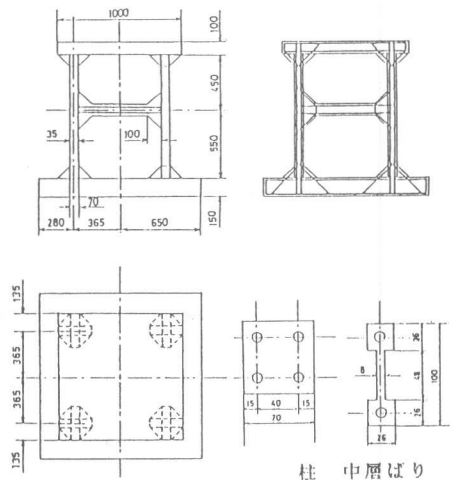


図1 供試体寸法、及び柱、中層ばりの断面図

表1 柱、中層ばりの諸量

	柱	中層ばり
断面積 (cm ²)	49.0	17.36
鉄筋	S035.010	S035.010
鉄筋比 (%)	5.82	8.22
E _c (kg/cm ²)	255000	255000
E _s (kg/cm ²)	2100000	2100000

各部での破壊状況、及び加振時での供試体天端スラブ中央での加振方向、加振直角方向、ねじり方向の応答加速度とした。

3.3 実験結果

振動実験の結果、最大加速度100gal入力時に加振方向の中層ばりにせん断クラックが生じその剛性が低下し、この加振によって本供試体は加振方向には、1層ラーメン構造系に近くなったようである。また、最大加速度400gal入力によって、加振直角方向の中層ばりにも新たにクラックが発生し、加振直角方向の剛性もこの加振によってかなり低下したものと考えられる。さらに、最大加速度700gal入力によって偏心側柱下端部が破壊した。そして、最大加速度900gal加振時に、柱全てが下端部でねじり破壊をして供試体は崩壊した。

4. 振動パラメータ同定結果、及びRC供試体における剛性低下の特徴

4.1 振動パラメータ同定結果

振動パラメータ同定手法により、本実験で得られた最大入力加速度100gal,400gal,700gal加振時での入力地震波、及び実測応答加速度から、それぞれの段階での振動パラメータを同定した。

図2 a に部材断面から計算した本供試体の初期状態での1時の固有ベクトルを、またb～d にそれぞれの加振段階において同定された1時の固有ベクトルを複素平面上に描いた図を示す。この図において、横軸は実部、縦軸は虚部を表わし、両軸とも対数目盛りがとってある。ここで、同定理論を適用するにあたっては、各破壊段階ごとに等価な線形系として取り扱っていることに注意する必要がある。

図2 a に示した部材断面形状から計算した固有ベクトルにおいては、特定の構成要素が非常に卓越しており、他の要素はそれに比べかなり小さな値となっている。しかし、b～d に示した実験結果より同定した固有ベクトルはどれも、3方向とも比較的大きな成分を有した固有ベクトルで、これは実際の振動が初期の段階から1方向加振に対して3方向に振動していることを示している。

各起振段階において同定された1次モードについて加振方向、加振直角方向、ねじり方向の成分の大きさの比に着目すると、最大入力100gal加振においてはそれが約1:0.06:0.002であるに対し、最大入力400gal加振時にはその比が、約1:0.07:0.002となっている。加振直角方向の成分が大きくなったのはこの加振によって、加振直角方向の中層ばりにクラックが生じ、その方向の剛性が低下した事を忠実に表わしている。同様の事が最大入力700gal加振についても言え、この段階においてはその比が、約1:0.2:0.006 となっており、ねじり方向の成分の増加が著しい。これは、次の最大入力900gal加振時に本供試体がねじり破壊した事実と一致している。

次に、固有ベクトルの各成分のなす角度について着目すると、従来のMK型で取り扱った固有ベクトルが実ベクトルで図2 a に示したように一直線上に並ぶのと同様、各起振によって得られた1次の固有ベクトルは、いずれもある程度位相角は有るが、ほぼ一直線上に並んでいる。これはRCの実構造物の振動挙動の上で1次モードが最も支配的である場合には、減衰を比例減衰として取り扱い得ること、また即ち、複素固有値問題として取り扱わなくてもよい事の妥当性を示唆していると考えられる。

