

論文

[2063] 有限変形を考慮したコンクリート構造物のクリープ解析

正会員○椿 龍哉 (横浜国立大学工学部)
柴田 辰美 (横浜国立大学大学院)
坂本 淳 (横浜国立大学大学院)

1. 序論

コンクリート構造物の長期にわたる変形挙動を正確に把握することは、構造物の耐久性や使用性を確保するために不可欠である。短期および長期の材料特性が非線形性を示す任意形状のコンクリート構造物の長期変形挙動を予測するためには、材料に関する実験結果に基づく有限要素解析が有効な手段であると思われる。

コンクリート構造物の場合、コンクリートが鋼材に比べて小さいひずみで破壊するため、材料非線形性が構造物の変形挙動を主として支配することが多い。しかし、コンクリート構造物の構成材料が非線形領域に入った後、構造物がまだ耐荷力を有し、大変形を許容する場合がある。そのような場合の変形挙動を数値解析により調べる際には、材料非線形性だけではなく、幾何学的非線形性も考慮に入れた解析方法を用いる必要がある。有限変形を考慮した有限要素解析は従来多く研究されているが、コンクリート構造物について有限変形を考慮した有限要素解析を行っている例は少ない[1-5]。本研究では、Updated Lagrangian 法により有限変形を考慮した有限要素法を用いてコンクリート部材を解析し、有限変形の影響を具体的な数値計算例により検討する。

2. 有限変形を考慮した有限要素解析手法

2.1 幾何学的非線形性

有限変形を考慮するためには、変形前と変形後の物体の配置を区別し、Updated Lagrangian法では時刻 t の配置を基準に時刻 $t + \Delta t$ の配置を求める。以下の記述においては、初期の時刻を t_0 、現在の時刻を t_1 、現在より Δt だけ経過した時刻を t_2 によって表す。また、基本となる応力とひずみには、各々、第2 Piola-Kirchhoff 応力とGreen のひずみを用いる。

クリープ変形に関する有限変形を考慮した有限要素式は次のようになる。

$$([K] + [K_G]) [dU] = [dF] + [dF_{NL}] \tag{1}$$

ここに、 $[K]$ 、 $[K_G]$ は、各々、以下のように表される剛性マトリックスおよび幾何剛性マトリックスである。

$$[K] = \int_V [B_L]^T [C] [B_L] dV \tag{2}$$

$$[K_G] = \int_V [B_{NL}]^T [\tau] [B_{NL}] dV \tag{3}$$

また、 $[dU]$ 、 $[dF]$ 、 $[dF_{NL}]$ は、各々、変位増分ベクトル、時刻 t_2 における荷重増分ベクトル、クリープひずみおよび乾燥収縮ひずみを等価節点力に変換すること等により生じる等価荷重増分ベクトルである。 $[C]$ は各材料の構成マトリックス、 $[B_L]$ 、 $[B_{NL}]$ は線形および非線形のひずみ-変位マトリックス、 $[\tau]$ はCauchy応力のマトリックスである。 $[B_L]$ 、 $[B_{NL}]$ は、各々、Green のひずみにおける線形部分と非線形部分により生じるマトリックスである。これらの量は全て時刻 t_1 の配置を基準として定義され、詳細な定義については付録を参照されたい。

クリープひずみ等の非弾性ひずみ増分 $[dE^*]$ とひびわれによる解放応力等の応力増分 $[dS^*]$ を

考慮すると、各構成材料に対して成り立つ一般的な構成則の形は次のように表される。

$$[dS] = [C] ([dE] - [dE'']) - [dS''] \quad (4)$$

ここに、 $[dS]$ 、 $[dE]$ は、各々、時刻 t_1 と t_2 の間に生じる第2 Piola-Kirchhoff 応力とGreenのひずみの増分量である。通常、実験より得られる応力とひずみは公称応力と公称ひずみである。微小変形の範囲では応力とひずみの基準配置による差はないが、有限変形の場合はそれらを区別する必要がある。すなわち、上記の式(4)を用いる場合、既存の実験結果を使用するためには、公称応力を第2 Piola-Kirchhoff 応力に変換しなければならない。

