

論文

[2101] RCスラブの曲げひびわれ挙動に関する研究

正会員 ○佐藤 正俊 (名古屋工業大学大学院)
 正会員 上原 匠 (名古屋工業大学大学院)
 正会員 梅原 秀哲 (名古屋工業大学工学部)
 正会員 吉田 弥智 (名古屋工業大学工学部)

1. まえがき

現在、各国で用いられているコンクリート構造物の設計指針は、構造解析方法として、線形解析を用いることを基本としている。高次の不静定構造であるRCスラブにおいても、ひびわれ発生前の応力分布は線形解析によってかなり正確に求めることができるが、ひびわれが生じた後は応力の再配分が生じ、線形解析で得られる応力分布とはかなり差が生じる。また、実用的塑性解析法の一つとして降伏線理論があるが、この手法では終局耐力のみが推定できるにすぎない。これに対して近年、コンピュータの発達にともない、有限要素法を用いてRC構造物の弾性域から終局までの力学的挙動が解析可能となってきた。その中で、RCスラブの解析においては、スラブをコンクリート層と鉄筋層に分割して取扱う積層要素法があげられる。積層要素法に関しては、F. R. Hand¹⁾、C. S. Lin²⁾、M. K. Wanchoo³⁾、土橋⁴⁾⁵⁾、上田⁶⁾らの研究があるが、その違いは、使用した要素の自由度とコンクリートの破壊条件の相違、コンクリートのテンションスティフネスの考慮などである。

本研究では、最近、岡村⁷⁾、前川⁸⁾らによって報告されたひびわれ後のコンクリートの構成則を用いて、テンションスティフネスだけでなく、圧縮剛性、せん断剛性をも考慮した積層要素法プログラムを開発した。そこで、このプログラムを用いてRCスラブのひびわれ後の挙動を推定するとともに、実験を行いその挙動を比較することによって、解析手法の妥当性を検討した。

2. 解析概要

2. 1 解析要素モデル

本解析は、図-1に示すようにPecknoldの20自由度の四角形シェル¹⁾を平面的に分割した積層要素を用いており、厚さ方向の材料特性の変化を考慮できるものである。この要素では1つの節点はx軸方向変位 u 、y軸方向変位 v 、z軸方向変位 w 、x軸方向の回転角 θ_x 、y軸方向の回転角 θ_y の5つの自由度を持つ。微小たわみ理論の仮定より、要素中央面からzの距離でのひずみ $\{\varepsilon\}$ は以下の式で表される。

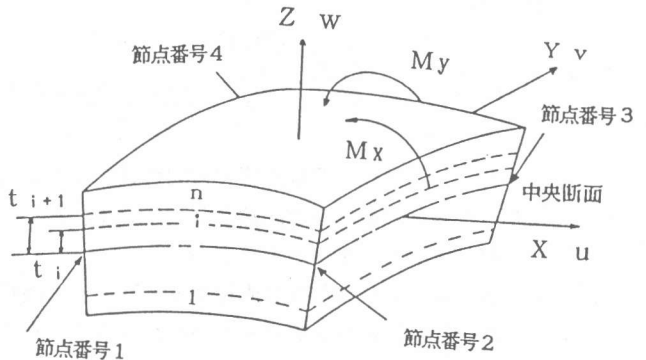


図-1 積層要素モデル

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_0\} + z \{\eta\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\{\varepsilon_0\}$ は中央面のひずみ、 $\{\eta\}$ は中央面の曲率で以下のように表される。

$$\{\varepsilon_0\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad \{\eta\} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \{\omega\}$$

$$= [B_1] \{V_1\} \dots \dots \dots (2) \quad = [B_2] \{V_2\} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 u 、 v 、 ω は変位ベクトルである。 $[B_1]$ 、 $[B_2]$ は変位とひずみの関係を表すマトリックス、また $\{V_1\}$ は u 、 v 方向の各節点変位 ($u_1, u_2, u_3, u_4, v_1, v_2, v_3, v_4$)、 $\{V_2\}$ は w 、 θ_x 、 θ_y 方向の各節点変位、回転角 ($w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, w_3, \theta_{x3}, \theta_{y3}, w_4, \theta_{x4}, \theta_{y4}$) である。

