

[1023] コンクリートの強度分布の確率特性

正会員 ○大岸佐吉 (名古屋工業大学)
 正会員 小野博宣 (中部大学工学部)
 正会員 棚橋 勇 (名古屋工業大学)

1. まえがき

材料強度のバラツキは、構造部材の安定率設定のうえで重要である。従来コンクリート強度の分散を正規分布で扱うことが多かった。しかしコンクリートは元来不均質な組織であり、内部構造上のランダム性に基因するバラツキを本源的にもつ。従ってこの破壊現象は本質的に確率現象であり、強度の分散は材料の固有値であると考えられる。現在コンクリート強度の確率論的考察には、(1)直列モデル〔文献1-6〕、(2)並列モデル〔7-13〕、(3)複合モデル〔14〕などの提案がある。著者〔15、16〕もセメント系硬化体の確率論的検討の一部を既に報告した。

本研究は、コンクリートの曲げと圧縮の両強度分布を2母数ワイブル分布により検討し、ワイブル定数に及ぼす試料寸法、骨材粒径、粗骨材容積および空隙率の各影響を実験的に解明し、併せて強度の変動係数とワイブル係数との実態関係について検討したものである。

2. 確率統計処理

ワイブル分布関数は、応力が等分布の場合は確率分布関数 $P(s)$ が次式で表わしうる。

$$P(s) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{\sigma - \sigma_U}{\sigma_0} \right)^m \cdot V \right\} \quad \sigma < \sigma_U \quad (1)$$

ここに s : 確率変数、 σ : 応力の分布、 σ_U : 破壊応力の下限值、 m : ワイブル定数、 V : 試料の体積、 σ_0 : σ_U 、 m 、 V で定まる定数。

いま応力が不等分布の場合は、試料内の各点の応力 σ を最大応力 σ を最大応力 σ_R に対する比 (σ/σ_R) で表わすと、

$$P(\sigma_R) = 1 - \exp \left[- \left\{ \left(\frac{\sigma_R}{\sigma} \right) \cdot \Gamma \left(\frac{m+1}{m} \right) \right\}^m \right] \quad (2)$$

式(2)の Γ は下記の如く定義したガンマー関数である。

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty \exp(-x) \cdot x^{z-1} dx \quad (3)$$

式(3)の両辺を2度対数をとると、

$$\ln \ln \left(\frac{1}{1-P} \right) = m \cdot \ln \sigma_R + m \cdot \ln \left\{ \Gamma \left(\frac{m+1}{m} \right) / \bar{\sigma} \right\} \quad (4)$$

たて軸に $\ln \ln (1/(1-P))$ をよこ軸に $\ln(\sigma_R)$ をとり、両者の関係が直線になればワイブル分布に従う。

いま確率強度 σ での実測破壊確率を P とすると、

$$P = n / (N + 1) \quad \text{または、} \quad P = (n - 1/2) / N \quad (5)$$

ここに、 N : 試料総数、 n : σ で破壊する弱いものから数えて n 番号、2母数のワイブル分布は次式で示される。本研究では式(5)の前者を使用する。

$$P = 1 - \exp(-b \cdot \sigma^m) \quad b > 0, m > 0$$

つまり $\ln(1-P) = -b \sigma^m \quad (6)$

よって $\ln(-\ln(1-P)) = \ln b + m \cdot \ln \sigma \quad (7)$

実測破壊強度値から最小2乗法で m を解析的に求めると、 $\partial f / \partial m = 0$ 、 $\partial f / \partial b = 0$ より

$$m = \frac{\sum (Y_n \cdot \ln \sigma_n) - (1/N) \sum \ln \sigma_n \cdot \sum Y_n}{\sum (\ln \sigma_n)^2 - (1/N) \sum (\ln \sigma_n)^2} \quad (8)$$

ここに $Y_n = \ln [1 / \{1 - n / (N + 1)\}]$

$$b = [(\sum Y_n - m \sum \ln \sigma_n) / N] \quad (9)$$

本研究では、ワイブル定数 m 、及びワイブル紙上のたて軸切片 b を式(8)と式(9)で求めた。

3. コンクリート強度分布の実態

使用細骨材径 2.5 mm、 $f. m. = 2.67$ 、粗骨材径 20 mm、 $f. m. = 6.23$ 、重量調合比 $C/W/S/G = 1/0.6/2.75/3.23$ 、試料寸法 $10 \times 10 \times 43$ cm の普通セメントコンクリートの供試体 41 個を作成し、水中養生、材令 56 日で曲げスパン $S_1 = 40$ cm、はり中央での 2 点集中荷重間隔 $S_2 = 10$ cm で曲げ破壊強度 σ_b を求め、また破片で圧縮強度 σ_c を測定した。