式(1)は材料非線形性に加えて幾何学的にも非線形であるため、各々の荷重ステップの配置において収束するまで反復計算を行い解を求める。また、 $[K]$ 、 $[K_0]$ はコンクリートと鉄筋を表す各種要素について求めるものとする。

2.2 材料非線形性

2.2.1 コンクリート

コンクリートが短期荷重を受けた場合の応力-ひずみ関係にはBatheらによって提案されている亜弾性モデル[4]を用いる。コンクリートのひびわれは主引張応力が引張強度に達した時に主引張応力方向と直角方向の剛性を低下させることによりひびわれ発生を表現する分散ひびわれモデルによって表される。ひびわれ発生前のコンクリート内の引張応力はひびわれ発生時に解放される。また、コンクリートの引張硬化の影響は無視する。

コンクリートのクリープ特性には、低応力と高応力に関する非線形性があることが知られており、それらの非線形性のクリープ解析における影響が無視できないことはすでに報告されている[6]。本研究では、繰り返し荷重の影響は考慮しないため、高応力領域における非線形性が特に影響をおよぼすと考えられる。この影響は、低応力のもとで用いられる通常のクリープ・コンプライアンスと上記の短期荷重を受けた場合の非線形応力-ひずみ関係を組み合わせて用いることにより、解析に組み込むことができるものとする。

2.2.2 鉄筋

鉄筋は線要素によって表される。ここでは大変位微小ひずみを仮定し、断面積の変化は無視する[3]。鉄筋の応力-ひずみ関係には、ひずみ硬化を考慮したバイリニアモデルを使用する。引張応力領域と圧縮応力領域の応力-ひずみ関係は同一のものと仮定する。鉄筋の材料特性は、持続荷重のもとでも変化しないものとし、鉄筋の時間依存材料特性は考慮しない。また、コンクリートと鉄筋の間の付着は完全であると仮定する。

表-1 材料定数

コンクリート	
圧縮強度 (Kgf/cm ²)	300.0
引張強度 (Kgf/cm ²)	30.0
初期ヤング率 (Kgf/cm ²)	2.0x10 ⁵
ポアソン比	0.18
鉄筋	
降伏応力 (Kgf/cm ²)	4000.0
初期ヤング率 (Kgf/cm ²)	2.1x10 ⁶
ひずみ硬化係数	0.0055

表-2 クリープおよび乾燥収縮に関するパラメータ (CEBモデル)

湿度 (%)	75
温度 (°C)	20
断面周長 (mm)	1200
断面積 (mm ²)	90000
コンクリートの圧縮強度 (材令28日) (Kgf/cm ²)	300
材令 (days)	28
セメントの種類	普通ホ [®] ルトラント [®] セメント

3. 数値計算例

上記のような材料非線形性と幾何学的非線形性を考慮したコンクリート構造物の解析のための有限要素法を用いて、コンクリート構造物のクリープ変形における有限変形の影響の有無を具体的な計算例から検討する。

本解析で用いられたコンクリートおよび鉄筋の材料特性は表-1に示される。また、クリープおよび乾燥収縮の材料特性は図-1に示される。クリープ・コンプライアンスは単位荷重(Kgf/cm²)当りの値である。時間依存材料特性は現在実際に設計式として使用されているものの中からCEBにより提案されているモデル[7]を用いている。クリープ・コンプライアンスおよび乾燥収縮ひずみを計算するために必要なパラメータの値は表-2にまとめられている。本解析例では、クリープの影響のみを考慮したもの、および、クリープと乾燥収縮を同時に考慮したものを検討した。乾燥収縮ひずみは、簡単のため、断面全体に均一に与える。また、乾燥収縮は持続荷重が載荷されると同時に開始するものとする。

