

[1079] 鋼繊維補強コンクリートのひびわれ後の引張挙動に関する研究

正会員 横谷栄次 (関東学院大学工学部)

正会員 ○町田恭一 (関東学院大学工学部)

1. まえがき

セメントおよびコンクリートマトリックスが繊維によって補強された、繊維補強コンクリート部材 (以下FRCと呼ぶ) が引張を受けた時の力学的挙動は、主に線形破壊力学から導かれた繊維間隔則や複合材料混合則に代表される2つのアプローチによって推定されてきたと言える。しかし、今迄の理論研究はひび割れ発生強度や最大強度の推定に終始し、特に最大強度以降の力学的挙動を解析した例は見当たらない。この最大強度以降の力学的挙動は、FRCの靱性を調べることに對しても必要であるが、繊維で補強した鉄筋コンクリート部材の曲げやせん断挙動を解析する上でも必要なことである。

従って、本研究は一軸引張力を受けた不連続繊維で補強されたFRC部材における、ひび割れ発生以降の力学的挙動を調べるために、繊維のランダムな配向性を確率論的に取り扱い[1]、RC部材の付着すべり理論[2]を適用し、線形付着モデルを用いて算出した引張剛性および応力-ひずみ関係に対する定式化を行った。尚、この理論を用いてFRC部材の中で最も一般的である鋼繊維補強コンクリート(SFRC)について解析を行い、SFRC部材の一軸引張実験結果と比較検討を行った。

2. 不連続繊維補強コンクリートのひび割れ発生後の付着すべり効果

2.1 ランダム配向の一方向へのモデル化

短繊維で補強されたコンクリート部材では、繊維はマトリックス中に不連続かつランダムな状態で分散され、荷重の伝達は主として繊維とマトリックスの界面を通して行われる。ここでは、付着すべり理論を適用するために、繊維は一方向に配向され、しかもほぼ一様に分散すると仮定する。即ち、図1に示すように単軸部材中に長さ l_f 、直径 d_f を持つ短繊維が軸方向に一様に分散しているものとする。この部材の端部に、外部引張力 σ が軸方向に作用し、ひび割れが生じた場合、そのひび割れ面を横切る繊維本数を繊維の配向に関する確率分布によって求める。単位体積当りの繊維本数は、繊維体積率 V_f を繊維の体積 v_f で除すことによって得られる。

$$r_f = \frac{V_f}{v_f} = \frac{4V_f}{\pi d_f^2 l_f} \quad (1)$$

いま、図2に示すように、ひび割れ面A-AからXだけ離れた微小幅 dx を持つ区間B-Bに繊維の中心があり、繊維がひび割れ面に対して角度 ϕ を有する場合を考える。区間B-Bに繊維の中心をもち、ひび割れ面を横切る微小面積当りの繊維本数は、 $r_f \sin \phi \cdot dx \cdot d\phi$ である。また、繊維がひび割れ面を横切る領域は、 $0 \leq \phi \leq \phi_c (= \cos^{-1} 2x/l_f)$ であり、繊維の中心が区間B-Bに存在する領域は、 $0 \leq X \leq l_f/2$ で

