

# [2021] 寸法の異なるコンクリートの $\sigma - \epsilon$ 曲線の表示式と RC 梁への適用

正会員 ○小池 狹千朗 (愛知工業大学工学部)  
 奥藤 一夫 (愛知工業大学大学院)  
 奥谷 伸幸 (愛知工業大学大学院)

## 1. まえがき

応力下降域を含むコンクリートの応力度-ひずみ度曲線 (以下、 $\sigma - \epsilon$  曲線と略記) は、コンクリート供試体の形状・寸法やコンクリート中の骨材の粒度分布や粒径によって大きな影響を受ける。また、鉄筋コンクリート梁 (以下、RC 梁と略記) の等曲げモーメント区間の塑性域のモーメント-曲率関係は、曲げ圧縮部のコンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線の影響を受けるため、供試体寸法が相違したり打ち込まれたコンクリート中の骨材の最大粒径が相違する RC 梁のモーメント-曲率関係の解析にはこれらの影響を考慮したコンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線を適用する必要がある。しかしながら、供試体寸法や骨材粒径の相違を考慮した応力下降域を含む汎用的なコンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線は、まだ報告されていない。

筆者らは、先に、水セメント比60%、骨材の最大粒径が25mm の多粒径の骨材からなるコンクリート角柱供試体の  $\sigma - \epsilon$  曲線の応力下降域の挙動に及ぼす供試体寸法の影響について考察し、 $\sigma - \epsilon$  曲線の表示式を報告した。<sup>1)</sup> 今回、水セメント比45%、60%および70% のコンクリートについて、骨材の最大粒径をかえた多粒径のコンクリートについて、供試体の寸法を相似的にかえて、新たに作製した寸法精度のよい鋼製型枠を用いて一連の一軸圧縮載荷実験を実施し、コンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線を再度検討するとともに、供試体寸法とコンクリート中の骨材の最大粒径の相違の影響を考慮した応力下降域を含むコンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線の表示式を求めた。さらに、供試体寸法をかえた、RC 単純ばりの曲げ載荷実験を実施し、等曲げモーメント区間における塑性域のモーメントと曲率の関係に及ぼす供試体寸法の影響を実験的に調べるとともに、前述のコンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線の表示式を RC 梁の曲げ圧縮部のコンクリートに適用して、RC 梁の曲げ解析を実施し、実験結果と比較検討したので報告する。

## 2. コンクリートの応力度-ひずみ度曲線

### 2.1 実験の目的

本実験の目的は、応力下降域を含むコンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線に及ぼす供試体寸法の影響を明らかにすることにある。今回水セメント比とコンクリート中の骨材の最大粒径をかえた供試体寸法の異なるコンクリート角柱供試体の一軸圧縮載荷実験を実施し、これらの要因がコンクリートの  $\sigma - \epsilon$  曲線に及ぼす影

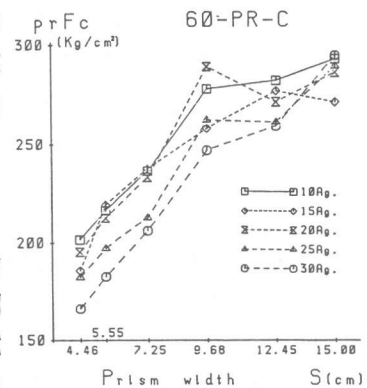


図-1 圧縮強度と供試体寸法 S との関係 (S:幅, W/C:60%)

表-1 実験の概要

供試体の記号	寸法の異なる供試体シリーズの記号	供試体の寸法		水セメント比 W/C (%)	骨材の最大粒径 $\phi$ (mm)	供試体の個数
		幅 (断面) D (S) (cm)	高さ H (cm)			
60-PR-C-9- $\phi$ 20 骨材の最大粒径 供試体の寸法 一軸圧縮試験 角柱供試体 水セメント比 60%	PR-4	4.46 × 4.46	13.48	45	15, 25	20
	PR-5	5.55 × 5.55	16.65			
	PR-7	7.25 × 7.25	21.75			
	PR-9	9.68 × 9.68	29.04	60	10, 15, 20 25, 30	
	PR-12	12.48 × 12.48	37.74			
	PR-15	15.00 × 15.00	45.00	70	15, 25	

