

論文

[1137] 連続繊維補強セメント中の繊維-マトリックス間の応力伝達モデル化

正会員○大野定俊 (竹中技術研究所)

D.J. Hannant (Univ. of Surrey)

1. はじめに

繊維補強には短繊維、連続繊維、或いはロッド状に加工したものなど種々の異なった形態のものが含まれている。利用方法も多様であるが、比較的薄いパネル状の部材には連続繊維で補強されたものが用いられる傾向にある。1970年代以降、この種の複合体に対して、繊維とマトリックス間の付着機構に基づいた種々の理論的な解析が行われてきている。しかし、一般的によく知られている理論でも、繊維の形態や種類が多様化するにつれ実際の付着機構を十分に評価しているとは言い難くなったものもある。実用的には簡単なモデル化が望ましいが、種々の複合体の挙動をより正確に理解し、その特性を生かした利用方法を見いだして行くためには、実際のメカニズムに即した理論的な解析についても考慮しておく必要がある。本研究では、繊維内、或いは繊維束内で起こる滑りや応力伝達を考慮した理論的なモデル化について考察すると共に、このモデルによって予測される引張荷重下の応力-ひずみ曲線について報告する。

2. 従来の理論と応力ひずみ曲線の形状

連続繊維で補強されたセメント複合体を対象として、繊維-マトリックス間の応力伝達をモデル化した理論には、大別して繊維マトリックス界面の弾性連続性を仮定したもの[1],[2]、摩擦力による応力伝達を考慮したもの[3]、その両者を組み合わせたもの[4]などがある。ここでは、本論分のモデル解析との関連性から ACK理論として一般的に知られている摩擦応力伝達を仮定した Aveston, Cooper, Kelly等の理論について簡単に紹介する。複合体が引張力を受ける時、ACK理論ではひびわれ発生までは、複合体は「複合則」に従うものとしている。また、ひびわれ後の繊維とマトリックス間の応力伝達は摩擦力によるものとし、繊維とマトリックスは相対的に自由に動き得ると仮定している。ひびわれが発生すると、その近傍の繊維とマトリックスのひずみ分布は図-1に示すように、ひびわれ位置で繊維が全ての荷重を受け持ち、マトリックスの分担応力はゼロとなる。ひびわれ面で増加した繊維の応力は摩擦力によって繊維からマトリックスへと伝達される。単位面積当りの摩擦応力は一定であるので、繊維とマトリックスのひずみはひびわれ面から線形に変化してゆく。繊維とマトリックスのひずみは、ひびわれ面から伝達長  $x'$  だけ離れた位置でひび