次に、仮想仕事の原理を用いることにより、1つの要素内で以下に示す剛性方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} F_{V1} \\ F_{V2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_{t_{i-1}}^{t_i} (t_{i+1}-t_i) \int_S [B_1]^T [D] [B_1] ds \\ \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{1}{2} (t_{i+1}^2-t_{i-1}^2) \int_S [B_2]^T [D] [B_1] ds \\ \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{1}{2} (t_{i+1}^2-t_{i-1}^2) \int_S [B_1]^T [D] [B_2] ds \\ \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{1}{3} (t_{i+1}^3-t_{i-1}^3) \int_S [B_2]^T [D] [B_2] ds \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 t_i は図-1に示すように中央面から i 番目の層上端までの距離を表す。また、 $[D]$ は材料マトリックスで、材料の非線形性を考慮するため、コンクリートと鉄筋について以下のようなモデル化を行なった。

(1) ひびわれのないコンクリートモデル

コンクリートを直交異方性材料と仮定し、ひびわれのないコンクリートに、次式のような直交異方性非弾性材料マトリックスを用いた。

$$[D_c] = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu \sqrt{E_1 E_2} & 0 \\ \nu \sqrt{E_1 E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_1 + E_2 - 2\nu \sqrt{E_1 E_2}}{4} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

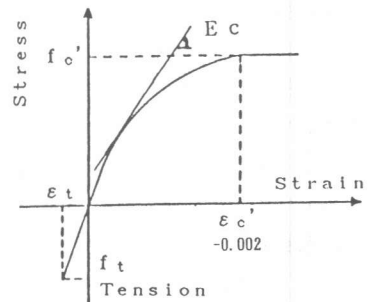


図-2 コンクリートの応力-ひずみモデル

ここで、 E_1 、 E_2 はそれぞれ主応力方向のひずみをもとに、図-2に示すように求めた接線ヤング係数 E_c であり、ひずみの関数となっている。また、 ν はポアソン比で定数である。

(2) ひびわれ後のコンクリートモデル

図-3に示すようなひびわれに直行する x' - y' 座標において、ひびわれ後のコンクリートの材料マトリックスを次式のように表した。

$$[D_{cr}] = \begin{bmatrix} (a) & 0 & 0 \\ 0 & (b) & 0 \\ 0 & 0 & (c) \end{bmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

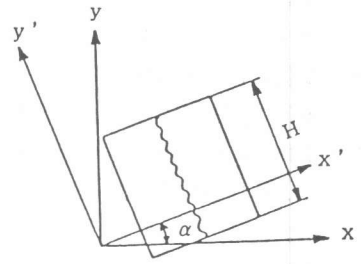


図-3 ひびわれ方向

このマトリックスの対角要素 (a)(b)(c) は、図-3の x' - y' 座標系におけるひびわれひずみ $\varepsilon_{x'}$ 、ひびわれに平行方向のひずみ $\varepsilon_{y'}$ をもとに以

下のように求めた。また、ひびわれ後のモデルでは、ひびわれの影響を平均化してとらえ、コンクリート部材の全体的な挙動を的確に知ることのできる分散ひびわれモデルを用いた。

(a) 引張剛性モデル

コンクリートの引張強度はひびわれ後の引張鉄筋の剛性に影響し、スラブの挙動に大きな影響を与える。そこで、コンクリートの曲げ強度 f_b が引張強度 f_t の約2倍の値であることを考慮し、コンクリートの引張強度を与えるひずみ ϵ_t の2倍の値をひびわれ限界ひずみとした。したがって、コンクリートの引張強度とひずみの関係は図-4に示すように、引張ひずみがひびわれ限界ひずみの2分の1を越えるまでは弾性とし、ひびわれ限界ひずみまでは塑性状態とした。また、鉄筋コンクリートの剛性はひびわれ後も、鉄筋との付着作用によって鉄筋単体としての剛性よりも高い。このコンクリートが負担する引張力を表すモデルとして、岡村らのモデル⁷⁾を用い、ひびわれ発生時の平均引張ひずみを0.0002として引張力を次式で表した。

$$\sigma_t = \sqrt{0.0002} f_t / \sqrt{\epsilon_x'} \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 σ_t はひびわれと直角方向のコンクリートの引張平均応力である。ところで、プログラムでは、この引張剛性モデルを後に述べる収束計算時に不平衡力を求めるのに用いている。しかし、全体剛性マトリックスを求める場合には増分型の剛性マトリックスを用いているので、ひびわれ後の引張剛性はこの場合負の値をとり、収束計算が不安定になるので、マトリックス中に引張剛性は与えずゼロとした。