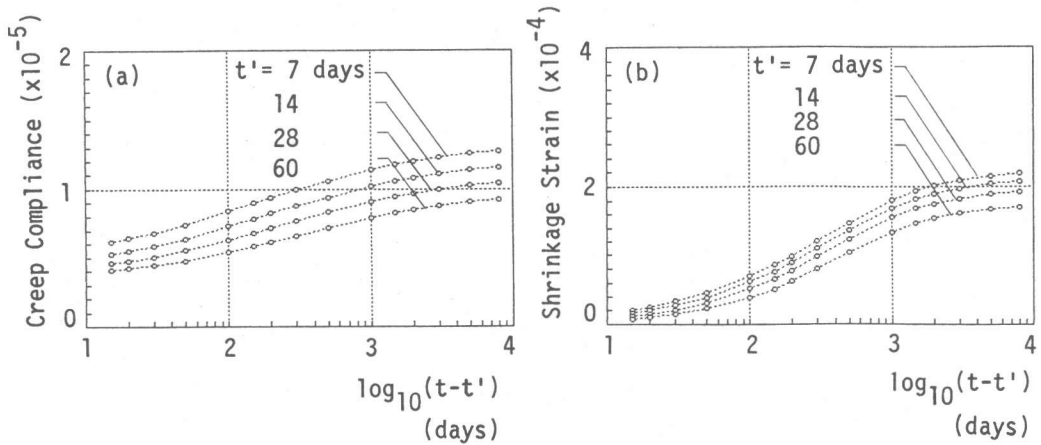


図-1 コンクリートの時間依存材料特性
(a) クリープ, (b) 乾燥収縮 (CEBモデル)

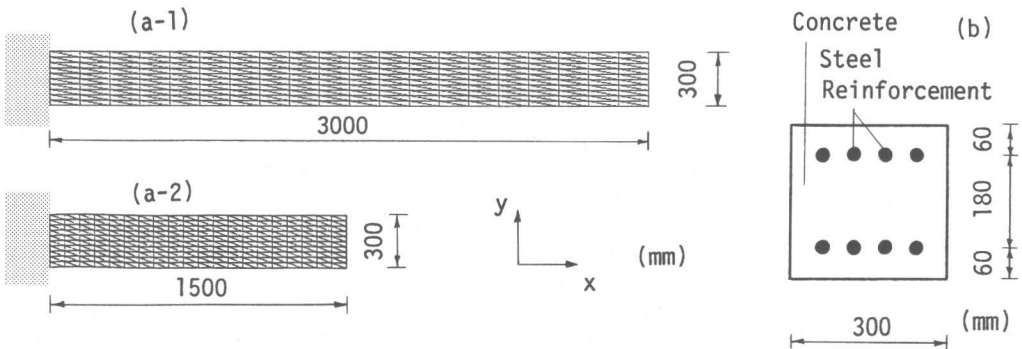


図-2 有限要素によるRC部材のモデル化
(a) 有限要素分割, (b) 断面形状

解析の対象となる2次元コンクリート構造物は図-2に示されるように、左端固定のRC片持ちりである。はりの部材長(L)と断面寸法(D)の比 L/D が5から10のものを検討する。断面形状は図-2(b)に示される。鉄筋の断面積は上側、下側ともに 13.5cm^2 で、鉄筋比としては両方とも1.5%である。要素分割は図-2(a)に示される。コンクリートには定ひずみ三角形要素、鉄筋には2節点線要素を用いる。節点数は231、要素数は440である。荷重は荷重増分として、