図 1 は、41 個の供試体強度のワイブル確率紙上でのプロットを示す。 σ_b 、 σ_c ともに直線状で式(7)のワイブル分布に従うことが認められる。この実測より得た m と変動係数 v は下記の如くである。

曲げ： $\sigma_b = 2.76 \sim 4.29$ 、 $\bar{\sigma}_b = 3.56$ (N/mm²)、 $m_b = 12.2$ $v_b = 9.3\%$

圧縮： $\sigma_c = 29.6 \sim 35.4$ 、 $\bar{\sigma}_c = 32.5$ (N/mm²)、 $m_c = 20.2$ $v_c = 5.1\%$

圧縮の m は、曲げより可成り大きく、 v は逆に圧縮の方が曲げより小さく既往諸文献の傾向と同一である。図 2 は 41 個の強度資料のうちから、無作為に n 個を抽出して求めた m_b と抽出数 n との関係を示す。抽出数を増すと、 m は次第に値 12.2 に収れんする。これにより、信頼できる強度の統計値をうるに必要な最小試料数は約 20 個とみなすことができる。よって本研究では以下の諸実験の試料数を便宜上 18 ~ 20 個とした。

4. 実験方法

実験項目と各実験計画の主要概要は以下の如くである。各実験共通事項は、コンクリート供試体は水中養生とし、すべて湿潤状態で試験。はり高さ D 、曲げスパン $S_1 = 4D$ 、2 点集中荷重間隔は、 $S_2 = D$ とする。試料の基本重量調合は $C/W/S/G = 1/0.5/1.89/2.84$ 、打込には個人的な技術差が入らぬように留意した。

(1) m の供試体寸法 (D) 依存性：正方形断面 $D = B = 75, 100, 200, 300$ mm の 5 水準とする。調合は 3 章に同じ。試料数は 18 ~ 20 個、(B ：はり幅、はり長さ $l = 4D + 3$ cm)

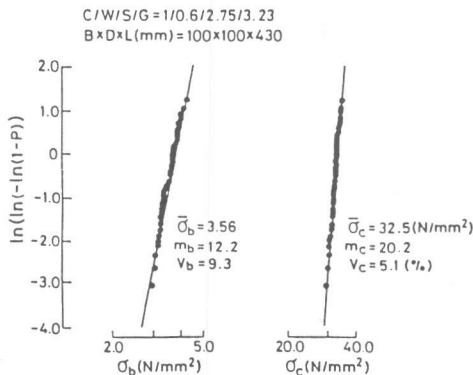


図1 コンクリート試料 41 個の強度分布

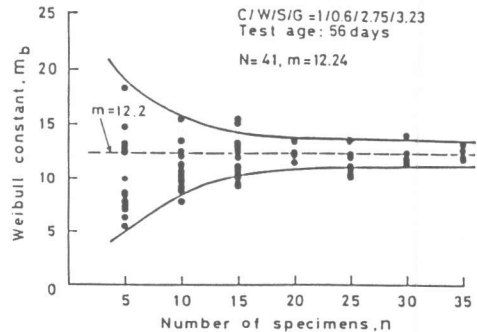


図2 抽出試料数 n とワイブル定数 m の関係

- (2) mの骨材径(d)依存性：骨材最大粒径 $d = 1.2, 5, 10, 20, 30$ mmの5水準とする。使用骨材の粒度分布を図3に示す。粒度効果を識別し易くするため試験対象粒径のものを全骨材量の60% / wt に調整した。モルタルの調合は、 $C/W/S = 1/0.5/1.89$ またコンクリートでは、 $C/W/S/G = 1/0.5/1.89/2.84$ である。各使用骨材の f_m は図3に記載したとおりである。
- (3) mの骨材容積 (V_g/V_c) 依存性： $(V_g/V_c) = 0, 20, 40, 60\%$ の4水準とする。モルタルの調合は $1/0.5/2.1$ で一定とし、これに粗骨材を計量量添加した。
- (4) mの空気量(v)依存性：起泡剤を使用。試験空気量 $v = 1.2, 6.5, 9.0, 12$ (% / vol) の4水準とする。調合は $C/W/S/G = 1/0.5/2.1/2.87$
- (5) mの水セメント比依存性： $W/C = 0.5, 0.6, 0.7$ の3水準。調合は各個に決定。使用試験機は変形制御型オートグラフで、戴荷速度は 1.6×10^{-3} mm/s 一定とした。