響について調べた。

## 2.2 実験の概要

表-1に実験の概要を示す。実験要因として、水セメント比、供試体寸法およびコンクリート中の骨材の最大粒径の相違を取り上げた。コンクリート角柱供試体の高さHと幅D（断面は正方形、Sと表す場合もある。）の比H/Dはすべて3とし、コンクリートは横打ちとした。供試体の寸法は、表-1に示すように幅Dが4.46-15.0cmまでの6種類とし新たに作製した鋼製の型枠を用いた。実験要因として取り上げた骨材の最大粒径は、水セメント比が60%のコンクリートでは10mm-30mmの5種類、水セメント比が45%と70%のものでは15mmと25mmの2種類とした。供試体の個数は各20個、合計1080個とした。

コンクリートの製作には、普通ポルトランドセメントおよび天竜川産の川砂と川砂利を使用した。コンクリート中の粗骨材として用いた砂利は実験要因にしたがい最大粒径が10、15、20、25および30mmとなるように調整し、多粒径の粒度分布とした。コンクリートのスランブは15cmとした。表-2に、コンクリートの絶乾調合表を示す。供試体は材令6週まで温度 $20 \pm 2^\circ\text{C}$ 、相対湿度60%の恒温養生室で空中養生し、その後、名古屋大学へ運び試験に供した。

载荷には名古屋大学の高剛性試験機を使用し、供試体の最大縦ひずみが $10 \times 10^{-3}$ に至るまで、毎分約 $1 \times 10^{-3}$ のひずみ速度で载荷を継続した。材軸方向の圧縮ひずみの測定長は、供試体の一辺の幅Dの2倍とし、供試体に鋼製枠を介して取り付けられた2個の変位変換器を使用して、動ひずみ計を介してX-Yレコーダに記録した。荷重は、試験機の高剛性ロードセルの電圧出力をX-Yレコーダに直接入力した。

表-2 コンクリートの調合表

水セメント比 (W/C)	シリーズ	粗骨材粒径 (mm)	単位水量 (kg/m <sup>3</sup> )	重量 (kg/m <sup>3</sup> )			細骨材率 {(S/A)} (%)	計算値	
				セメント	細骨材	粗骨材		空気量 (%)	スランブ (cm)
60%	10Ag.series	10-5	191	319	737	1092	41	1.0	15.0
	15Ag.series	15-5	186	310	756	1094	42	1.0	15.0
	20Ag.series	20-5	182	304	738	1133	40	1.0	15.0
	25Ag.series	25-5	178	297	723	1162	39	1.0	15.0
	30Ag.series	30-5	174	290	706	1196	38	1.0	15.0

## 2.3 実験結果と考察

供試体のデータは各要因とも各20個得られている。σ-ε曲線の変動については目下検討中であるため、以下の考察では20体の供試体の平均化に基づく考察に限定する。表-3に実験結果の一例を示す。