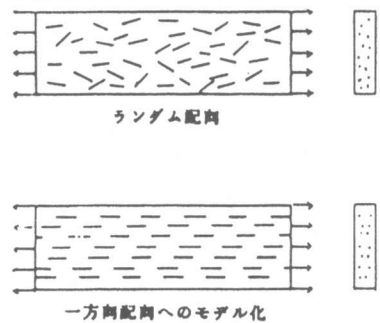


図1. ランダム配向の一方向へのモデル化

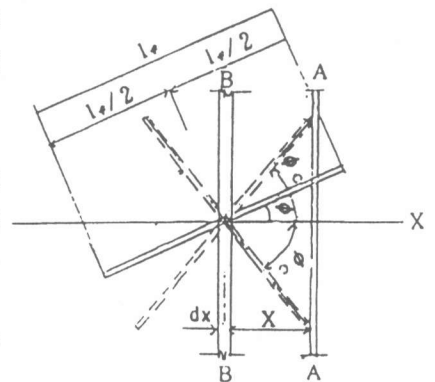


図2. ひび割れをまたぐ繊維と配向の関係

ある。これより、ひび割れ面を横切る繊維の総数は次式で与えられる。

$$N_f = 2r_f \int_0^{1\phi/2} \int_0^c \sin \phi d\phi dx \quad (2)$$

外部作用応力 σ が加わっても、繊維とマトリックスの間にすべりが生じない場合に、応力負担はどの繊維も同じであると考え、この力を F_f とするとひび割れ面を横切る繊維がひび割れ面に垂直に負担する平均応力は、(1)、(2)式を用いると次式で与えられる。

$$\sigma = (F_f \cos \phi) \cdot N_f = \frac{8V_f F_f}{\pi d_f^2 l_f} \int_0^{1\phi/2} \int_0^c \sin \phi \cos \phi d\phi dx = \frac{1}{3} \cdot V_f \cdot \sigma_f \quad (3)$$

ここで、 $\sigma_f = F_f / \pi d_f^2$ である。この(3)式は、ひび割れ面を横切る繊維がランダムの場合、一方向配向に比して応力伝達が1/3に低減されることを示している。従って、この1/3は一方向配向に対する低減係数と言える。

2. 2 ランダム配向FR C部材の複合効果

繊維が一方向と仮定した場合、図3に示すように任意点の微小要素 dx においてコンクリートには軸変位 du が生じ、繊維にはこの du に相対的なすべり変位 ds が付加される。従って、コンクリートおよび繊維のひずみは次式で与えられる。

$$\epsilon_c = \frac{du}{dx} \quad (4) \quad \epsilon_f = \frac{du}{dx} + \frac{ds}{dx} \quad (5)$$

一方、コンクリートおよび繊維のヤング係数を E_c, E_f とすると、それぞれの応力 σ_c, σ_f は

$$\sigma_c = E_c \cdot \epsilon_c \quad (6) \quad \sigma_f = E_f \cdot \epsilon_f \quad (7)$$

また、付着応力 τ_f とすべり変位 S の間には、次の線形関係が成り立つと仮定する。

$$\tau_f = K_f \cdot S \quad (8)$$

ここで、 K_f はコンクリートと繊維の間の付着すべりに関する定数である。

任意断面において、コンクリートおよび繊維の微小断面積を dA とすると、各々の軸方向力 N_c, N_f 、繊維の付着力 N_{bf} および作用引張力 P は(4)~(8)式を用いると、次式のように書き表せる。

$$N_c = \int_{Ac} \sigma_c dA = A_c \cdot \sigma_c = E_c \cdot A_c \cdot \frac{du}{dx} \quad (9) \quad N_f = \int_{Af} \sigma_f dA = A_f \cdot \sigma_f = E_f \cdot A_f \cdot \left(\frac{du}{dx} + \frac{ds}{dx} \right) \quad (10)$$

$$N_{bf} = \int_{Abf} \tau_f da = A_{bf} \cdot \tau_f = K_f \cdot A_{bf} \cdot S \quad (11) \quad P = \int_A \sigma dA = \sigma \cdot A \quad (12)$$

ここで、 A_c, A_f はそれぞれコンクリートおよび繊維の断面積、 A_{bf} は繊維の単位長さ当りの付着表面積、 A は繊維とコンクリートの断面積の和つまり全断面積を示す。

一方、コンクリートと繊維に生ずる内力と作用応力との釣り合い式は、仮想仕事の原理により求まる。全ひずみエネルギーは次式で与えられる。

$$\delta \pi_v = \int_1 \int_{Ac} \sigma_c \delta \epsilon_c dAdx + \int_1 \int_{Af} \sigma_f \delta \epsilon_f dAdx + \int_1 \int_{Abf} \tau_f \delta \epsilon_c dAdx \quad (13)$$

