

論文

[2068] アンボンド PC スラブの有限要素解析

正会員○上田 正生（北海道大学工学部）

正会員 山本 俊彦（東急建設技術研究所）

井手 齊（清水建設設計本部）

1. はじめに

曲線形状テンドンを有するPC（PPCおよびPRCを含む）スラブ構造は、今日、土木のみならず建築の分野においても、大スパン空間構築のための有用な構造形式の一つとして見直され、比較的多くの使用例が見受けられるようになった。特に最近では「建築学会プレストレスト（鉄筋）コンクリート設計・施工規準（指針）・同解説^{1)・2)}」が刊行されるに及び、PCスラブの設計環境は、今や可成り整備された状態にあるものと見做すことができる。しかし乍ら同規準には、連続スラブのうちでも設計の最も容易な“中央スラブ”の計算手順についてしか記載されていないため、実際にこの種のスラブを採用しようとする、設計者は“端部”と“隅角部”のスラブの取り扱いに苦慮するのが常のようである。したがって、この問題を解決するためにはまず、実際のスラブの周辺支持条件を容易に考慮しうる「曲線テンドンを有するPCスラブの解析手法」を確立することが必要のように思われる。

上記の目的を達成するための一助として、本論文では、著者等が開発^{3)・4)}した「補強材のすべりを考慮した曲線テンドンを有するPCスラブの有限要素解析」について報告し、更にモデルPCスラブの数値計算例を掲げて若干の検討・考察を行ってみる。

2. 解析仮定

理論展開に当って用いる仮定事項を以下に列挙する。

1) 等方弾性体であるコンクリートの断面に関しては法線保持が成り立ち、微小変形の仮定が成立するものとし、スラブには面外荷重と、スラブの境界に面内荷重（PC緊張力を含む）が作用するものとする。

2) スラブと梁の各部材中央面の不連続性（偏心）を考慮するため、スラブ内の任意面を基準面（reference surface）として定式化を行う。

3) テンドンは直交するx,y方向に、それぞれ2次曲線形を描いてkおよびm層ずつ配置されており、しかも各テンドン層はスラブ全体に一律に等価配分された曲面層として存在するものとし、また各テンドンは配置曲線方向の軸力のみを負担する弾性線材層として取り扱う。

4) x,y方向の個々の層のテンドンとコンクリートの間には、配置曲線に沿って付着すべりが生ずるものとし、任意の位置における或るテンドン層のすべり変位は、法線が保持されるコンクリート部分からの相対的なズレ変位で表示され、また、テンドン曲線に沿う付着応力とすべり変位の間には線形関係が成り立つものとする。

3. テンドンのすべりを考慮したPCスラブの有限要素解析

3.1 変位場および歪と応力

(1) 定式化のための変位場

図1はPCスラブの断面記号とスラブ内部に配置されているxまたはy方向の任意のi層のPCテンドンの設置状況を概念的に図示したものである。前項の仮定を用いてこの問題を定式化する

ために設定しなければならない変位場は、通常のRCスラブの場合と同様、スラブ基準面のxおよびy方向の変位 u, v と、z方向の鉛直変位 w さらにスラブ内の x, y 方向にそれぞれ2次曲線を描いて k, m 層ずつ配置されている全テンドン層のすべり変位 $S_{x1}, S_{x2}, \dots, S_{xi}, \dots, S_{xk}$ と $S_{y1}, S_{y2}, \dots, S_{yi}, \dots, S_{ym}$ の計 $(3+k+m)$ 個の変位である。

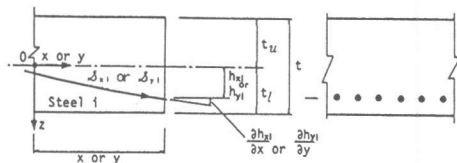


図1 PCスラブの断面記号と、xおよびy方向の任意のテンドン層iの配置状況

(2) コンクリート部分の歪と応力

スラブ基準面からzだけ離れた任意点(x, y, z)のコンクリート部分の歪 $\{\epsilon_c\}$ は、次式で表される。

$$\{\epsilon_c\} = \{\epsilon_{cx} \quad \epsilon_{cy} \quad \epsilon_{cxy}\}^T = \{\epsilon_o\} + z\{\phi\} \quad (1)$$