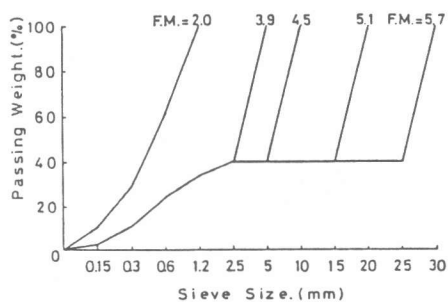


図3 試験項目2の使用骨材粒度

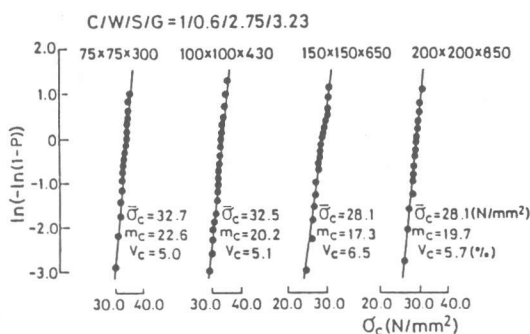


図4 供試体寸法別の圧縮強度分布

5. 実験結果と考察

5.1 供試体寸法依存性

図4はワイブル紙上でのコンクリートの圧縮強度 σ_c の分布を供試体寸法別に描いたものである。プロットは比較的よく直線状となり、式(7)に適合しワイブル分布が適用できるといえる。曲げ強度の図を省略するが、同様に低応力から高応力域まで直線関係を示すことを確認した。

図5は供試体寸法Dとコンクリートの曲げ強度のワイブル定数 m_b との関係を示す。大寸法ほど m_b は増大し組織の巨視的均質度がさらに高まることがわかる。また曲げの変動係数 V_b は m とは逆に大寸法ほど減少することが認められ、両者間に整合性がある。圧縮の

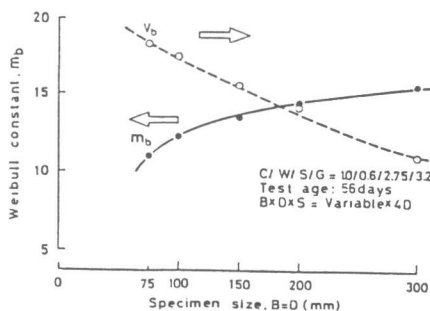


図5 m_b の供試体寸法依存性

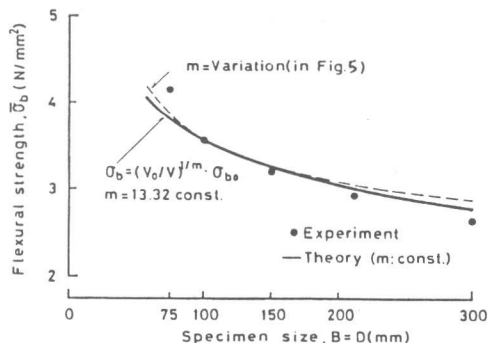


図6 σ_b の m 依存性の理論と実験の比較

場合の m_c のD依存は図4中に数値で示した如く、両者間に明確な関係は見出されていない。ただ $m_c > m_b$ である。

谷川ら[17]は、コンクリートの曲げ強度の均質性指標 β_b は大寸法ほど増大するが、圧縮の β_c は寸法と明確な関係がない結果を報告している。この点は本実験と同じ所見である。しかし山田ら[18]は、角柱供試体に関する圧縮強度の β_c は大寸法ほど増大すると述べており、この見解は定性的にみて妥当であると考えられる。