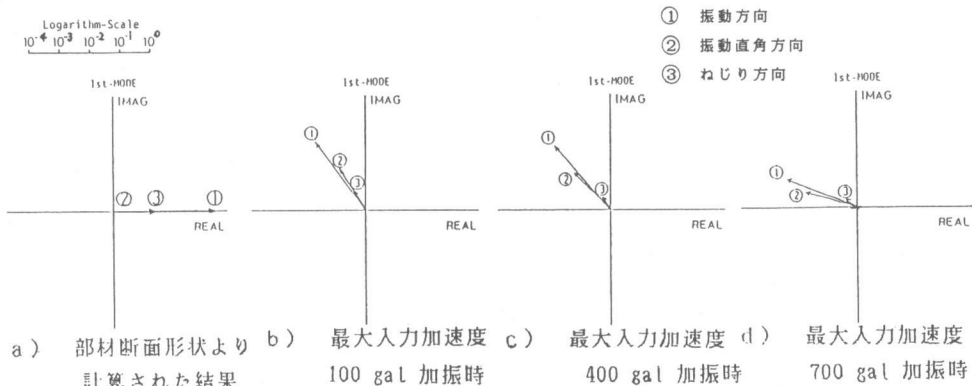


図2 部材断面形状から計算された1次固有ベクトル、及び実験結果より同定された各起振段階における1次固有ベクトル

4.2 剛性低下の特徴

次に角各モード間の相関を調べるため、各起振段階で同定された剛性マトリックスの主対角成分、及び非対角成分の相関の変化を3次元的に描いた結果をそれぞれ図3 a, bに示す。この図で添字 x は加振方向、 y は加振直角方向、 θ はねじり方向の成分を表わしている。

主対角要素についての図3 a は、各々の方向ごとの相関を表わしているもので、プロット点が少ないため判然とはしないが、その変化の過程は3つの領域に分けられると考えられる。図中○の領域では加振方向、ねじり方向の剛性が低下しているが、加振直角方向の剛性は低下していない。また○の領域では、3方向とも剛性が低下し、そのうち加振直角方向の剛性低下が著しい。○の領域においては他の2方向の剛性が殆ど低下していないのに対し、ねじり方向の剛性が非常に低下している。以上は偏心した構造物が地震動を受けた場合、まず、その振動方向の剛性が低下し、それに伴ってねじれ方向の剛性が低下し、さらにそのねじれ剛性低下の影響によって振動直角方向の剛性も低下する。そして、これらの方向中、じん性の最も小さい方向に関する破壊によってその構造物が破壊するという一つの破壊過程を示していると考えることができる。このことは、ねじれ方向の剛性低下が地震動以外の方向における剛性に関しても大きな影響を及ぼすことを示唆しており、また、いわゆる剛性低下を表わす履歴法則も、異なった方向相互のinteraction 考慮しなければならないことを示している。

非対角要素の成分の変化を表わした図3 b を見ると、初期状態においてはその成分は全て0である。しかし、破壊初期の段階においては、それが各方向とも非常に大きくなり、破壊が進展するにつれてそれがある2軸で構成される面へ向かうという過程をとっている。この過程の上で、破壊がさらに進み、その面に到達した時、その面に垂直をなす軸の成分が0となり、その軸が表わす2方向の相関が全く無くなり、それは即ち、その構造物が崩壊する事を表わしていると考えられる。これらのことは、本実験のみからは明らかではないが、それがRC構造物の耐震安全設計を考える上で有益な情報を与えるものと思われる。

5 まとめ

橋梁によく使用されるRC立体ラーメンに対して、ランダム起振実験より振動破壊を生じさせ、各破壊段階における振動パラメータを同定した。その結果から、各破壊段階ごとの固有ベクトル、振動破壊モードごとの剛性低下の相違、相関等の基礎的資料が得られた。これらはRC構造物の振動モデル構築の上で有益な情報を与えるのであって今後、同種の実験、解析をシステムティックに行うことにより、より一般的な結論を導きたいと考えている。

6 参考文献

- 1) 戸川隼人：有限要素法振動解析、サイエンス社
- 2) 花田和史、上島照幸：強制振動実験データ分析手法、電力中央研究所報告
No.377024 (1978)
- 3) 大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門
- 4) 伊沢二郎：コンクリート構造物における振動破壊柱状とエネルギー吸収能
名古屋大学工学部土木工学科卒業論文 No 84007(1984)

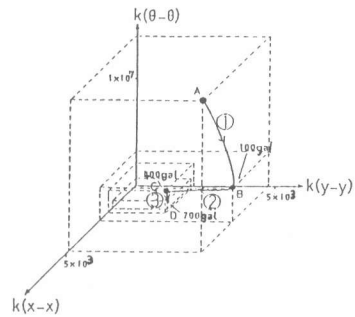


図3 a 同定された剛性マトリックスの主対角要素の相関関係

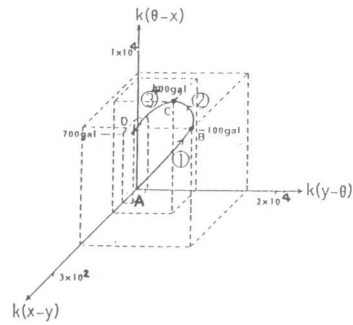


図3 b 同定された剛性マトリックスの非対角要素の相関関係