ここに、 $\{\epsilon_o\}$ はスラブ基準面の面内歪であるから下式で与えられる。

$$\{\epsilon_o\} = \{\epsilon_{ox} \quad \epsilon_{oy} \quad \epsilon_{oxy}\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\}^T \quad (2)$$

また、(1)式中の $\{\phi\}$ はスラブの曲率であり次式で表示される。

$$\{\phi\} = \{\phi_x \quad \phi_y \quad \phi_{xy}\}^T = \left\{ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\}^T \quad (3)$$

同じ位置のコンクリートの応力 $\{\sigma_c\}$ は次のように表される。

$$\{\sigma_c\} = \{\sigma_{cx} \quad \sigma_{cy} \quad \sigma_{cxy}\}^T = [D_c] \{\epsilon_c\} \quad (4)$$

ここに、 $[D_c]$ は平面応力下のコンクリートの応力-歪マトリックスで、

$$[D_c] = E_c / (1 - \nu^2) \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

但し、 E_c : コンクリートのヤング係数、 ν : コンクリートのポアソン比

(3) テンドンの歪と応力

テンドン層については、xおよびy方向のそれぞれの任意のi層についてのみ記述する。

[x方向の任意のi層のテンドン] : この層のテンドンの配置曲線方向の歪 ϵ_{sxi} は下式で表示することができる。

$$\epsilon_{sxi} = \epsilon_{ox} + h_{xi} \phi_x + \epsilon_{ssxi} \quad (6)$$

但し、 ϵ_{ssxi} : x方向のi層のテンドンの設置曲線に沿うすべり率

上式中の記号 h_{xi} は、図1に示すようにスラブ基準面からこの層のテンドンまでの距離で、先の基本仮定より下式に示すxの2次関数として与えられる。

$$h_{xi} = a_{xi} + b_{xi} x + c_{xi} x^2 \quad (7)$$

また(6)式中のテンドンのすべり率 ϵ_{ssxi} は δ_{xi} を曲線長とすると、正確には次式で表示される。

$$\epsilon_{ssxi} = \frac{\partial S_{xi}}{\partial \delta_{xi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\partial h_{xi} / \partial x)^2}} \frac{\partial S_{xi}}{\partial x} \quad (8)$$

しかしスラブの場合、配置されるテンドン曲線のライズは梁と比較すると遥かに小さいため、上式中の項 $\sqrt{1 + (\partial h_{xi} / \partial x)^2}$ は実際上1に等しいと見做すことができるから⁵⁾、すべり率 ϵ_{ssxi} は簡略化され下式のようになる。

$$\epsilon_{ssxi} = \frac{\partial S_{xi}}{\partial x} \quad (9)$$

また、このx方向のi層のテンドンの応力 σ_{sxi} は、

$$\sigma_{sxi} = E_{sxi} \epsilon_{sxi} \quad (10)$$

但し、 E_{sxi} : x方向のi層のテンドンのヤング係数

[y方向の任意のi層のテンドン] : y方向のi層のテンドンの歪と応力に関する諸式は、x方向のテンドンの場合と同じようにして求められ、以下のようになる。

$$\epsilon_{syi} = \epsilon_{oy} + h_{yi} \phi_y + \epsilon_{ssyi} \quad (11)$$

$$h_{yi} = a_{yi} + b_{yi} y + c_{yi} y^2 \quad (12)$$

$$\epsilon_{ssyi} = \frac{\partial S_{yi}}{\partial y} \quad (13)$$

$$\sigma_{syi} = E_{syi} \epsilon_{syi} \quad (14)$$

但し、 E_{syi} : y方向のi層のテンドンのヤング係数

(4) すべり変位と付着応力

先の仮定事項4)より、xおよびy方向の任意のi層のテンドンのすべり変位と、対応する方向の付着応力の関係は、それぞれ次のように与えられる。

$$\tau_{bx_i} = K_{bx_i} S_{x_i} \quad (15)$$

$$\tau_{by_i} = K_{by_i} S_{y_i} \quad (16)$$

但し、 τ_{bx_i}, τ_{by_i} : それぞれxおよびy方向の任意のi層のテンドンの付着応力
 K_{bx_i}, K_{by_i} : それぞれxおよびy方向の任意のi層のテンドンの付着係数