表-3 実験結果の概要

供試体の記号	供試体の実測寸法の平均 D:(S) (cm)	圧縮強度		圧縮強度時のひずみ	
		強度の平均値 (kgf/cm <sup>2</sup> )	変動係数 (%)	ひずみの平均値 ( $\times 10^{-6}$ )	変動係数 (%)
60-PR-C-4-φ10	4.509 × 4.502	202	8.93	1505	8.33
	5.612 × 5.508	217	5.98	1650	12.89
	7.304 × 7.300	237	4.59	1780	9.24
	9.707 × 9.676	278	3.16	1927	7.40
	12.474 × 12.486	283	3.57	1842	6.30
	15.050 × 15.053	293	8.17	1777	16.49
60-PR-C-4-φ15	4.499 × 4.491	186	7.88	1348	22.56
	5.580 × 5.575	220	6.26	1510	13.99
	7.276 × 7.283	238	4.36	1954	10.48
	9.717 × 9.697	258	4.73	1771	7.70
	12.474 × 12.490	277	2.52	1725	6.74
	15.003 × 15.046	272	7.20	1577	14.17
60-PR-C-4-φ20	4.506 × 4.506	196	6.96	1502	12.06
	5.605 × 5.613	213	5.00	1698	14.55
	7.303 × 7.286	234	3.95	1506	26.54
	9.720 × 9.712	289	5.02	1686	7.55
	12.547 × 12.528	272	5.02	1554	10.62
	15.038 × 15.075	287	7.20	1716	16.76
60-PR-C-4-φ25	4.506 × 4.502	183	4.89	1440	20.59
	5.580 × 5.593	198	5.75	1555	12.38
	7.293 × 7.298	213	5.66	1429	11.04
	9.706 × 9.704	263	3.15	1639	8.27
	12.505 × 12.472	262	3.21	1606	8.02
	15.087 × 15.053	290	7.52	1520	11.74
60-PR-C-4-φ30	4.503 × 4.504	168	8.57	1208	13.78
	5.582 × 5.591	183	8.25	1203	12.53
	7.283 × 7.300	206	5.72	1294	11.85
	9.709 × 9.678	247	4.77	1424	12.66
	12.463 × 12.506	260	5.84	1421	6.04
	15.099 × 15.080	295	6.78	1598	8.17

(1) 圧縮強度の寸法効果：

図-1に水セメント比60%のコンクリートの圧縮強度の平均値 $\sigma_{FC}$ と供試体寸法S（幅：SはDと同じ）との関係に及ぼす骨材粒径の影響を示す。圧縮強度は供試体寸法が小さくなるにつれて低下する傾向を示している。また供試体中の骨材の最大粒径の大きな供試体ほど低い強度を示している。

(2) 応力度-ひずみ度曲線：

図-2と3にσ-ε曲線の平均値を示す。図-2は60-PR-C-

φ30シリーズについて、 $\sigma - \varepsilon$  曲線に及ぼす供試体寸法の相違の影響について示したものである。寸法の小さな供試体は圧縮強度は低いが延性的な性状を示すのに対して、寸法の大きなものは圧縮強度は大きくなるが、ぜい性的な応力下降域を示している。図-3は60-PR-C-12 シリーズ供試体の  $\sigma - \varepsilon$  曲線に及ぼす骨材粒径の相違の影響について示したものである。骨材の最大粒径の大きな供試体ほど  $\sigma - \varepsilon$  曲線のピークが早く現われ、低い強度を示しているが、最大耐力後の応力の低下率はやや低く、延性的な性状を示している。

図-4と5に最大応力  $\sigma_0$  と最大応力時のひずみ  $\varepsilon_0$  で無次元化した  $\sigma - \varepsilon$  曲線 ( $\bar{\sigma} - E$  曲線) を示す。図中の縦軸  $\bar{\sigma}$  と横軸  $E$  は、それぞれ、 $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_0$  ( $\sigma$ : 圧縮応力) および  $E = \varepsilon / \varepsilon_0$  ( $\varepsilon$ : 縦ひずみ) として求めたものである。図-4は図-2を、図-5は図-3をそれぞれ無次元化したもので、各要因に対する応力下降域の特性がよく現れている。