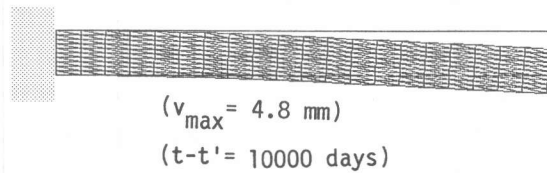


図-3 軸力と曲げを受けるRC部材の変形図

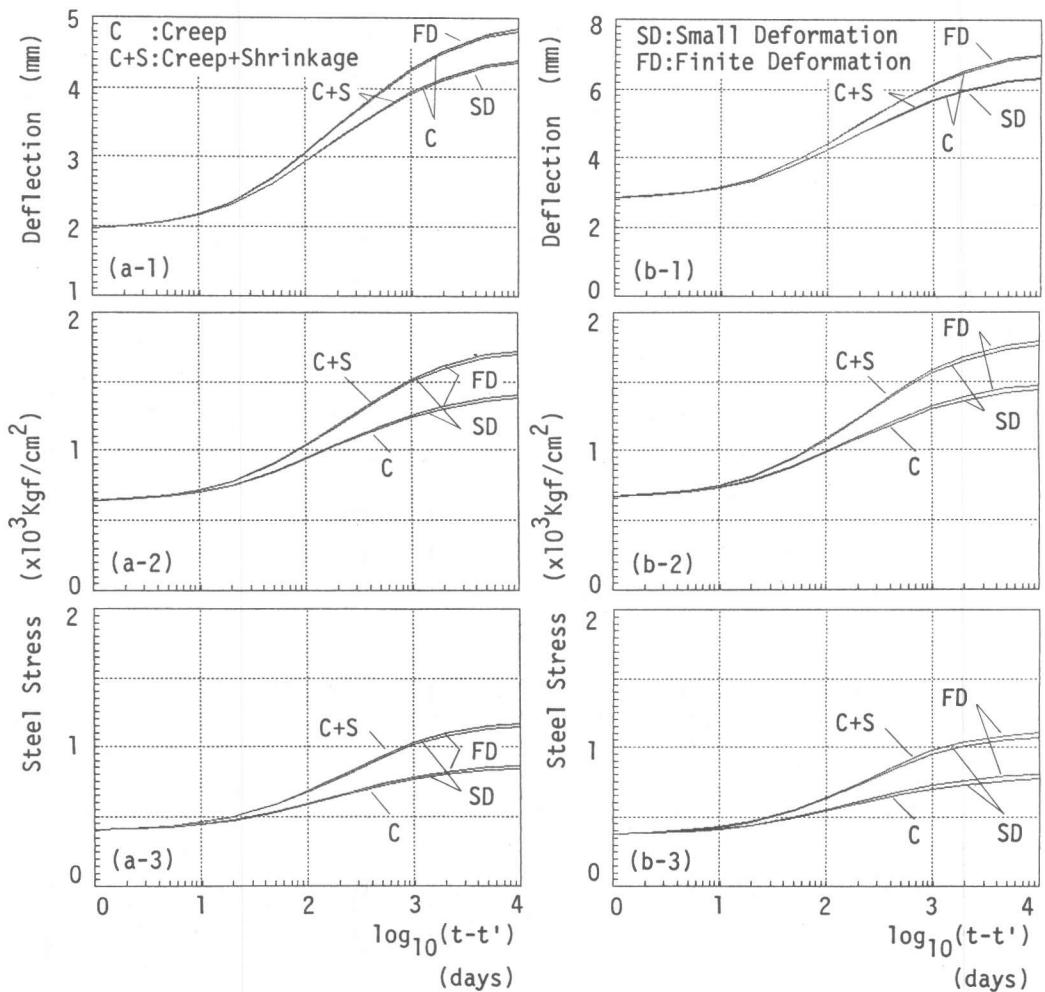


図-4 軸力と曲げを受けるRC部材 (部材長/断面寸法 = 10)
(a) 初期変形なし, (b) 初期変形あり

はりの右端に与えられる。コンクリートの材令が28日の時、微小時間に載荷された荷重は一定値を保ち、持続荷重として作用する。軸方向荷重および横方向荷重は、はりの断面高さ方向に単位長さ当り、各々、2400Kgf および20Kgf である。また、初期不整の影響を検討するために、はりの右端で最大値30mm、左端でたわみ角がゼロとなるような正弦波形の初期変形を与えた例も考える。初期変形がある場合は、軸方向荷重のみが作用する。なお、以下の計算例では平面応力状態を仮定する。