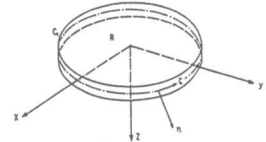


図2 スラブの境界と座標系

3.2 全ポテンシャル・エネルギー汎関数

補強材の付着すべりを考慮した場合のコンクリート構造部材の全ポテンシャル・エネルギー汎関数は、次のように表される。

$$\Pi = U_{c_n} + U_t + U_b - V \quad (17)$$

図3 スラブ断面に軸方向

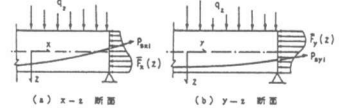


図3 スラブに作用する外荷重

ここに、 U_{c_n}, U_t, U_b は、それぞれコンクリート、テンドン、および付着すべりに掛かる内部エネルギーであり、 V は外力がなす負荷ポテンシャル・エネルギーである。

上式中の内部エネルギー U_{c_n}, U_t, U_b は、(1)~(16)式の関係を用いることによって容易に求められ、それぞれ以下のようになる。

$$U_{c_n} = \frac{1}{2} \iint \{ \sum_{x_i} \{ \epsilon_{x_i} \}^T [D]_{x_i} \{ \epsilon_{x_i} \} dz dx dy - \sum_{x_i} \sum_{y_i} A_{x_i} E_{x_i} h_{x_i} \epsilon_{cx}^2 + \sum_{y_i} A_{y_i} E_{y_i} h_{y_i} \epsilon_{cy}^2 \} dx dy \quad (18)$$

$$U_t = \frac{1}{2} \iint \{ \sum_{x_i} A_{x_i} E_{x_i} \epsilon_{cx}^2 + \sum_{y_i} A_{y_i} E_{y_i} \epsilon_{cy}^2 \} dx dy \quad (19)$$

$$U_b = \frac{1}{2} \iint \{ \sum_{x_i} \Omega_{x_i} K_{bx_i} S_{x_i}^2 + \sum_{y_i} \Omega_{y_i} K_{by_i} S_{y_i}^2 \} dx dy \quad (20)$$

但し、 $h_{x_i} \epsilon_{cx}, h_{y_i} \epsilon_{cy}$: x及びy方向のi層のテンドンと同じ位置のコンクリート部分の歪
 $\Omega_{x_i}, \Omega_{y_i}$: x及びy方向のi層のテンドンのスラブ単位面積当りの付着表面積

上の(18)式の右辺の第2, 3項はテンドンによるコンクリート断面の欠損を考慮するために必要となるものである。

一方、負荷ポテンシャル・エネルギー V は、「仮定事項1)に従い、スラブには図2, 3に示すように鉛直分布荷重と、スラブ境界に面内荷重とx, y両方向の全テンドンの緊張力が作用しているものとする」と、下式で表示される。

$$V = \iint q_x w dx dy + \int c (\bar{N}_{x_n} u + \bar{N}_{y_n} v + \bar{M}_{x_n} \frac{\partial w}{\partial x} + \bar{M}_{y_n} \frac{\partial w}{\partial y}) d\xi + \int c (\sum_{x_i} P_{axi} S_{x_i} + \sum_{y_i} P_{ayj} S_{y_i}) d\xi \quad (21)$$

但し、 P_{axi}, P_{ayj} : xおよびy方向の任意のテンドン層iの導入緊張力

上式中の $\bar{N}_{x_n}, \bar{N}_{y_n}$ と $\bar{M}_{x_n}, \bar{M}_{y_n}$ は、図3に示すようにスラブ境界に作用する分布荷重 \bar{F}_x と \bar{F}_y から求められ以下のようになる。

$$\bar{N}_{x_n} = \int_{-t}^t \bar{F}_x dz, \quad \bar{N}_{y_n} = \int_{-t}^t \bar{F}_y dz \quad (22)$$

$$\bar{M}_{x_n} = \int_{-t}^t \bar{F}_x z dz, \quad \bar{M}_{y_n} = \int_{-t}^t \bar{F}_y z dz \quad (23)$$