### 3. 応力度-ひずみ度曲線の表示式

#### 3.1 応力上昇域の応力度-ひずみ度曲線の表示

本研究では、コンクリートの応力上昇域の  $\sigma - \varepsilon$  曲線の表示式として、Popovicsの提案した式(1)を使用した。

$$\bar{\sigma} = \frac{Na \cdot E}{Na - 1 + E^{Na}} \dots \dots (1)$$

ここに、 $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ 、 $E = \varepsilon / \varepsilon_0$ 、 $Na$ は実験定数で、下式で表わされる。

$$Na = 1 + 0.57 (\sigma_0 / 100) \dots \dots (2)$$

#### 3.2 応力下降域の応力度-ひずみ度曲線の表示

小阪・谷川・畑中・三輪<sup>3)</sup>の提案した応力下降域を含む  $\sigma - \varepsilon$  曲線の提案式(3)は、式中の定数の組合せをかえることにより応力下降域の曲線の形状をかなり広範囲に変えることのできる式であるため、本研究ではこの式(3)および(4)の実験定数  $Nd$ 、 $B$  および  $m$  の値を今回の実験結果に合わせて求め、これらの定数に及ぼす供試体寸法および骨材の最大粒径の影響について調べた。

$$\bar{\sigma} = \frac{Nd \cdot X}{Nd - 1 + X^{Nd}} \dots \dots (3)$$

$$X = B (E - 1)^m + 1 \dots \dots (4)$$

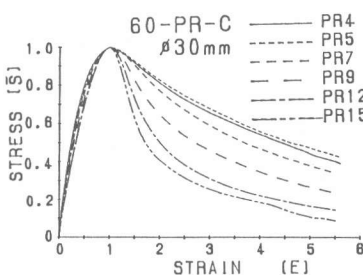


図-4 無次元化した  $\bar{\sigma} - E$  曲線 (供試体寸法の影響)

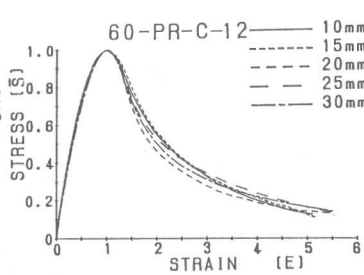


図-5 無次元化した  $\bar{\sigma} - E$  曲線 (骨材の最大粒径の影響)

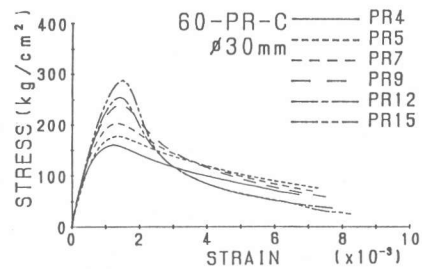


図-2  $\sigma - \varepsilon$  曲線の平均値の一例 (供試体寸法の影響)

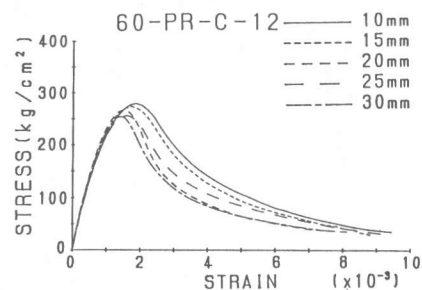


図-3  $\sigma - \varepsilon$  曲線の平均値の一例 (骨材の最大粒径の影響)

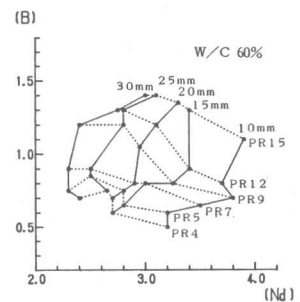


図-6 実験値をよく表示する式(3)と(4)の係数  $B$  と  $Nd$

ここに、 $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ 、 $E = \varepsilon / \varepsilon_0$ 、 $E \geq 1$ 、 $N_d$ 、 $B$ および $m$ は実験定数である。