強度の寸法依存に関する研究は文献を特定するまでもなく、過去に多数の報告があり、大寸法ほど強度が低下することは既によく知られている。この現象の理由付けは、材料に存する欠陥分布の確率統計論に基づき説明される。一般に完全脆性型破壊では強度の寸法効果は次式で表わされる。(横堀：『材料強度学』p.334)

$$(\sigma/\sigma_0) = (M_0/M)^{1/m} \quad \text{つまり} \quad \sigma = (V_0/V)^{1/m} \cdot \sigma_0 \quad (10)$$

ここに σ : 破壊強度、 M : 試料容積、 σ_0 : 基準のサフィックス、 m : ワイブル定数

式(10)において、本実験の結果図5におけるワイブル定数の平均値を $m = 13.3$ とみなし、また曲げ区間容積の基準値 V_0 として $10 \times 10 \times 40$ cmを選び、計算により求めた理論強度の寸法依存を図6の曲線で示す。くろ丸印は曲げ強度 σ_b の実測値である。両者は傾向的によ一致を示しており、式(10)が妥当である。式(10)は m が小さいほど、寸法依存が顕著となる。三橋[5]もコンクリートの引張・曲げ・圧縮の $(\beta + 1)$ 依存を検討し、同種の結果を得ている。

5.2 m の骨材粒径(d)依存性

本実験には図3の連続粒度組成をもつ骨材を使用した。

図7はコンクリートの骨材最大粒径(d)と曲げ強度の m_b の実験関係を示す。 m_b は d に明白に依存し、骨材寸法が増すほど m_b は直線的に減少する。コンクリートが大径骨材ほど不均質となることが確率的にも明確であり、妥当である。このことは山田ら[18]が直方体コンクリート試料に関する圧縮強度の β_c についても同様の結果を示している。本実験では、骨材最大径 d に対する試料断面寸法比 $(D/d) = 2.5 \sim 125.0$ をcoverしてい。

図8は単一粒径骨材コンクリートの圧縮強度の m_c と (D/d) の関係を筆者の報告[16]から転載したものであるが、この結果に基づき、 m は $f. m.$ をパラメータとして式(11)で表わされる。

$$m = C(f. m.) + k \log(D/d) + B \quad (1 < f. m. < 5) \quad (11)$$

ここに C 、 k 、 B は実験常数である。各値は次の如くである。

圧縮 $C = 10.0$ 、 $B = -47.0$ 、 $k = 27.6$

曲げ $C = 3.0$ 、 $B = -10.8$ 、 $k = 13.5$

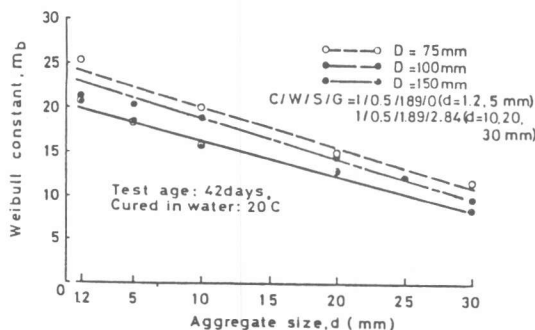


図7 m_b の骨材粒径依存

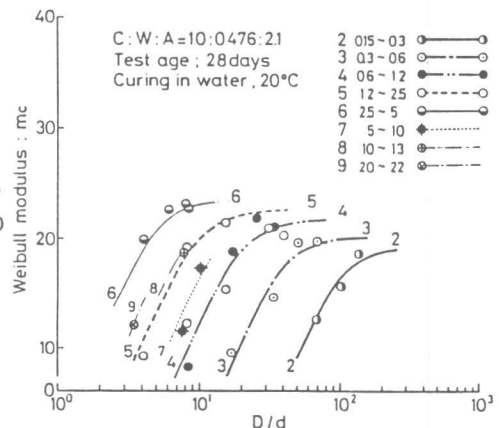


図8 単一粒径骨材コンクリートの($m_c \sim D/d$)