以上の(17)~(21)式に(1)~(16)式の関係を代入して整理すると、PCスラブの全ポテンシャル・エネルギー汎関数は最終的に下式のようになる。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \iint \{ \left(\frac{E_c t}{1-\nu^2} + \sum_{x_i} A_{x_i}^* E_{axi} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{2\nu E_c t}{1-\nu^2} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\frac{E_c t}{1-\nu^2} + \sum_{y_i} A_{y_i}^* E_{ayj} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{E_c t}{2(1+\nu)} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ & - \left\{ \frac{E_c (t_1^2 - t_2^2)}{1-\nu^2} + 2 \sum_{x_i} A_{x_i} E_{axi} h_{x_i} \right\} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \left\{ \frac{E_c (t_1^2 - t_2^2)}{1-\nu^2} + 2 \sum_{y_i} A_{y_i} E_{ayj} h_{y_i} \right\} \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{E_c \nu (t_1^2 - t_2^2)}{1-\nu^2} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ & - \frac{E_c \nu (t_1^2 - t_2^2)}{1-\nu^2} \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{2E_c (t_1^2 - t_2^2)}{1+\nu} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \left\{ \frac{E_c (t_1^2 + t_2^2)}{3(1-\nu^2)} + \sum_{x_i} A_{x_i} E_{axi} h_{x_i} \right\} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ & + \left\{ \frac{E_c (t_1^2 + t_2^2)}{3(1-\nu^2)} + \sum_{y_i} A_{y_i} E_{ayj} h_{y_i} \right\} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{2E_c \nu (t_1^2 + t_2^2)}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{2E_c (t_1^2 + t_2^2)}{3(1+\nu)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \\ & + \sum_{x_i} A_{x_i} E_{axi} \left(\frac{\partial S_{x_i}}{\partial x} \right)^2 + \sum_{x_i} \Omega_{x_i} K_{bx_i} S_{x_i}^2 + \sum_{y_i} A_{y_i} E_{ayj} \left(\frac{\partial S_{y_i}}{\partial y} \right)^2 + \sum_{y_i} \Omega_{y_i} K_{by_i} S_{y_i}^2 + 2 \sum_{x_i} A_{x_i} E_{axi} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial S_{x_i}}{\partial x} + 2 \sum_{y_i} A_{y_i} E_{ayj} \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial S_{y_i}}{\partial y} \\ & - 2 \sum_{x_i} A_{x_i} E_{axi} h_{x_i} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial S_{x_i}}{\partial x} - 2 \sum_{y_i} A_{y_i} E_{ayj} h_{y_i} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial S_{y_i}}{\partial y} - 2 q_x w \} dx dy \\ & - \int c (\bar{N}_{x_n} u + \bar{N}_{y_n} v + \bar{M}_{x_n} \frac{\partial w}{\partial x} + \bar{M}_{y_n} \frac{\partial w}{\partial y}) d\xi - \int c (\sum_{x_i} P_{axi} S_{x_i} + \sum_{y_i} P_{ayj} S_{y_i}) d\xi \end{aligned} \quad (24)$$

但し、 $A_{x_i}^*, A_{y_i}^*$: xおよびy方向のi層のテンドンの換算断面積でそれぞれ $A_{x_i}^* = A_{x_i} (1 - E_c/E_{axi})$, $A_{y_i}^* = A_{y_i} (1 - E_c/E_{ayj})$

3.3 有限要素法への定式化

前項3.2で求めた汎関数(22)式に基づき、矩形要素を用いてこの問題の有限要素法への定式化

を行うこととする。

(1) PCスラブ要素の変位関数と歪

この要素の設定変位はスラブ基準面のx, y, z方向の変位 u, v, wと、スラブ内の全てのテンドンのすべり変位 $S_{x_i} (i=1\sim k), S_{y_i} (i=1\sim m)$ である。

[面内変形]

面内変位 u, vに関しては次の変位関数を用いる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \{ \alpha_o \} = [f_o] \{ \alpha_o \} \quad (25)$$