図-6に 今回の実験結果の $\sigma - \varepsilon$ 曲線に比較的よく一致する式(3)の曲線の係数 $B$ と $N_d$ の値を示す。なお、係数 $m$ は $m=0.8$ の場合の曲線が今回の実験結果を比較的よく表示するため、 $m$ を定数とし、 $m=0.8$ と固定した。図-7と8の点線は、それぞれ、図-6に示す係数 $B$ と $N_d$ を用いて計算した60-PR-C-12シリーズ供試体の $\bar{\sigma} - E$ 曲線と $\sigma - \varepsilon$ 曲線である。図中の実線は実験値を示す。計算値と実験値はよく一致している。図-6によれば、供試体寸法が小さく骨材粒径の大きな供試体シリーズでは、係数 $B$ と $N_d$ の相関図に乱れがみられる。このような組合せのコンクリートでは実験値に誤差があらわれやすいことを示している。

### 3.3 係数 $B$ と $N_d$ に及ぼす供試体寸法と骨材粒径の影響

表-4は、 $\sigma - \varepsilon$ 曲線の実験結果の内、コンクリート打ち込み時の誤差等のために誤差が出ていると考えられる曲線を過去の実験の傾向を参考にして修正し、供試体寸法と骨材の最大粒径の影響が明白となるように係数 $B$ と $N_d$ を選び直したものである。図-7および8はこれらの係数を用いて求めた $\sigma - \varepsilon$ 曲線の計算値と実験値である。図-9は、表-4に示す係数 $B$ と $N_d$ を図示したものである。供試体寸法の相違および骨材粒径の相違が係数 $B$ および $N_d$ に及ぼす影響がよく表示されている。図-9に

表-4 修正した表示式の係数(図-9対応)

水セメント比 (%)	骨材粒径 (mm)	供試体の寸法 (cm)											
		4.465		5.550		7.245		9.675		12.450		15.000	
		PR4		PR5		PR7		PR9		PR12		PR15	
		B	$N_d$	B	$N_d$	B	$N_d$	B	$N_d$	B	$N_d$	B	$N_d$
60	10	0.50	3.10	0.55	3.30	0.63	3.45	0.75	3.60	0.87	3.76	1.10	3.90
	15	0.57	2.90	0.63	2.95	0.74	3.10	0.85	3.20	1.00	3.39	1.20	3.60
	20	0.65	2.72	0.75	2.80	0.85	2.85	1.00	3.00	1.15	3.15	1.30	3.40
	25	0.70	2.45	0.80	2.55	0.90	2.65	1.05	2.80	1.15	2.90	1.40	3.10
	30	0.76	2.25	0.85	2.30	0.94	2.40	1.10	2.50	1.30	2.73	1.50	2.85