はりの部材長(L)と断面寸法(D)の比 L/D が10の場合の計算結果を図-3、および図-4に示す。図-3に示される変形図は、載荷時間10000日の時点での初期変形のないRCはりの変形状態を表す。図-4には、RCはり右端の中央節点のy-方向変位(a-1,b-1)、下側鉄筋の応力(a-2,b-2)、および上側鉄筋の応力(a-3,b-3)の時間変化を示す。鉄筋の応力は圧縮を正としてプロットしている。ここでは、これらの量について、初期変形のない場合(a)とある場合(b)に関する結果を示している。変位に関しては、有限変形を考慮することにより、(a)では10.2%、(b)では10.3%の差が生じている。鉄筋の応力は、コンクリートのクリープと乾燥収縮の影響で、載荷時間とともに圧縮応力が増加していることがわかる。鉄筋の応力に関しては、有限変位の影響よりも乾燥収縮の影響が顕著に現れている。

L/D が5から10の場合について以上のような計算を行い、有限変形を考慮することによって生じる影響を調べた。変位に関する計算結果は表-3に示されている。自由端のy-方向変位については、 L/D が大きくなるにつれて有限変形の影響が顕著になることがわかる。しかし、本解析で用いた構造物の鉄筋の応力については、有限変形の影響よりも乾燥収縮の影響が卓越し、微小変形に基づく計算結果との差は一般に顕著ではなかった。

4. 結論

コンクリート構造物のクリープ変形に関する有限要素解析において、材料非線形性のもとで、有限変形のおよぼす影響の程度を数値計算例により検討を行った。コンクリートは鋼材に比べて小さなひずみで破壊するため、それ自体のみでは大きな変形に耐えられない。したがって、コンクリートそのものの挙動がコンクリート構造物全体の挙動に対して支配的な影響を与える場合には、材料非線形性が卓越する。この様な場合には従来の微小変形のみを考慮した有限要素解析で工学的に十分な結果を得ることができる。しかし、コンクリート構造物または部材が、材料非線形の領域に入った後も、耐荷力があり、大変形に耐えられる場合には有限変形を考慮し、幾何学的非線形性を取り入れる必要があることが構造物の部材長(L)・断面寸法(D)比をパラメータとし

表-3 自由端の変位における有限変形の影響

L/D	クリープ						クリープ+乾燥収縮					
	初期変形なし			初期変形あり			初期変形なし			初期変形あり		
	SD	FD	FD/SD	SD	FD	FD/SD	SD	FD	FD/SD	SD	FD	FD/SD
5	0.641	0.658	1.0262	1.810	1.857	1.0260	0.600	0.613	1.0213	1.609	1.640	1.0193
6	1.072	1.112	1.0373	2.561	2.658	1.0379	1.054	1.089	1.0332	2.354	2.427	1.0310
7	1.650	1.733	1.0503	3.394	3.567	1.0510	1.668	1.752	1.0504	3.371	3.539	1.0498
8	2.389	2.545	1.0653	4.308	4.594	1.0664	2.410	2.568	1.0656	4.327	4.615	1.0666
9	3.294	3.565	1.0823	5.290	5.730	1.0832	3.320	3.594	1.0825	5.313	5.758	1.0838
10	4.369	4.811	1.1012	6.322	6.969	1.1023	4.400	4.847	1.1016	6.351	7.004	1.1028

[注] L/D : 部材長/断面寸法、SD : 微小変形による計算結果、FD : 有限変形による計算結果

変位は $t-t' = 10000$ 日における自由端中央のy-方向節点変位[x(-1)(mm)]である。

て解析した結果確認された。有限変形を考慮することの影響の程度としては、たとえば、 $L/D=10$ の場合には、微小変形に基づく計算結果より変位が約10%増大した。