但し、 $\{ \alpha_o \}$: 面内変位の一般化変位

従って、要素内の面内歪 $\{ \epsilon_o \}$ は下式で表される。

$$\{ \epsilon_o \} = [b_o] [C_o^{-1}] \{ \delta_o \} \quad (26)$$

但し、 $[b_o]$: (25)式中の $[f_o]$ を微分することによって得られる係数マトリックス

$\{ \delta_o \}$: 面内節点変位ベクトル

$[C_o]$: (25)式に従って面内節点変位ベクトル $\{ \delta_o \}$ と一般化変位 $\{ \alpha_o \}$ を関係づけるためのマトリックスで、要素の各節点の座標値を $[f_o]$ に代入することによって容易に求められる。

[曲げ変形]

スラブの曲げ変形を表示するために、ここでは周知の12自由度を有する矩形要素を採用する。

鉛直変位wの変位関数は次式で与えられる。

$$w = [1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 \ x^3 \ y^2y \ xy^2 \ y^3 \ x^2y \ xy^3] \{ \alpha_b \} = [f_b] \{ \alpha_b \} \quad (27)$$

但し、 $\{ \alpha_b \}$: 曲げ変形の一般化変位

また、回転角 θ_x, θ_y は、

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} [f_b] \{ \alpha_b \} \quad (28)$$

$$\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} [f_b] \{ \alpha_b \} \quad (29)$$

従って、スラブの曲率 $\{ \phi \}$ は次のように表示される。

$$\{ \phi \} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} [f_b] & -\frac{\partial^2}{\partial y^2} [f_b] & -\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} [f_b] \end{bmatrix} \{ \alpha_b \} = [b_b] \{ \alpha_b \} = [b_b] [C_b^{-1}] \{ \delta_b \} \quad (30)$$

但し、 $[b_b]$: 上式から明らかのように $[f_b]$ を微分して得られる係数マトリックス

$\{ \delta_b \}$: 変位成分 w, θ_x, θ_y に対応する要素節点変位ベクトル

$[C_b]$: $[C_o]$ と同様にして求められる曲げ節点変位ベクトル $\{ \delta_b \}$ と一般化変位 $\{ \alpha_b \}$ を関係づけるためのマトリックス

[すべり変位]

テンドンのすべり変位については、すべて典型的に取り扱うことができるので、xおよびy方向の任意のi層についてののみ記述することとする。

x方向の任意のテンドン層iのすべり変位 S_{x_i} :

$$S_{x_i} = [1 \ x \ y \ xy] \{ \alpha_{sx_i} \} = [f_s] \{ \alpha_{sx_i} \} \quad (31)$$

但し、 $\{ \alpha_{sx_i} \}$: x方向のテンドン層iのすべり変位の一般化変位

従って、x方向のテンドン層iの配置曲線方向のすべり率 ϵ_{sx_i} は、

$$\epsilon_{sx_i} = \frac{\partial}{\partial x} [f_s] \{ \alpha_{sx_i} \} = [b_{sx_i}] \{ \alpha_{sx_i} \} = [b_{sx_i}] [C_s^{-1}] \{ \delta_{sx_i} \} \quad (32)$$

但し、 $[b_{sx_i}]$: $[f_s]$ をxで微分して得られる係数マトリックス

$\{ \delta_{sx_i} \}$: x方向のi層のテンドンの節点すべり変位ベクトル

$[C_s]$: 節点すべり変位ベクトル $\{ \delta_{sx_i} \}$ と一般化変位 $\{ \alpha_{sx_i} \}$ を関係づけるためのマトリックスで、x方向y方向を問わず全てのテンドンに共通である

y方向の任意のテンドン層iのすべり変位 S_{y_i} :

y方向のテンドンについても同様にして求められ、x方向の場合の(31), (32)式に対応する式は

次のようになる。

$$S_{y_i} = [1 \ x \ y \ xy] \{ \alpha_{sy_i} \} = [f_s] \{ \alpha_{sy_i} \} \quad (33)$$

$$\epsilon_{sy_i} = \frac{\partial}{\partial y} [f_s] \{ \alpha_{sy_i} \} = [b_{sy_i}] \{ \alpha_{sy_i} \} = [b_{sy_i}] [C_s^{-1}] \{ \delta_{sy_i} \} \quad (34)$$