(b) 圧縮剛性モデル

ひびわれ後のコンクリートの圧縮剛性と、ひびわれと直角方向の平均ひずみの間には、かなりの相関関係があるとされており、これをひびわれに伴う付加的なダメージの蓄積で表わした前川の式⁸⁾を基に、圧縮剛性の低下を次式で表した。

$$\sigma_y = E_c K_c \epsilon_x' \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$K_c = \begin{cases} 1 & (\epsilon_x' \leq 0.0012) \\ 0.8 & (0.0012 < \epsilon_x' \leq 0.0044) \end{cases}$$

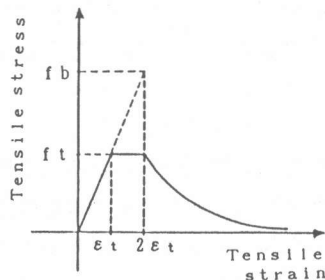


図-4 コンクリートの引張応力-引張ひずみ関係

ここに、 E_c はひびわれのないコンクリートの接線剛性 E_1 に等しいとする。また、 K_c はひびわれたコンクリートの破壊パラメータである。

(c) せん断剛性モデル

ひびわれを介して伝達されるせん断剛性を主引張ひずみの関数として取り扱うことのできる出雲、島らのモデル⁹⁾において、主引張ひずみの影響を回帰して得られた次式を用いた。

$$G_{cr} = 0.5 G_0 \quad \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 G_0 はひびわれのないコンクリートのせん断剛性である。

(3) 鉄筋モデル

鉄筋が x 軸および y 軸と δ の角度をなす x'' 軸と y'' 軸に平行に配置されているとすると、 $x'' - y''$ 座標系での鉄筋の材料マトリックスは、

$$[D_s] = E_s \begin{bmatrix} P_x \zeta (\epsilon_1^s) & 0 & 0 \\ 0 & P_y \zeta (\epsilon_1^s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots \dots (10)$$

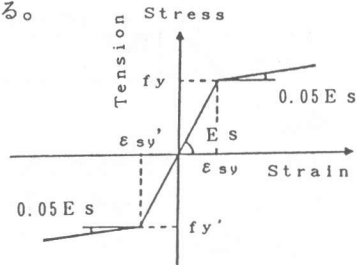


図-5 鉄筋の応力-ひずみ関係

で表される。なお、 E_s は鉄筋のヤング係数であり、図-5に示す値をとると仮定する。 P_x 、 P_y はそれぞれx”軸、y”軸方向の鉄筋比、 ε_i^s は鉄筋の軸ひずみで降伏ひずみより小さい場合は $\varepsilon_i^s = 1$ 、大きい場合は0.05を表す。

以上に述べたコンクリートおよび鉄筋の材料マトリックスを基準座標系に座標変換し、ひびわれや鉄筋の有無を考慮して各層ごとに加算して、要素の剛性マトリックスを求めた。

(4) ひびわれの発生条件

2軸応力下でのコンクリートの破壊については、圧縮-引張、2軸引張のそれぞれの領域で種々の破壊条件が提案されている。本解析では図-6に示すように引張-圧縮領域には、既往の研究で用いられている引張強度に重点をおいて提案された二羽の式¹⁰⁾を用い、2軸引張領域にはKupherらの式¹¹⁾を用いた。

(5) ひびわれの方向

各層ごとに主引張方向と直角に入るとし、一度ひびわれたら応力状態が変化してもその方向は変わらず固定とした。

2. 2 数値計算法

解析は、単調載荷による荷重増分法を用い、剛性方程式の解を求める近似解法として、Newton-Raphson法を用いた。収束判定は、繰り返し計算ごとに、全自由度に対し不平衡荷重の2乗和を荷重増分の2乗和で除し、収束判定値0.01より小さい場合に次の荷重段階に進むこととした。