ここで、 l は繊維の長さを示す。

また、軸方向における微小仮想変位 δu に対する作用応力 σ による仮想仕事は次式となる。

$$\delta \pi_\epsilon = \int_1 \sigma (\delta u + \delta s) dA \quad (14)$$

上の(13)、(14)式を最小仕事の原理 $\delta \pi_u - \delta \pi_\epsilon = 0$ に代入し、(4)、(5)式および(9)~(12)式を用いて部分積分を行えば、次式が得られる。

$$[N_c + N_f - P - \int_1 (N_c' + N_f')] dx \delta u + [N_f - P - \int_1 (N_f' - N_{bf}') dx] \delta s = 0 \quad (15)$$

ここに、 N_i' ($i=c, f$)におけるプライム符号は、 X に関する導関数を意味する。

従って、任意の仮想変位に対して、(15)式が成立するための必要十分条件として、各々2個の内力に関する釣り合い条件式と力学的境界条件式が得られる。

釣り合い条件式として

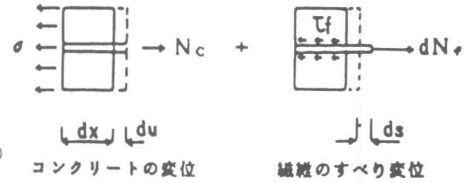


図3. FR C部材の微小要素における変位

$$N_c' + N_f' = 0 \quad (16)$$

$$N_f' - N_{f,f} = 0 \quad (17)$$

力学的境界条件式として

$$N_c + N_f = P \quad (18)$$

$$N_f = P \quad (19)$$

上の(18)式で得られたコンクリートと繊維に生ずる内力と作用応力との条件式に(9),(10)および(12)式を代入し、繊維およびコンクリートに対して断面積で与えられているものを、体積率 V_f 、 $V_c=(1-V_f)$ で表し(3)式の結果を用いると、ランダム配向の作用応力と内力の釣り合い式が得られる。

$$\sigma = (1-V_f)\sigma_c + \frac{1}{3} \cdot V_f \cdot \sigma_f \quad (20)$$

一方、繊維による付着すべりを考慮すると(4)式を用いて、繊維のひずみは(5)式において $ds/dx = \epsilon_b$ とおき、(20)式に(6),(7)式を代入すると、短繊維によって補強されたコンクリート複合材の応力とひずみの関係が次式の如く書き表される。

$$\sigma = [(1-V_f)E_c + 1/3 \cdot V_f \cdot E_f] \epsilon_f - (1-V_f)E_c \epsilon_b \quad (21)$$

または

$$\epsilon_f = \frac{\sigma}{(1-V_f)E_c + 1/3 \cdot V_f \cdot E_f} + \frac{(1-V_f)\epsilon_b}{(1-V_f) + 1/3 \cdot \eta_f \cdot V_f} \quad (22)$$

(21),(22)式において、第一項はコンクリートと短繊維の複合効果、第二項は付着すべりを示している。また、 $\eta_f = E_f/E_c$ で繊維のコンクリートに対するヤング係数比を表している。

ランダム配向のFRC部材では、付着すべりを考慮しない場合、(21)式において $\epsilon_b = 0$ とすることによって、有効ヤング係数が次式のように得られる。

$$u_{E_{FC}} = (1-V_f)E_c + 1/3 \cdot V_f \cdot E_f \quad (23)$$

一方、FRC部材において無数にひび割れが発生し、コンクリートの効果が無視される状態を考えると、(22)式から有効ヤング係数として次式が得られる。

$$L_{E_{FC}} = 1/3 \cdot V_f \cdot E_f \quad (24)$$

(23),(24)式は、それぞれFRC部材のヤング係数の上界値と下界値を示している。

2. 3 付着すべり基本式

一方向引張荷重を受けたFRC部材においてひび割れが発生すると、繊維とコンクリートの界面にすべり S が生じる。従って、その界面に沿ってせん断応力 τ_f が作用し、これが付着応力となって応力伝達が行われる。この付着すべりを表す基本式は、先に得られた2つの釣り合い条件式から導かれる。即ち(16),(17)式に(9),(10),(11)式を代入すると、次式のように応力の形で書かれる。

$$A_c \frac{d\sigma_c}{dx} + A_f \frac{d\sigma_f}{dx} = 0 \quad (16-a) \quad A_f \frac{d\sigma_f}{dx} = A_{bf} \cdot \tau_f \quad (17-a)$$