示す係数 $B$ と $N_d$ の各交点に対する回帰直線を図-10に示す。図-10の各回帰直線の勾配と切片を骨材粒径と供試体寸法別に求めた後、図にプロットし、

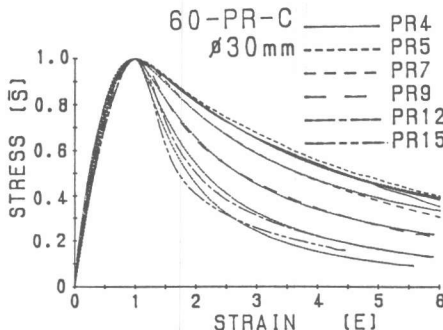


図-7 図-6に示す係数 $B$ と $N_d$ から求まる $\bar{\sigma} - E$ 曲線(点線)と実験値の比較

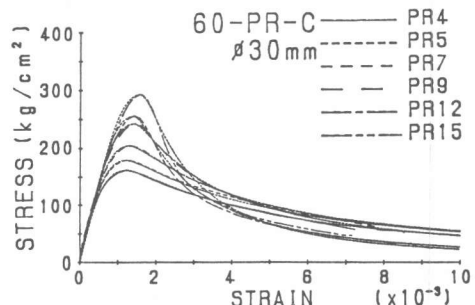


図-8 図-7から求まる $\sigma - \varepsilon$ 曲線(点線)と実験値の比較

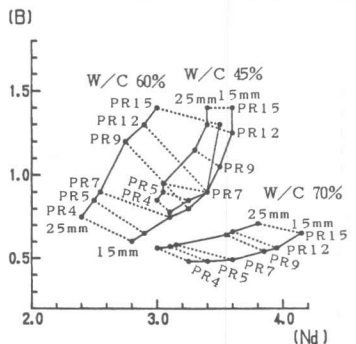


図-9(a) 係数 $B$ と $N_d$ の関係に及ぼす供試体寸法と骨材の最大粒径の影響 ( $\phi = 15\text{mm}$  及び  $25\text{mm}$ )

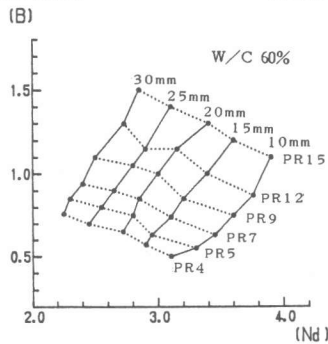


図-9(b) 係数 $B$ と $N_d$ の関係(W/C:60%)

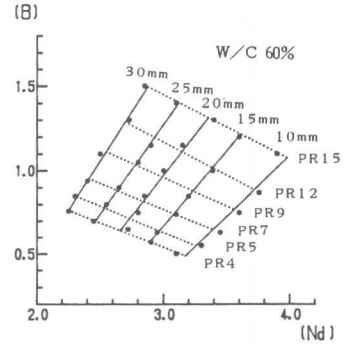


図-10 表-4の係数 $B$ と $N_d$ (図-9(a))の回帰直線(W/C:60%)

各点の回帰直線を求め、係数BとNdを供試体寸法Sと骨材粒径φで表示すると下式が求まる。

$$B = \frac{0.023 \cdot \phi \cdot S + 0.199 \cdot \phi + 0.0431 \cdot S + 0.0109}{0.21 \cdot \phi + 8.525 \times 10^{-3} \cdot S + 0.805} \quad \dots \dots (5)$$

$$Nd = \frac{0.1097 \cdot S - 2.0 \times 10^{-3} \cdot \phi + 2.854}{0.21 \cdot \phi + 8.525 \times 10^{-3} \cdot S + 0.805} \quad \dots \dots (6)$$

ここに、φ：cm、S：cmとする。

図-11は式(5)と(6)を用いて、Sとφの値をかえて求めたNdをBの値を図示したものである。図-10とやや異なるものもみられるが、実用上はほとんどさしつかえない程度の誤差と考えられる。

図-12と13に、式(5)と(6)を用いて求めた係数NdとBを式(3)と(4)に代入して求めた60-PR-C-φ30シリーズのコンクリートのσ-E曲線およびσ-ε曲線を示す。図中の点線は計算値を示す。計算値と実験値はかなりよい一致を示す。

#### 4. RC梁への適用

ここでは、前に求めたコンクリートのσ-ε曲線をRC部材の曲げ塑性ヒンジ部分に適用し、実験結果と比較検討した例を示す。解析と実験に用いた梁の全せいhは幅bの2倍ととり、実験における等曲げ区間の長さは3h、曲率の測定長は2hとしてモーメント-曲率関係を求めた。図-14に水セメント比60%、骨材の最大粒径25mmのコンクリートからなる梁のモーメント(M/bd<sup>2</sup>)-曲率(φ・d)関係の実験結果を供試体寸法別に示す。

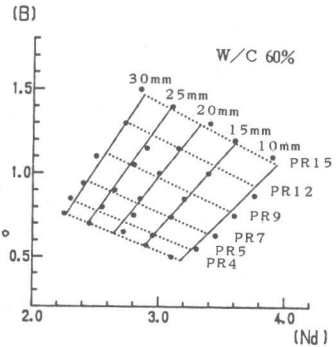


図-11 式(5)と(6)より求めた係数BとNdの値(実線と点線、印は実験値)