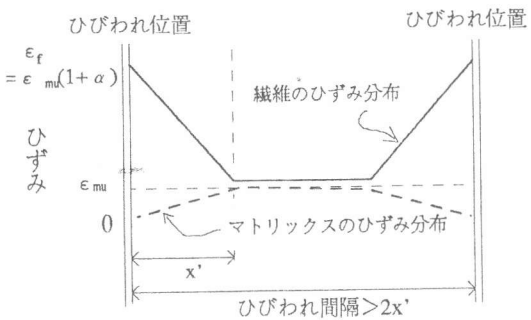


図-1 ひびわれ付近のひずみ分布

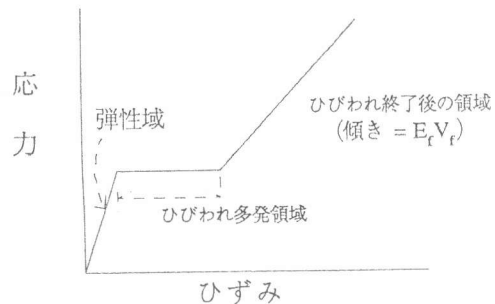


図-2 ACKモデルによる予測応力-ひずみ曲線

われ発生ひずみ  $\epsilon_{mu}$  となり、両者は一致する。そのため、同じ応力レベルで、ひびわれ面から伝達長  $x'$  以上離れた任意の位置で新たにひびわれが発生し、複合体の平均ひずみは増加して行く。こうして複合体が  $x'$  から  $2x'$  までの間隔で全体にひびわれると、摩擦力によってマトリックスに伝達される応力は  $E_m \epsilon_{mu}$  以上とならないので、不足分の荷重は繊維によって負担される。このモデルによって表される複合体の応力ひずみ曲線は、模式図的に図-2のような3つの直線からなる曲線として表される。図-2で、ひびわれ発生までを弾性域、それに続くフラットな領域をひびわれ多発域 (multiple-cracking region)、ひびわれ多発域の後の応力上昇域をひびわれ終了域 (post-cracking region) と呼んでいる。この理論はモノフィラメントからなる連続繊維とセメントマトリックス間の応力伝達に対しては妥当な評価を与えると考えられるが、フィブリル化したポリプロピレン繊維や繊維束からなる連続繊維で補強したセメント複合体に対しては満足のゆく予測を与えてはいない。

### 3. 引張破壊過程の複合体中の現象

引張を受ける実際の繊維補強複合体ではその破壊過程で種々の複雑な現象が起こっている。著者らはポリプロピレン繊維補強セメントの破壊過程を顕微鏡下で観察し、繊維-マトリックス界面や繊維内で起きている種々の現象について報告している[5]。図-3は試験体表面に非常に細い直線を張り付け引張载荷試験を行った時の繊維とマトリックスの様子を示したもので、繊維内で滑りが生じていることを示している。このような繊維内の滑りは繊維断面内の応力分布が一様でないことを示唆しており、複合体の力学的な応答特性に影響を与えるものと考えられる。フィブリル化したポリプロピレン繊維の形態は非常に複雑なので、この他にも考慮すべき事項が幾つか挙げられるが、繊維内の滑りは繊維複合体の力学的なメカニズムを考察するためには最も基本的で重要な現象であると考えられる。一方、繊維の滑りという観点からは、モノフィラメントを比較的小量の樹脂で集束した繊維束で補強した複合体でも同様な現象が起こる可能性がある。ガラス繊維のストランドで補強した複合体の断面の顕微鏡写真(図-4)によれば、繊維束の周辺部は直接セメントマトリックスと接触しているが、繊維束の中心部の繊維はマトリックスとはあまり接触していないことわかる。この場合にも繊維束の外側と中心部では応力伝達力に差があるので、応力分担が異なり上記のポリプロピレン繊維と同様な現象が起こることが推測される。

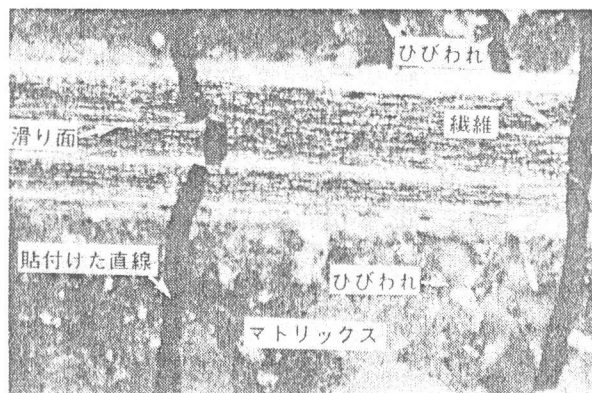


図-3 ポリプロピレン繊維内の滑り (引張応力下)



図-4 ガラス繊維補強セメントの断面

#### 4. モデルの考え方と仮定

ここでは、図-5で示されたような繊維内の滑りを考慮した応力伝達モデルを導くことを目的としている。理論的モデルを導くために幾つかの仮定が必要となるが、本モデルでは ACK理論を参考として以下の仮定を基本とした。

- (1) マトリックスにひびわれが入るまでは、複合体は「複合則」に従うものとする。また構成材料である繊維とマトリックスは弾性体として挙動する。
- (2) 繊維内の滑りはひびわれ発生後に起こるものとし、ひびわれ発生後の状態では繊維とマトリックスは相対的に自由に動き得る。
- (3) 同様に滑り面で、外側と内側の繊維は別々に動き得る。
- (4) 繊維-マトリックス界面、繊維-繊維界面での応力伝達は、それぞれ界面の単位面積当たり一定応力が伝達されると仮定する。
- (5) 繊維内で滑りが起るという前提条件から、繊維-マトリックス界面の伝達応力の方が繊維-繊維界面の伝達応力よりも大きいとする。