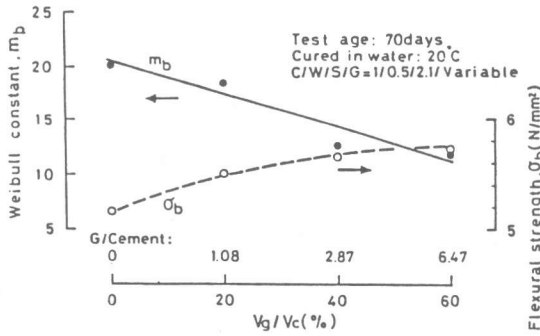


図9 m_bとσ_bの粗骨材容積比依存

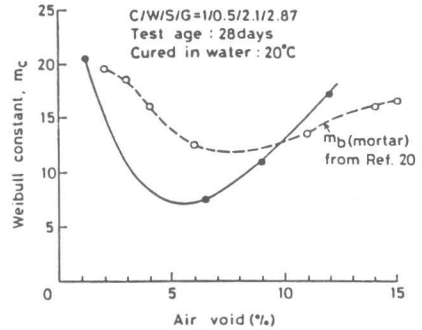


図10 m_cの空気量依存

5.3 mの粗骨材容積比 (V_g/V_c) 依存

図9はコンクリートの粗骨材容積比 (V_g/V_c) と曲げ強度σ_b、およびm_bとの関係を示す。曲げ強度はV_g/V_cの増加と共に増大するが、m_bは逆にほぼ直線的に大幅に低下する。単位粗骨材量の増加は、組織を甚だしく不均質にするものと考えられる。圧縮強度σ_cがV_gと共に増大することは川上、Hobbs [9] その他の研究者が既に報告している。谷川ら [19] はV_g/V_c=0.15~0.45の範囲において10φ×20cm供試体の圧縮強度のβ_cは(V_g/V_c)に依存しないと報告しており、本実験の所見とは異なっている。依存があるとみるのが適当ではなかろうか。

5.4 mの空気量 (v) 依存

図10はコンクリートの空気量と圧縮強度のm_cとの関係を示す。

m_cはv=5%/vol近傍に最小値をもち、これ以上に空気量が増すとm_cは再度増大する傾向がある。同図中には筆者 [20] がかつて報告したモルタルについての(m_b~v)関係を点線で併記した。両者は同じ傾向を示しており、本実験結果が妥当なものと考えられる。

コンクリートのmの空気量依存の研究例は殆んどないが、セメントペーストに関する文献 [13] では、不均質係数β_b、β_cはともに空気量と共に増大すると述べており、本実験と同じではない。

5.5 mの水セメント比 (W/C) 依存

図11はW/C=50、60、70%のコンクリートにおけるm_c、m_b両者の(W/C)依存を示す。本測定によればコンクリートのワイブル定数mは水セメント比に無関係であり、一定値をとると考えられる。しかしHobbs [15]はW/C=0.35~0.71の範囲で圧縮のm_cはW/Cの増加につれ低下すると述べており、永松 [21]は、モルタルの圧縮の変動係数v_cはW/Cに対し変化がなく、おおむね一定であると報告している。しかしv_bはW/Cの増加で低下する結果を示している。

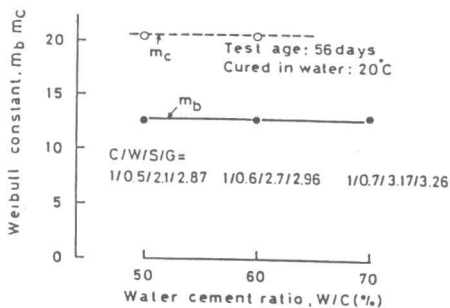


図11 mの水セメント比依存

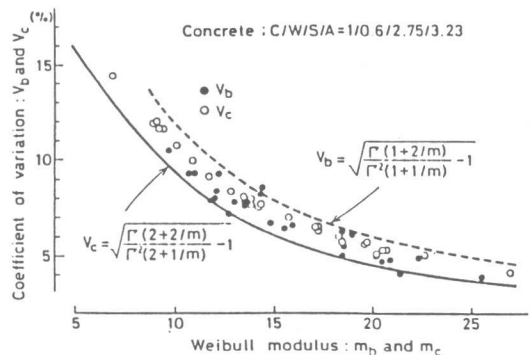


図12 変動係数vとワイブル定数mの関係

5.6 mと変動係数vの関係

ワイブル定数mと変動係数vの関係は圧縮と曲げについて、それぞれ下式で示される。

$$\text{圧縮: } \left[\frac{\{\Gamma(2+2/m)\}}{\{\Gamma^2(2+1/m)\}} \right] - 1 \quad (12)$$

$$\text{曲げ: } \left[\frac{\{\Gamma(1+2/m)\}}{\{\Gamma^2(1+1/m)\}} \right] - 1 \quad (13)$$