表-1 RCスラブ供試体の概要

試験体番号	周辺条件	スパン長 (cm)	版厚 (cm)	鉄筋比 (%)	載荷板 (cm)	鉄筋径-間隔 (mm-cm)	鉄筋降伏応力度 (kg/cm ²)	コンクリート圧縮強度 (kg/cm ²)	コンクリート引張強度 (kg/cm ²)
NO.1	四辺支持	108×108	15.0	x-0.176 y-0.176	30×30 集中	D10-22	3738	409	32.1
NO.2	四辺支持	108×108	15.0	x-0.176 y-0.176	(15×15)×16枚等分布	D10-22	3738	341	28.5
NO.3	二辺支持	108×108	15.0	x-0.176 y-0.176	30×30 集中	D10-20/22	3738	384	34.9
NO.4	四辺支持	120×46	15.0	x-0.310 y-0.237	15×15 集中	D10-22/20	3738	320	26.4
NO.5	二辺長辺支持	120×46	15.0	x-0.310 y-0.237	30×15 集中	D10-22/20	3738	320	26.4

3. 実験

曲げ破壊による挙動を調べ、解析との比較を行うことを目的として、載荷条件、支持条件、スラブの形状等の影響を考慮した実験を行った。供試体は5体で概要を表-1に示す。使用したセメントは、早強ポルトランドセメントで試験材令および養生期間は、すべて1週間である。スラブの配筋は直交配置とし、また、曲げ破壊以前に押し抜きせん断を起こさないために、相当量のスターラップを配置した。スラブへの載荷には、100tの構造試験機を用いた。支承はコンクリー

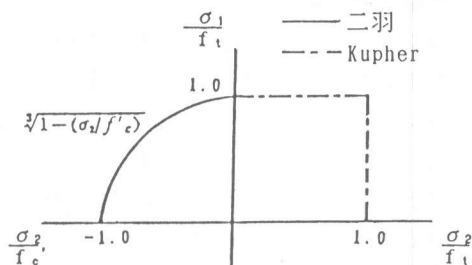


図-6 コンクリートの破壊包絡線

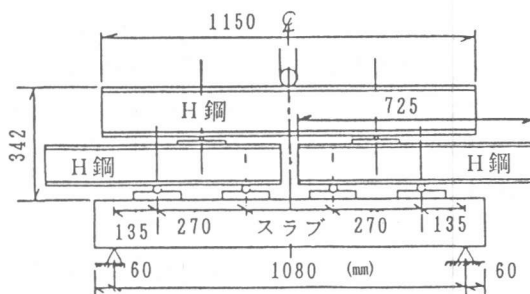


図-7 等分布載荷装置

注) 二辺支持については、他の二辺はfreeとする。

トの台の上部に、直径5cmの鋼丸棒を設置した単純支持支承とした。そのため支持辺隅角部でのスラブの浮き上がりは自由としている。等分布荷重については図-7に示すように、供試体の上にH形鋼を梁の状態として組みあわせ、等分された荷重が16枚の載荷板に伝わるようにして、疑似的な等分布荷重として行なった。荷重実験における測定項目は、スラブ中央におけるたわみ量、鉄筋のひずみ、及びひびわれ性状とした。ただし、ひびわれに関しては、支承の設置の関係上破壊後に観察したものである。

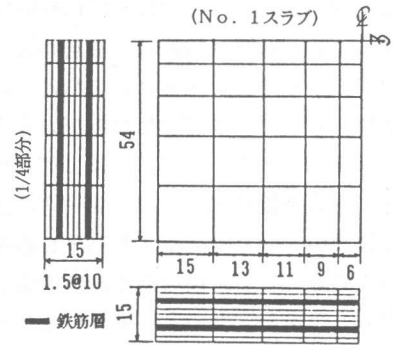


図-8 スラブの積層要素法モデル

4. 解析結果と実験結果との比較

RCスラブ供試体の1/4解析モデルの一例を図-8に示す。それぞれの形状、材料特性、支持条件、荷重方法に従って、変位、ひずみ、ひびわれの進展等について解析を行った。表-2は実験を行なったスラブの破壊荷重を、実験値、降伏線理論値、積層要素法解析値で比較したものである。また、実験値と積層要素法解析値で、スラブ中央部のたわみ量、鉄筋のひずみを比較した一例を図-9、10に、スラブ最下層の破壊荷重時のひびわれ性状の比較の一例を図-11に示す。表-2に示すように、破壊荷重に関しては、降伏線理論値および積層要素法による解析値は、全体的に実験値に比べて小さい値を示しているが、積層要素法では、鉄筋について硬化領域を考慮した構成則を用いたり、ひびわれ後のコンクリートの剛性も考慮しているため、降伏線理論値より実験値に近い値を示した。すなわち破壊荷重に関して、降伏線理論値より精度よく推定できることが明らかとなっ