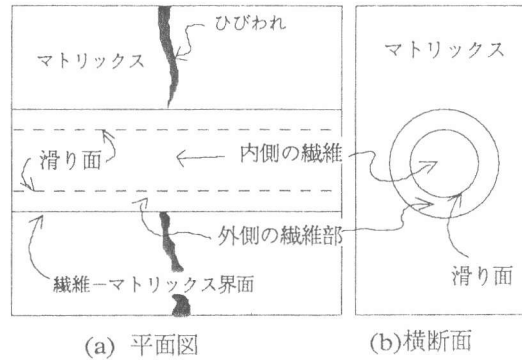


図-5 モデル化の基本概念

#### 5. 複合体中のひずみ分布と式の展開

##### 5. 1 ひびわれ発生直後の繊維とマトリックスのひずみ分布

マトリックスに最初にひびわれが入った時の、ひびわれ面近くのひずみ分布を図-6に示す。なお、図中及び式中の記号の意味は本論分末尾に記したので参照されたい。ひびわれが発生すると、ひびわれ面ではマトリックスの連続性が失われるのでマトリックスのひずみと負担応力はゼロとなる。その応力は全て繊維によって負担されることになるが、中心部の繊維と外側の繊維の間でスリップが起こると仮定しているので、中心部の繊維と外側の繊維はそれぞれの応力伝達能力に応じて変形する。この繊維とマトリックスのひずみ分布に関して、以下の条件が満たされる必要がある。

- (1) 0 から  $x_i$  の区間でのマトリックスと外側の繊維間の付着応力伝達の関係式
- (2) 0 から  $x_f$  の区間での外側と内側の繊維間の付着応力伝達の関係式
- (3) 複合体の各断面で力のバランス：  
ひびわれ面或いはひびわれ面から任意の距離において、繊維とマトリックスの受け持つ力の和は、ひびわれ面から  $x_f$  以上離れた位置で複合体の受け持つ力  $E_c \epsilon_{mu}$  に等しくなくてはならない。
- (4) 繊維の長さ方向の変形の適合条件から、外側の繊維と中心部の繊維は複合体全長にわたって連続であるので

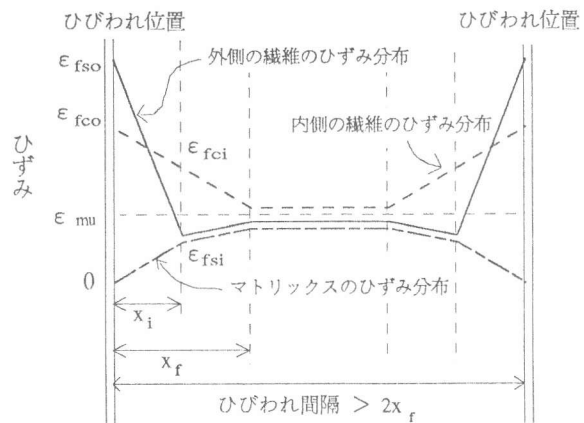


図-6 ひびわれ近傍のひずみ分布 (繊維内の滑りを仮定した場合)

両者の総変位量は同じにならなければならない。  
 このような条件に対し以下の5式が導かれる。

$$P_i \tau_i \frac{V_f}{A_f} x_i - E_m V_m \epsilon_{fsi} = 0 \quad (5-1)$$

$$P_f \frac{V_f}{A_f} \tau_f x_f - (1-k) E_f V_f (\epsilon_{fco} - \epsilon_{mu}) = 0 \quad (5-2)$$

$$(V_{fs} \epsilon_{fso} + V_{fc} \epsilon_{fco}) E_f = \epsilon_{mu} E_c \quad (5-3)$$

$$(1-k) V_f E_f \epsilon_{fci} + k \cdot E_f V_f \epsilon_{fsi} + E_m V_m \epsilon_{fsi} = \epsilon_{mu} E_c \quad (5-4)$$

$$x_f (\epsilon_{fso} - \epsilon_{mu}) + x_i (\epsilon_{fsi} - \epsilon_{fco}) = 0 \quad (5-5)$$