【付録】

式(1)のもとになるLagrange表記による剛性方程式を以下にまとめる。ここでは、基準配置は全て変形前、すなわち時刻 t_0 の配置である。クリープひずみ等の非弾性ひずみ $[dE]$ とひびわれによる解放応力等 $[dS]$ の影響を含む応力・ひずみ関係が式(6)により表されるとき、仮想仕事の式[3]を有限要素により離散化すると、次のマトリックス方程式が得られる。

$$([K] + [K_G]) [dU] = [dF] + [dF_{NL}] \quad (A.1)$$

ここに、剛性マトリックス $[K]$ と幾何剛性マトリックス $[K_G]$ は次式で与えられる。

$$[K] = \int_{U_0} [B_L]^T [C] [B_L] dV ; [K_G] = \int_{U_0} [B_{NL}]^T [{}^1S] [B_{NL}] dV \quad (A.2)$$

荷重ベクトル $[dF]$ および非弾性ひずみ等による等価荷重ベクトル $[dF_{NL}]$ は次式で与えられる。

$$[dF] = \int_{U_0} [N]^T [{}^0\rho] [{}^2f] dV + \int_{S_0} [N]^T [{}^2t] dS - \int_{U_0} [B_L]^T [{}^1S] dV \quad (A.3)$$

$$[dF_{NL}] = [dF_E] + [dF_S] ;$$

$$[dF_E] = \int_{U_0} [B_L]^T [C] [dE] dV ; [dF_S] = \int_{U_0} [B_L]^T [dS] dV \quad (A.4)$$

ここに、変数の左肩の添字は基準配置を意味する。 $[{}^0\rho]$ 、 $[{}^2f]$ 、 $[{}^2t]$ 、および $[{}^1S]$ は、各々、規定された配置における材料の密度、物体力、表面力、および第2 Piola-Kirchhoff 応力を表す。変位 $[du]$ およびひずみ $[dE]$ の内挿関数 $[N]$ による離散化は、次のように表される。

$$[du] = [N] [dU] ; [dE] = [de] + [d\eta] ;$$

$$[de] = [B_L] [dU] ; [d\eta]^T [{}^1S] = [dU]^T [B_{NL}]^T [{}^1S] [B_{NL}] [dU] \quad (A.5)$$

ここに、 $[de]$ および $[d\eta]$ は、各々、Green のひずみ増分 $[dE]$ の線形項と2次の非線形項である。変位とひずみの関係を表すマトリックス $[B_L]$ と $[B_{NL}]$ は、ひずみの定義と内挿関数 $[N]$ を用いて計算することができる。

以上がLagrange表記による剛性方程式のまとめであるが、本研究で用いたUpdated Lagrangian法では各荷重ステップの基準配置を直前の荷重ステップの配置にするため、上記の定義式をその配置における式に変換する必要がある。この変換に関する詳細は参考文献[3]等を参照されたい。

【参考文献】

- 1) 椿, 府川: 有限変形を考慮したRC曲げ部材の有限要素解析、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集, 第5部, 昭和61年11月, pp.265-266.
- 2) Bathe, K.J., and Ozdemir, H.: Elastic-Plastic Large Deformation Static and Dynamic Analysis, Journal of Computers and Structures, Vol.6, 1976, pp.81-92.
- 3) Bathe, K.J., Ozdemir, H., and Wilson, E.L.: Static and Dynamic Geometric and Material Nonlinear Analysis, Report No.UC SESH74-4, Structural Engineering Laboratory, Univ. of California, Berkeley, 1974.
- 4) Bathe, K.J., and Ramaswamy, S.: On Three-Dimensional Nonlinear Analysis of Concrete Structures, Nuclear Engineering and Design, Vol.52, 1979, pp.385-409.
- 5) Milford, R.V., and Schnobrich, W.C.: The Application of the Rotating Crack Model to the Analysis of Reinforced Concrete Shells, Journal of Computers and Structures, Vol.20, No.1-3, 1985, pp.225-234.
- 6) Bažant, Z.P., and Tsubaki, T.: Nonlinear Creep Buckling of Reinforced Concrete Columns, Journal of the Structural Division, Proc. of ASCE, Vol.106, No.ST11, November, 1980, pp.2235-2257.
- 7) CEB-FIP: Model Code for Concrete Structures, Comite Eurointernational du Beton and Federation Internationale de la Precontrainte, CEB Bulletin No.124/125-E, Paris, 1978.