但し、 $\{ \alpha_{sy_i} \}$: y方向のテンドン層iのすべり変位の一般化変位

$[b_{sy_i}]$: $[f_s]$ をyで微分して得られる係数マトリックス

$\{ \delta_{sy_i} \}$: y方向のi層のテンドンの節点すべり変位ベクトル

(2) 有限要素方程式

前項で得た各式と先の汎関数(24)式より、補強材の付着すべりを考慮した曲線テンドンを有するPCスラブ要素の有限要素方程式が得られ下式となる。

$$\begin{bmatrix} K_{oo} & K_{ob} & K_{osx} & K_{osy} \\ K_{ob}^T & K_{bb} & K_{bsx} & K_{bsy} \\ K_{osx}^T & K_{bsx}^T & K_{sxxx} & 0 \\ K_{osy}^T & K_{bsy}^T & 0 & K_{syyy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_o \\ \delta_b \\ \delta_{sx} \\ \delta_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_o \\ P_b \\ P_{sx} \\ P_{sy} \end{bmatrix} \quad (35)$$

但し、 $[K_{oo}]$, $[K_{ob}]$, $[K_{osx}]$, $[K_{osy}]$, $[K_{bb}]$, $[K_{bsx}]$, $[K_{bsy}]$, $[K_{sxxx}]$, $[K_{syyy}]$: 変位法による通常の定式化手順によって得られる要素の部分剛性マトリックス、 $\{\delta_{sx}\}$: x方向の全テンドン層に関する節点すべり変位ベクトル、 $\{\delta_{sy}\}$: y方向の全テンドン層に関する節点すべり変位ベクトル、 $\{P_o\}$, $\{P_b\}$, $\{P_{sx}\}$, $\{P_{sy}\}$: それぞれ節点変位ベクトル $\{\delta_o\}$, $\{\delta_b\}$, $\{\delta_{sx}\}$, $\{\delta_{sy}\}$ に対応する外荷重ベクトル

ここで得た(33)式の有限要素方程式は、テンドンとコンクリート間の付着係数の値のみを調整することによって、アンボンドから完全付着状態までのPCスラブを解析することが可能である。

4. 数値計算例と考察

テンドンへの緊張力導入時のスラブの力学性状が、周辺の支持条件の違いによってどの程度異なるかを例示するため、図4に示すようなコンクリート梁・柱フレームに支持された一層の連続スラブを、建築学会規準¹⁾にしたがってPPCとして設計し、解析を行ってみる。この連続スラブを構成する個々のパネルは全て厚さ20cm、内法スパン8m×8mの正方形スラブで、支持条件の違いのみをみるため、テンドンのプロフィールも全スラブ同一に仮定されている。図5には、使用材料の物理的性質、及びテンドンプロフィールの詳細を示す。

図4からも明らかなように、この連続スラブを構成する個々のスラブパネルの周辺支持状態は、實際上3種類に分類することができる。即ち、中央スラブ(図中の記号C)、端部スラブ(図中の記号E)、隅部スラブ(図中の記号C_o)の3種である。図6に、これらのスラブと同一寸法の梁・柱を有する比較のための単一スラブをも含めた4種の解析対象スラブの支持条件と主要点の記号を、また図7には、計算に用いた基本的なスラブの要素分割形状を示す。

周辺支持条件の違いの影響のみをみるため、テンドンとコンクリート間の摩擦を無視(必要ならばPC梁のための文献6)の手法を拡張することによって容易に考慮可能である)し、また柱の変形をも考慮した場合の、本解析法による各スラブの計算結果を、表1と表2に掲げる。即ち、表1は各スラブの主要点の鉛直撓みを、また表2は主要点の曲げモーメントの値をそれぞれ対比して表示したものである。なお、両表には単一スラブに関する3種類の値が記入されているが、基準となるのは左端の柱の変形をも考慮した最も実際に近い場合の解であり、右側の2種の値は順に→柱のみを固定(Cfix)→梁も柱も固定(周辺固定)、と仮定したときのそれぞれの解を、参考のため併記したものである。表1の結果より、テンドン緊張時のスラブの変形状態は、周辺支持条件の違いによって可成り大きく異なることが分かる。表中の中央点撓みに着目すると、連続スラブの場合、中央、端部、隅部の各スラブ順に-3.145, -2.892, -2.837mmと撓み量が減少し、隅部スラブの撓みは中央スラブより1割程小さくなっている。一方、単一スラブではその中央点撓みは基準、Cfix、周辺固定の順に-1.717, -2.475, 2.858mmと急激