または、変位 u と S に関して表すと、次式が得られる。

$$F_c A_c \frac{d^2 u}{dx^2} + F_f A_f \left(\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 S}{dx^2} \right) = 0 \quad (16-b) \quad F_f A_f \left(\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 S}{dx^2} \right) = A_{bf} \cdot \tau_f \quad (17-b)$$

この(16-b),(17-b)の2つの微分方程式から変位 u を消去すると、次式のように付着すべり S のみに関する基本微分方程式が得られる。

$$\frac{d^2 S}{dx^2} = \frac{A_{bf}}{E_f A_f} (1 + \eta_f \cdot V_f) \tau_f \quad (25)$$

上式には、繊維とコンクリートマトリックスの間の付着応力 τ_f が含まれているが、この微分方程式を解くには、 τ_f と付着すべり変位 S の関係が予め求められていなければならない。従ってここでは、(8)式で仮定した線形モデルを考える。

2. 4 ひび割れ間隔

付着すべり変位 S を求めるには、(25)式に(8)式を代入することによって、次式のように S に

関する2階の線形微分方程式が得られる。

$$d^2s/dx^2 = \alpha_f^2 \cdot S \quad (26)$$

(25)式の一般解は、次式で与えられる。

$$S = C_1 \sinh(\alpha_f x) + C_2 \cosh(\alpha_f x) \quad (28)$$

いま、図4に示されているように、端部に作用応力 σ を受け、部材長 l_c のFRC部材がその中央部に初期ひび割れをもつ場合、(1) $X=0$ のとき $S=0$ (2) $X=l_c/2$ のとき($\sigma_c=0$) $ds/dx = \epsilon_b = \sigma / (1/3 V_f E_f)$ の2つの境界条件が得られる。これより、(28)式に含まれる積分定数 C_1, C_2 は次式のように計算される。

$$C_1 = \frac{\sigma}{1/3 \cdot \alpha_f V_f E_f \cdot \cosh(\alpha_f l_c/2)}, \quad C_2 = 0 \quad (29)$$

上で得られた定数を(28)式に代入すると、付着すべり変位 S は次式で与えられる。

$$S = \frac{\sigma}{1/3 \cdot \alpha_f V_f E_f} \cdot \frac{\sinh(\alpha_f x)}{\cosh(\alpha_f l_c/2)} \quad (28-a)$$

上式(28-a)に対して、 X に関する1階の導関数を求めると、

$$\epsilon_b = \frac{ds}{dx} = \frac{\sigma}{1/3 \cdot V_f \cdot E_f} \cdot \frac{\cosh(\alpha_f \cdot x)}{\cosh(\alpha_f \cdot l_c/2)} \quad (30)$$

また、(4)式および(30)式を(22)式に代入すると、コンクリートのひずみが次式のように得られる。

$$\epsilon_c = \frac{du}{dx} = \frac{\sigma}{(1-V_f)E_c + 1/3 \cdot V_f \cdot E_f} \left[1 - \frac{\cosh(\alpha_f \cdot x)}{\cosh(\alpha_f \cdot l_c/2)} \right] \quad (31)$$

得られた(30)、(31)式を用いると、(4)~(7)式からコンクリートおよび繊維の応力が、それぞれ次式のように導かれる。

$$\sigma_c = \frac{\sigma}{1 + (1/3 n_f - 1) V_f} \left[1 + \frac{\cosh(\alpha_f x)}{\cosh(\alpha_f l_c/2)} \right] \quad (32)$$

$$\sigma_f = \frac{\sigma (1 - V_f)}{1/3 V_f [1 + (1/3 n_f - 1) V_f]} \left[\frac{1/3 n_f V_f}{1 - V_f} + \frac{\cosh(\alpha_f x)}{\cosh(\alpha_f l_c/2)} \right] \quad (33)$$