表-2 実験値と解析値の比較

試験体番号	P test (t)	1. 降伏線理論		2. 積層要素法		
		P cal.1 (t)	P cal.1 P test	P cal.2 (t)	P cal.2 P test	P cal.1 P cal.2
No. 1	20.7	18.9	0.91	21.0	1.01	0.90
No. 2	84.2	50.9	0.61	58.0	0.69	0.88
No. 3	14.0	8.6	0.62	12.0	0.86	0.72
No. 4	23.8	20.7	0.87	18.0	0.76	1.15
No. 5	29.4	20.9	0.71	21.0	0.71	1.00

たわみ量、鉄筋のひずみを比較した一例を図-9、10に、スラブ最下層の破壊荷重時のひびわれ性状の比較の一例を図-11に示す。表-2に示すように、破壊荷重に関しては、降伏線理論値および積層要素法による解析値は、全体的に実験値に比べて小さい値を示しているが、積層要素法では、鉄筋について硬化領域を考慮した構成則を用いたり、ひびわれ後のコンクリートの剛性も考慮しているため、降伏線理論値より実験値に近い値を示した。すなわち破壊荷重に関して、降伏線理論値より精度よく推定できることが明らかとなっ

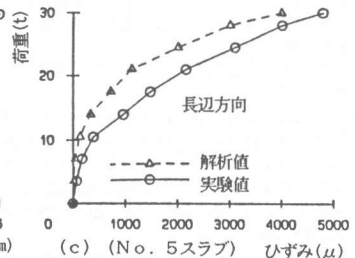
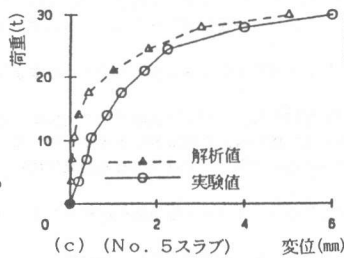
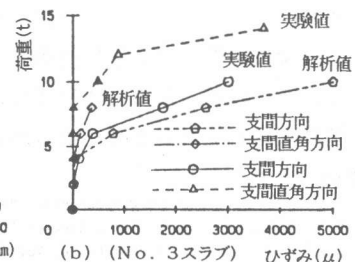
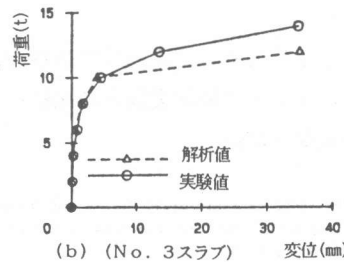
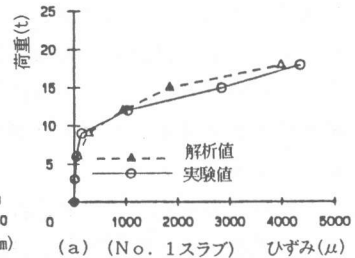
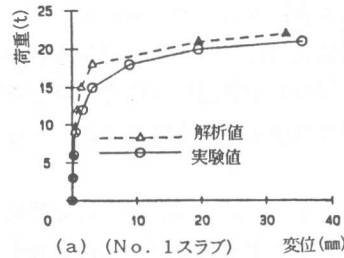


図-9 変位量比較図

図-10 鉄筋ひずみ比較図

た。なお、No. 2のスラブについては実験値に比べ、降伏線理論、積層要素法ともかなり小さな値となった。これについては、実験においてスラブのたわみが大きくなったとき、たわみが左右に一様でないため等分布載荷装置が傾き、荷重が一方の支承近くに集中したために支承が荷重を直接受け持つことになり、破壊荷重が理論値より相当大きくなったものと考えられる。また、図-9、10に示すように変位、及び鉄筋のひずみの解析値も実験値とかなり近い値を示している。さらに図-11に示すように解析で得られたひび