図-15は、式(5)と(6)にφ=2.5cmとS=4.46、7.25、9.68 お

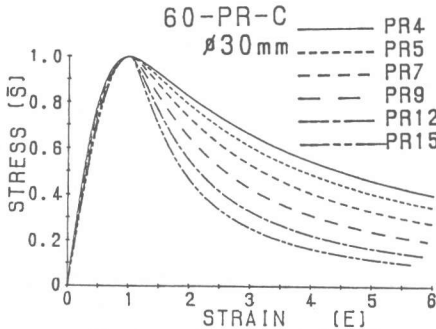


図-12 式(5)と(6)を用いて求めたσ-E曲線の計算値

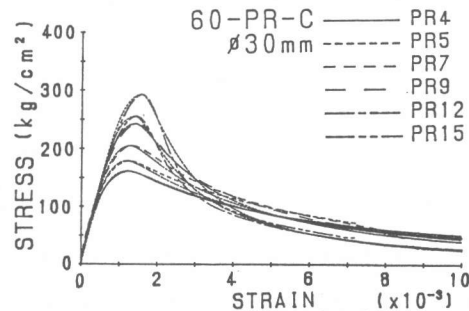


図-13 図-12から求まるσ-ε曲線の計算値(点線)と実験値の比較

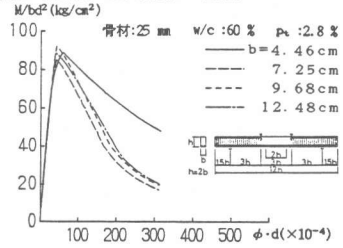
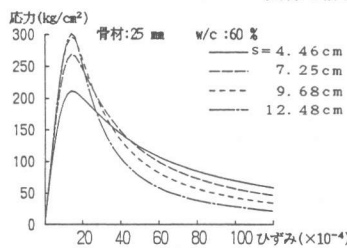
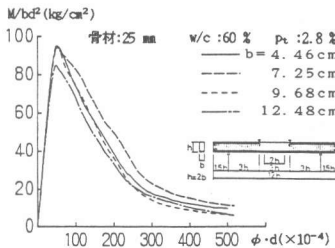


図-14 RC梁のモーメント曲率曲線 図-15 図-16の梁と同時に作製した梁幅と 図-16 提案式を用いて解析し同一寸法の断面をもつコンクリート角柱のσと たRC梁のモーメント曲率曲線εを用いて提案式から求めたσ-ε曲線

よび 12.48cmを代入して求めた4組の係数BとNdを式(4)と(3) に代入して求めた $\bar{\sigma}-\varepsilon$ 曲線に、  
 図-14に示した梁と同時に打設したコンクリートの $\sigma_0$ と $\varepsilon_0$ を代入して求めたコンクリート  
 の $\sigma-\varepsilon$ 曲線である。図-16は図-15に示すコンクリートの $\sigma-\varepsilon$ 曲線を用いて解析したRC  
 単筋梁( $P_t=2.80\%$ )断面のモーメント-曲率曲線である。供試体寸法の相違が梁の圧縮部  
 のコンクリートの強度と $\sigma-\varepsilon$ 関係に影響を与えるために、曲げ降伏時の梁の塑性変形挙動に影  
 響を及ぼすことがよくわかる。なお、図-16の $S=4.46\text{cm}$ の梁は延性的な解析値を示すが、実  
 験値はぜい性的な性状を示している。供試体寸法が極端に小さな梁では、梁幅と同寸法の角供試  
 体の $\sigma-\varepsilon$ 曲線を用いる場合であっても誤差が大きくなる恐れがあるため、使用する骨材の粒径  
 には十分注意が必要である。