作用引張応力を受けたFRC部材において、最初のひび割れはコンクリートの引張強度が最も弱い位置に発生すると考えられるが、その位置を予測することはむずかしい。更に作用応力を増大させていくと、新しいひび割れが発生し、ひび割れ間隔は細分化されていく。ここでは、最初のひび割れはコンクリートの応力が、その引張強度 F_t に達したときに発生すると仮定すると、(20)式において $\sigma_c = F_t$ 、 $\sigma_f = n_f \sigma_c = n_t$ とおくと、ひび割れ強度が次式によって与えられる。

$$\sigma_{cr} = [1 + (1/3 n_f - 1) V_f] F_t \quad (34)$$

図4に示すように、2つの最初のひび割れ間隔を l_c とすると、このひび割れ間の中央においてコンクリートの応力が丁度引張強度に達すると、新しいひび割れが発生する。このときのひび割れ発生条件は、(32)式において $x=0$ のとき $\sigma_c = F_t$ とおくと、次式が得られる。

$$\sigma = \frac{[1 + (1/3 \cdot n_f - 1) V_f] F_t}{1 - 1/\cosh(\alpha_f \cdot l_c/2)} \quad (35)$$

(35)式を用いると、ひび割れ間隔 l_c は次式で与えられる。

$$l_c = \frac{2}{\alpha_f} \cdot \cosh^{-1} \left\{ \frac{\sigma}{\sigma - [1 + (1/3 n_f - 1) V_f] F_t} \right\} \quad (36)$$

更に、ひび割れ間隔は、 $l_c/2, l_c/4$ と順次細分化されていくが、実際のFRC部材に対応するひび割れ間隔は、 $l_c/2$ まで考慮すればよいと思われる。

2. 5 短繊維の引抜き効果

ランダム配向のFRC部材におけるひび割れ部分では、局所的な付着すべりによる非弾性ひずみ ϵ_b が生ずる。ひび割れ幅 δ_c は、次式のようにひび割れ間隔 l_c における繊維の伸びとコンクリートの伸びの差、即ち付着すべりによって与えられる。

$$\delta_c = 2 \int_0^{l_c/2} (\epsilon_f - \epsilon_c) dx = 2 \int_0^{l_c/2} \epsilon_b dx = 2 \int_0^{l_c/2} \frac{ds}{dx} dx \quad (37)$$

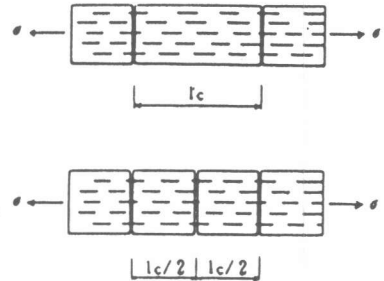


図4. 短繊維におけるFRC部材のひび割れ間隔

(30)式を(37)式に代入すると、ひび割れ幅は次式で表される。

$$\delta_c = \frac{2\sigma}{1/3\delta_\phi V_\phi E_\phi} \cdot \tanh(\alpha_\phi l_c/2) \quad (38)$$

(37)式から、付着すべりによるひずみ ϵ_b とひび割れ間隔の関係として、次式が成り立つ。

$$\epsilon_b = \delta_c/l_c \quad (39)$$

上の(39)式から、付着すべりによるひずみは、ひび割れ幅をひび割れ間隔で除した、即ちひび割れ間で一様なひずみ量として与えられることが判る。従って、付着すべりによるひずみは、(39)式に(38)式を代入することで得られる。

$$\epsilon_b = \frac{\sigma}{1/3V_\phi E_\phi} \cdot \frac{\tanh(\alpha_\phi l_c/2)}{\alpha_\phi l_c/2} \quad (40)$$