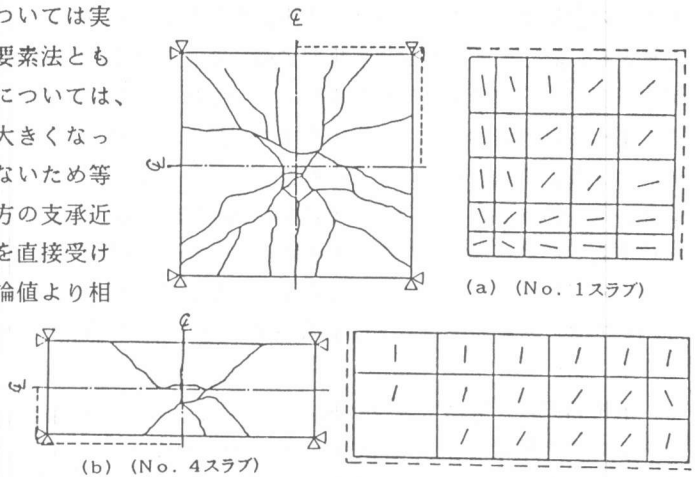


図-11 ひびわれ性状比較図

われの方向は、実験供試体の放射状のひびわれを的確に表している。以上のように、本解析プログラムではコンクリートの非線形性を考慮することにより、破壊荷重、変位、鉄筋のひずみ、ひびわれ性状を十分な精度で予測できることが明らかとなった。

5. 結論

本研究で得られた結果をまとめると以下のとおりである。

- 1) スラブを平面的に四角形要素に分割し、さらに分割された各要素を層状に分割する積層要素法を用い、コンクリートのひびわれや非線形の応力-ひずみ関係を考慮することにより、単純支持条件のRCスラブのひびわれ後の挙動を解析的に、かなりの精度で推定できることが明らかとなった。
- 2) 解析結果を実験結果と比較することにより、本研究で開発された解析プログラムでRCスラブの破壊荷重、変位挙動、鉄筋のひずみ、ひびわれ性状を十分に解析できることが明らかとなった。
- 3) 降伏線理論は、破壊荷重のみを与えるが、本解析ではひびわれ性状、変位挙動をも推定でき、さらに破壊荷重については、スラブの破壊実験との比較によって本解析の方がさらに良い精度で推定できることが明らかとなった。

参考文献

- 1) F. R. Hand, D. A. Pecknold, W. C. Schnobrich: Nonlinear Analysis of RC Plates and Shells, ASCE, 1973, pp1492~1505
- 2) C. S. Lin, A. C. Scordelis: Finite Element Study of a Reinforced Concrete Cylindrical Shell through Elastic Cracking and Ultimate Ranges, Journal of ACI, Vol. 72, No. 11, 1975
- 3) M. K. Wanchoo, G. W. May: Cracking Analysis of Reinforced Concrete Plate, ASCE, ST1, 1975, pp201~215
- 4) 土橋由造、内山武司、上田正生: 積層要素による床版の弾塑性解析-その1、日本建築学会論文報告集、第266号、1978年、pp41~49
- 5) 土橋由造、内山武司、杉野目 章: 積層要素による床版の弾塑性解析-その2、日本建築学会論文報告集、第294号、1980年、pp61~73
- 6) 上田正生、土橋由造: 鉄筋コンクリート床版の非線形解析、日本建築学会論文報告集、第283号、1979年9月、pp26~36
- 7) 岡村 甫、前川宏一: 鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析、土木学会論文集、第360号/v-3、1985年、pp3~12
- 8) 前川宏一: 弾塑性破壊理論に基づくコンクリートの構成則、RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム、日本コンクリート工学協会、1983年、pp1~8
- 9) 出雲淳一、島 弘、岡村 甫: 面内力をうける鉄筋コンクリート板要素の解析モデル、コンクリート工学論文、Vol. 25、1987年、pp134~147
- 10) 二羽淳一郎: 鉄筋コンクリート板要素の力学的性状、東京大学修士論文、1983年
- 11) H. B. Kupfer, F. K. H. Gerestle: Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, Proc. of ASCE, Vol. 99, ME4, 1973, pp853~866