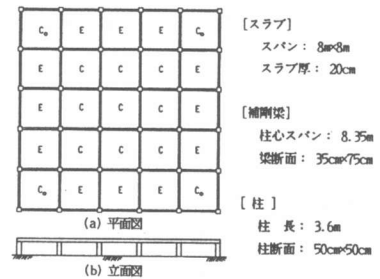


図4 連続スラブの解析モデルと部材断面詳細

[テンドン]
 x, y両方向ともアンボンドPC鋼より編 SWR 19 φ500mm
 テンドン1本当りの導入緊張力 → 26.88 t
 $E_{sx} = E_{sy} = 2,000,000 \text{ kg/cm}^2$; $\theta_{Ax} = \theta_{Ay} = 2.084 \text{ cm}^2$; $K_{bx} = K_{by} = 1.0 \text{ kg/cm}^3$
 [コンクリート]
 $F_c = 300 \text{ kg/cm}^2$; $E_c = 260,000 \text{ kg/cm}^2$

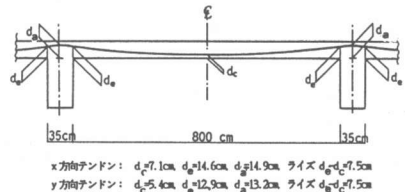


図5 テンドンプロフィールと材料性状

に増加しており、特にCfixスラブの柱の拘束の影響の大きいことを知る。このように、連続スラブにおいて端部と隅部スラブの中央点撓みの方が中央部スラブのそれより、また、単一スラブにおいて基準とCfixスラブの中央点撓みの方が周辺固定スラブのそれより、それぞれ小さくなるのは、これら各スラブの端部のテンドンの緊張力による曲げ上げとは逆方向の、梁の捩れ変形の影響の故である。この中央点撓みを「2次曲線テンドンによる曲げ上げの効果をこれと近似的に等価な上向きに等分布荷重の作用する周辺固定スラブとして取り扱う」建築学会規準等に示されている慣用法によって求めてみると、その値は本解析例の周辺固定スラブの値に近い-2.774mmとなり、見かけ上は表1中の端部、隅部、Cfixの各スラブの撓み量に近くなるが、前記の理由から、これをそのまま連続スラブのための撓みの予測値として用いるには問題があることが判る。

次に、表2の曲げモーメントに着目すると、スラブ中央点モーメントの値は、単一基準スラブを除くと、各スラブ間にさほど大きな差はないが、スラブ端モーメントの値は周辺の支持条件によって変化しており、自由端の梁側のスラブ端モーメントは連続スラブ側のそれより幾分大きくなることを示している。しかしながら連続スラブの場合、相対する辺の端モーメントの平均値を求めてみると、

その値は端部スラブで 3.160tm/m(b、b'の平均)、隅部スラブで 3.072tm/m(a、a'の平均)および 3.196tm/m(b、b'の平均)となり、中央スラブの二つの端モーメントにほぼ近い値が得られ、本計算例のような連続スラブでは、端部、隅部を問わず、便宜上全て中央スラブの曲げモーメントの値を用いても差し支えないことが判る。先の撓みの場合と同様、慣用法によってこれら曲げモーメントの値を求めてみると、モーメント係数として周辺固定の値を用いると、中央点および端モーメントの値は、それぞれ -1.470tm/m、3.309tm/mとなる。これらは既にみたようにそのままこの連続スラブのモーメント値として使用可能な値である。

5. まとめ

本論文では、補強材の付着すべりを考慮した曲線テンドンを有するPCスラブの有限要素解析手法を提示し、一連続PCスラブの数値計算例を掲げて、周辺支持条件の違いが緊張力導入時のPCスラブの力学性状におよぼす影響を例示して若干の考察を加え、本解析法が、この種の問題の有用な解明手段であることを明らかにした。