この(40)式を(22)式に代入すると、付着すべりを生ずる場合の応力とひずみの関係が次式のように得られる。

$$\epsilon_\phi = \frac{\sigma}{E_c[1+(1/3n_\phi-1)V_\phi]} \left[1 + \frac{1-V_\phi}{1/3n_\phi V_\phi} + \frac{\tanh(\eta)}{\eta} \right] \quad (41)$$

ここに、 $\lambda = \frac{\sigma}{\sigma - [1+(1/3n_\phi-1)V_\phi]F_t}$, $\eta = \alpha_\phi l_c/2 = \cosh^{-1} \lambda$ (42)

また、FRC部材のひび割れ発生後の有効ヤング係数は、(41)式から次式のように書き表される。

$$c_r E_{Fc} = \frac{E_c [1+(1/3n_\phi-1)V_\phi]}{1 + \frac{1-V_\phi}{1/3n_\phi} \cdot \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda \cosh^{-1}(\lambda)}} \quad (43)$$

一方、ひび割れ間隔 δ_c をもつ2つのひび割れ面の間において、すべり変位が繊維部分で生ずると、短繊維の場合ひび割れ面を横切る繊維のいずれか短い方において、引き抜き現象が起きる。この繊維の引き抜きが生じる場合の応力 $\sigma_{\phi\phi 0}$ は、図5に示すように繊維とコンクリートマトリックスの複合効果を示す(41)式を満足するひずみ ϵ_ϕ にたいして、この複合応力 σ から(24)式の引張剛性をもつ繊維のみの内力 σ_ϕ を差し引くことによって導かれる。これは、FRC部材において繊維の引張抵抗がなくなり、繊維とマトリックスの間の付着すべり抵抗しか存在しなく、ひずみが大きくなると引き抜き抵抗のみになることを意味する。従って、(24)式を用いると次式となる。

$$\sigma_{\phi\phi 0} = \sigma - \sigma_\phi = \sigma - 1/3E_\phi V_\phi \epsilon_\phi \quad (44)$$

上式に(41)式を代入すると、次式として与えられる。

$$\sigma_{\phi\phi 0} = \frac{\sigma(1-V_\phi)}{[1+(1/3n_\phi-1)V_\phi]} \left[1 - \frac{\tanh(\eta)}{\eta} \right] \quad (45)$$

(45)式の引き抜き応力は、 σ によって与えられているが、 σ を増大させると引き抜きによるひずみも増大し、一定値に漸近する傾向を示す。

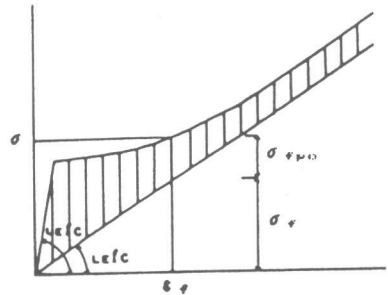


図5. 繊維の引き抜き応力

3. 鋼繊維補強コンクリートのひび割れ後の引張挙動に対する理論と実験の比較

3.1 理論による鋼繊維補強コンクリートのひび割れ後の引張挙動

前述した(20)、(41)および(45)式の結果を用いて、FRC部材の中で最も一般的である鋼繊維補強コンクリート(SFRC)に関して、 $V_\phi = 1\%$ 、 $E_c = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、 $n_\phi = 10$ として計算を行い、ひび割れ後の応力-ひずみ曲線を求めた。ここで、ひび割れ間隔を l_c とした場合を上界値、 $l_c/2$ とした場合を下界値と仮定し、この下界値を求めるには、(42)式の η を $\eta/2$ として計算する。

3.2 実験概要

上で求めた理論解析結果を確かめる意味から、直接一軸引張実験を行った。この直接引張実験のひび割れ後の挙動に対する測定は非常に困難であるため、まだ完全には明らかになっていない