図-17は $W/C=60\%$ 、 $p_t=2.80$ 、 $\sigma_{sy}=4000\text{kgf/cm}^2$ のRC単筋梁に式(5)と(6)から求ま  
 るコンクリートの $\sigma-\varepsilon$ 曲線を適用して解析した例である。図-17(a)、(b)より、RC  
 梁の寸法に比して骨材粒径が相対的に大きな梁では、延性的な変形状を示している。図-17  
 (c)は、 $b=15.0\text{cm}$ の梁の解析例である。骨材粒径に比べてRC梁の寸法が相対的に大きいた  
 め、図-17(b)における寸法の小さな梁の挙動のような延性的な性状はみられなくなる。以  
 上の例のように、RC部材の寸法やコンクリート中の骨材の粒径が異なると、梁のモーメント-  
 曲率関係に影響を及ぼす。特に、寸法の小さな梁では、骨材の粒径が相対的に大きくなると延性  
 的すぎる性状を示し、一方、寸法の大きな梁で小さな骨材粒径のコンクリートを用いると、ぜい  
 性的すぎる性状を示す点にも注意する必要がある。

### 5. まとめ

本研究では、コンクリートの $\sigma-\varepsilon$ 曲線に及ぼす供試体寸法と骨材の粒径の相違の影響につい  
 て実験的に調べるとともに、これらの要因を含んだ表示精度のよいコンクリートの $\sigma-\varepsilon$ 曲線の  
 表示式(3)、(4)、(5)および(6)を提案した。その結果、供試体寸法や骨材の粒径の異なるRC梁  
 の等曲げ区間の塑性変形挙動の相違の解析をよりきめ細かく行うことができるようになるものと  
 考える。

〔謝辞〕本研究に際し、高剛性試験機を使用させていただいた名古屋大学の小阪義夫教授、ま  
 た試験機の使用方法を指導していただいた山田和夫助手、表示式の作成に協力いただいた畑中重  
 光助手、並びにデータ整理に御協力を得た本学的小林尚君(院生)、河辺博之君、小阪浩治君お  
 よび山本正敏君(いずれも4年)に謝意を表します。

#### 〔参考文献〕

- 1) 小池狭千朗：供試体寸法の異なるコンクリート角柱供試体の一軸圧縮応力-ひずみ曲線の表示式，愛知工業大学研究報告，  
No.21-B, P.P.179-188, 1986.
- 2) 小阪義夫，森田司郎：鉄筋コンクリート構造，丸善，P.21, 1975.
- 3) 小阪義夫，谷川恭雄，畑中重光，三輪隆治：鉄筋コンクリート部材の塑性ヒンジ部におけるコンクリートの応力-ひずみ  
関係に関する研究，日本建築学会東海支部研究報告，第24号，P.P.113-116, 1986.

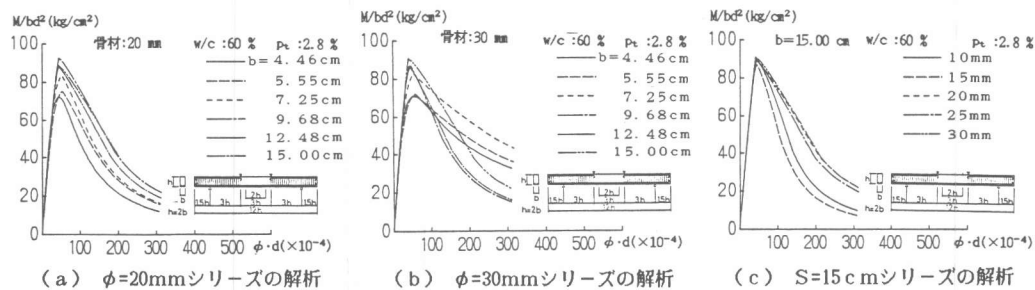


図-17 RC梁のモーメント曲率係数に及ぼす供試体寸法と骨材の最大粒径の影響 ( $\sigma_{sy}=4000\text{kg/cm}^2$ と仮定)