[参考文献]

- 1) 日本建築学会：プレストレストコンクリート設計施工規準・同解説、1987
- 2) 日本建築学会：プレストレスト鉄筋コンクリート(III種PC)構造設計・施工設計・同解説、1986
- 3) 上田正生・中川 修：補強材の付着すべりを考慮した曲線形状配筋を有するRC床板の曲げについて、日本建築学会大会学術講演集、1987、pp.2752-2753
- 4) 上田正生：曲線テンドンを有するPCスラブの有限要素解析、土木学会北海道支部論文報告集 第5号、1989、pp.91-94
- 5) 上田正生：補強材の付着すべりを考慮した鉄筋コンクリート床板の変形挙動解析その2 幾何学的非線形問題における基礎方程式と数値計算例、日本建築学会論文報告集 第5号、1988、pp.93-104
- 6) 上田正生・広瀬健明：アンカースリップの影響を考慮したPC梁端部の挙動解析、土木学会北海道支部論文報告集 第5号、1989、pp.87-90

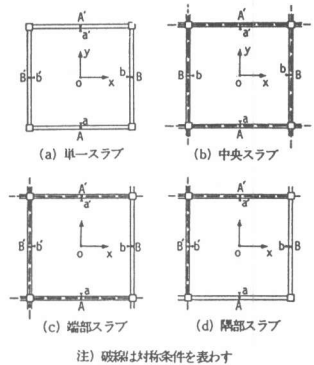


図6 解析スラブの支持条件と主要点の記号

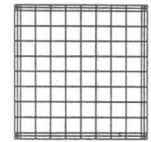


図7 基本的な要素分割形状

表1 緊張力導入による各スラブの主要点の撓み (単位: mm)

スラブの種類	単一スラブ			連続スラブ			
	単・基準スラブ	単・Cfixスラブ	周辺固定スラブ	中央スラブ	端部スラブ	隅部スラブ	
中央点	a	0.858	0.269	—	-0.278	-0.019	0.141
端部	a'	0.858	0.269	—	-0.278	-0.019	-0.056
端部	b	0.418	0.237	—	-0.278	-0.085	0.019
端部	b'	0.418	0.237	—	-0.278	-0.289	-0.204
端部	O	-1.717	-2.475	-2.858	-3.145	-2.892	-2.837
梁端	A	0.843	0.266	—	-0.278	-0.018	0.148
梁端	A'	0.843	0.266	—	-0.278	-0.018	-0.053
梁端	B	0.348	0.217	—	-0.278	-0.118	-0.011
梁端	B'	0.348	0.217	—	-0.278	-0.287	-0.201

表2 緊張力導入による各スラブの主要点の曲げモーメント (単位: t・m/m)

スラブの種類	単一スラブ			連続スラブ			
	単・基準スラブ	単・Cfixスラブ	周辺固定スラブ	中央スラブ	端部スラブ	隅部スラブ	
中央点	a	My=3.110	My=3.108	My=3.230	My=3.113	My=3.124	My=3.092
端部	a'	My=3.110	My=3.108	My=3.230	My=3.113	My=3.124	My=3.053
端部	b	Mx=3.405	Mx=3.315	Mx=3.224	Mx=3.107	Mx=3.358	Mx=3.389
端部	b'	Mx=3.405	Mx=3.315	Mx=3.224	Mx=3.107	Mx=2.963	Mx=3.003
端部	O	Mx=-1.266 My=-1.311	Mx=-1.399 My=-1.369	Mx=-1.425 My=-1.424	Mx=-1.452 My=-1.451	Mx=-1.410 My=-1.439	Mx=-1.421 My=-1.430
梁端	A	Mx=10.94	Mx=-0.635	—	Mx=-7.036	Mx=-3.285	Mx=3.283
梁端	A'	Mx=-10.94	Mx=-0.635	—	Mx=-7.036	Mx=-3.285	Mx=-16.69
梁端	B	My=5.691	My=0.641	—	My=-7.040	My=-0.368	My=1.533
梁端	B'	My=5.691	My=-0.641	—	My=-7.040	My=-4.522	My=-3.369