のが現状である。従って、本実験ではひび割れ後の挙動を測定するために、SUPER DATA ROGGER という高速測定器（一秒間に1000カウント測定）によって、図6に示す試験体で測定を行った。尚、ひび割れ後のひずみに関しては、理論でいうひび割れ幅をひび割れ間隔で除した、付着すべりによるひずみ量とするために、パイゲージで測定した亀裂幅を試験体の全長（ボルト埋込み部を除くモルタル部200mm）で除した値を用いた。ここで、ひび割れ間隔を試験体の全長としたのは、試験体中央に切り欠きを入れ、亀裂発生を一ヶ所にしたことによる。試験体に関しては、水セメント比55%、セメント：砂=1：2とし、鋼繊維はストレートタイプ(0.5×0.5×30mm)を用い、混入率を0,1,1.5,2%の4種類とし、オムニミキサーを用いて作成した。尚、ここでは混入率1%についてのみ結果を示したが、詳しい実験結果については、後日報告するつもりである。

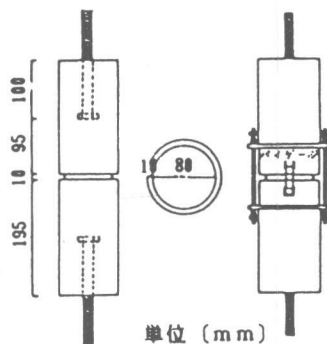


図6. 一軸引張試験体

3. 3 結果および考察

理論および実験で得られた応力-ひずみ曲線の結果を図7に示す。この図において、一点鎖線が先に述べた理論の上界値で、破線が下界値、実線が実験値である。この結果を見ると、実験値は理論の上界と下界値の間に存在していることが判る。通常、引張応力を受けたSFRCC部材のひび割れ後の挙動は、ひび割れ面を横切る繊維の本数によって大きく影響される。従って、繊維の分散性が

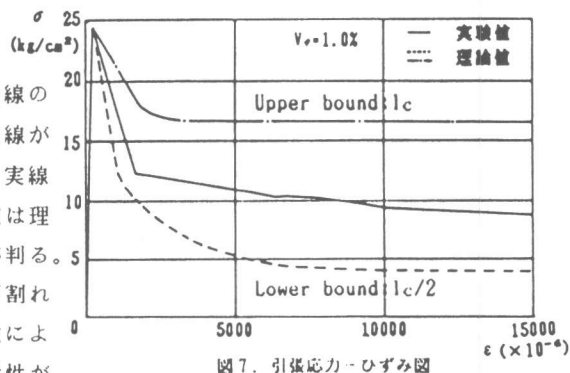


図7. 引張応力-ひずみ図

悪く、繊維の少ない部分でひび割れが発生すると、引抜き応力は小さく発現する。このような場合は下界値に近くなると思われる。以上のことから、引抜き応力は(45)式で計算される上界値と下界値の間に存在すると考えられる。尚、ここでは下界値のひび割れ間隔を $l_c/2$ としたが、繊維体積率によって変化することも考えられるので、今後、より詳細な検討を行うつもりである。また、実験値のひずみについては、亀裂幅を試験体の全長で除した値を用いたが、これに関しては、別にPC鋼を貫通させた試験体の実験を行いPC鋼のひずみと亀裂幅の関係から亀裂幅を鉄筋ひずみに換算した結果とはほぼ一致した。従って、亀裂が本実験のように1箇所の場合、ひび割れ間隔を試験体の全長として良いと思われる。

4. まとめ

一軸引張を受けた不連続繊維で補強されたFRC部材のひび割れ以降の力学的挙動をRC部材の付着すべり理論と線形付着モデルを用いて、応力とひずみについて定式化を行い、その結果をSFRCC部材に適用し実験値と比較を行った。その結果、実験値は理論の上界値と下界値の間に存在することが確かめられた。

参考文献

- [1] 高木 隼二：鋼繊維補強コンクリートの強度推定(その2. 強度推定式の誘導と実験による検証) 清水建設研究所報, 第27号, 昭和51年10月
- [2] 吉川 弘道・田辺 忠顕：鉄筋コンクリート部材の引張剛性に関する解析的研究, 土木学会論文集, 第366号/V-4, PP.93-102, 1986.2