図12の2曲線は式(12)および(13)の関数を示す。同図中の黒丸は曲げ、白丸は圧縮の各強度についての本実験における多数のコンクリート試料についての(m-v)関係の実測値をプロットしたものである。これによれば両者の関係は比較的良好に各式に適合していると考えられる。永松[21]は少ない試料数では v_b は式(13)によく一致したが、 v_c は分散したと報告している。

6. 結 論

コンクリートの強度分布に関するワイブル定数検討の結果は、次の如く要約される。

- 1) コンクリートの強度分布はワイブル分布に従う。すなわち強度分布は確率論的には材料の特性に基づく固有値と理解され、単純なバラツキではない。
- 2) 信頼できるワイブル定数をうるに必要な最小試料数は約20個である。 m_c は m_b より大きい。
- 3) コンクリートの試料寸法が大きいほど m_b 値は高まる。使用する骨材径が20mmでは、確率論的に必要な最小試料断面寸法は約40cmであるとみなされる。
- 4) ワイブル定数mは骨材径に依存し、大粒径骨材ほどm値は低下し、変動係数が増す。安定なmを与える(D/d)の限界値は骨材径により異なる。
- 5) 粗骨材容積比を増すと、強度は増大するが、 m_b は低下し、不均質性が著しくなる。
- 6) m_c は空気量の影響を受ける。また本実験の範囲においてmは水セメント比に依存しない。
- 7) 変動係数vとワイブル定数mとの実測関係は式(12)と式(13)によく合一する。

謝辞 本研究は文部省科研・総合研究A(Na 60302070)および試験研究1(Na 61850105)によったものである。また実験には山田技官および学生、西岡・原内・松田の諸氏の助力をえた。

文献(Refereneces)

- 1) Tucker, J. J.; Proc. of ASTM, 41, 1072-1088 (1941).
- 2) Epstein, D.; J. Appl. Phys., 19, 140 (1948).
- 3) Hori, M.; J. of phys. Soci., Japan, 14, 10, 1444-1452 (1959).
- 4) Hori, M.; RILEM Bull. 11, 73-81 (1961).
- 5) 和泉正哲, 三橋博三; 日本建築学会論文報告集, 287, 1-13 (1980).
- 6) 和泉正哲, 三橋博三; 日本建築学会論文報告集, 288, 1-12 (1980).
- 7) Daniels, H. E.; Proc. of the Royal Society, 183, 995, 405-435 (1945).
- 8) Weibull, W. The phenomenon of rupture in solids, Stockholm, Handlingar, No. 153, 55 (1939); and J. of Appl. Mech., 18, 293 (1951).
- 9) Hobbs, D. W.; Maga. of Conc. Res., 24, 80, 127-138 (1972).
- 10) kameswara Rao, C. V. S. and R. N. Swamy; Cem. and Conc. Res., 4, 4, 669-681 (1974).
- 11) 永松静也; 日本建築学会論文報告集, 200, 1-8 (1972).
- 12) Hasofer, A. M.; Inter. J. of Fract. Mech., 4, 4, 439-452 (1968).
- 13) 谷川恭雄, 山田和夫; 日本建築学会論文報告集, 267, 1-9 (1978).
- 14) 小阪義夫, 谷川恭雄, 山田和夫; 日本建築学会論文報告集, 347, 18-28 (1985).
- 15) 大岸佐吉, 小野博宣, 高津 学, 武田祥志; 第7回コンクリート工学年次講演会論文集 Vol. 7, 269-352 (1985).
- 16) 大岸佐吉, 小野博宣, 高津 学, 武田祥志; 第8回コンクリート工学年次講演会論文集 Vol. 8, 349-352 (1986).
- 17) 谷川恭雄, 山田和夫; セメント技術年報, 32, 221-224, 昭和53年(1978).
- 18) 山田和夫, 畑中重光; セメント技術年報, 33, 351-355, 昭和54年(1979).
- 19) 谷川恭雄, 山田和夫; 日本建築学会論文報告集, 286, 1-11 (1978).
- 20) 大岸佐吉, 小野博宣, 棚橋勇, 山田兼義; 第8回コンクリート工学年次講演会論文集 Vol. 8, 345-348 (1986).
- 21) 永松静也; 日本建築学会論文報告集, 240, 9-19 (1976).