5.1式は、ひびわれ面から伝達長  $x_i$  の区間で、外側の繊維からマトリックスに伝達される付着力が、増加したマトリックスの負担力に等しくなるとして式を誘導している。同様に、5.2式はひびわれ面から伝達長  $x_f$  区間で、外側の繊維と内側の繊維間で伝達される付着力が内側の繊維の増加負担力に等しくなるとして式を誘導している。5-3式は、ひびわれ面の繊維とマトリックスの受け持つ力の和がひびわれ面から  $x_f$  以上離れた位置で複合体の受け持つ力  $E_c \epsilon_{mu}$  に等しいとしている。同様に5-4式は、ひびわれ面から  $x_i$  の距離の断面での繊維とマトリックスの受け持つ力の和が  $E_c \epsilon_{mu}$  に等しくなるとしている。以上5式の中で未知数は  $x_i, x_f, \epsilon_{fso}, \epsilon_{fco}, \epsilon_{fsi}$  の5個であるので、これらの連立方程式を解くことによって求められる。ここまではこの複合体にひびわれが入った直後のひずみ分布と力のバランスについて考えてきた。この条件下では、マトリックスのひずみはひびわれ面から  $x_f$  以上離れた位置で  $\epsilon_{mu}$  となるので、その領域でまた新たにひびわれが入る。それ故、ACK理論の場合と同様に、マトリックスはひびわれ発生荷重と同じ荷重レベルで複合体が  $x_f$  から  $2x_f$  の間の長さのブロックに分割されるまで、ひびわれが次々と形成されていく。この時の平均ひびわれ間隔を  $1.364x_f$  とすると、複合体の平均ひずみは以下のように表される。

$$\epsilon_a = [1 + 0.659 \Gamma \alpha] \epsilon_{mu} \quad \text{となる。} \quad (5-6)$$

$$\text{ここで } \alpha = E_m V_m / E_f V_f, \quad \beta = P_f \tau_f / P_i \tau_i, \quad \Gamma = \frac{\alpha \beta - \sqrt{k \beta (1 + \alpha) (\alpha - \alpha \beta + k) / (1 - k)}}{\alpha \beta - k(\alpha + 1)}$$

## 5. 2 ひびわれ多発域の終了と応力の上昇

ひびわれ間隔が  $2x_f$  以下となった後の状態でも、このモデルでは外側の繊維とマトリックス間の応力伝達は維持されるので、繊維からマトリックスに更に応力を伝達する事が可能である。すなわち、作用応力が増加すれば、さらにひびわれを起こし得る。図-7に示されるように、ひ

びわれ間隔が  $x_i$  以上  $2x_f$  未満にあるとき、ひびわれ間の中央部でのマトリックスひずみは  $\epsilon_{mu}$  以下の値となる。さらに、作用応力が増加するとひびわれ面では繊維のみがその応力を受け持つので、 $\epsilon_{fso}$  と  $\epsilon_{fco}$  の値は増加する。しかし、外側の繊維-マトリックス界面で伝達される付着応力  $\tau_i$  は変わらないので、ひびわれ面からの伝達距離  $x_i$  は  $x_i'$  へと長くなる。すなわち、 $x_i$  位置での外側の繊維とマトリックスのひずみ  $\epsilon_{fsi}$  は、 $x_i'$  位置で  $\epsilon_{fsi}'$  に増加する。また、外側と内側繊維間の滑り面での付着応力  $\tau_f$  の値は変わらないので、ひびわれ面から  $x_i'$  以上離れた領域ではマトリックスと外側の繊維のひずみは作用応力増加前と変わらない勾配でひびわれ面の距離に従って増加する。結果として、ひびわれ間の中心でマトリックスのひずみは増加することとなり、そしてこの値が  $\epsilon_{mu}$  に達したとき新たにひびわれが発生することになる。ひびわれが入ると、新たなひびわれの両側では繊維とマトリックスのひずみ分布が変化し新たな平衡状態に入る。さらに作用応力が増加して複合体が  $2x_i'$  以下の間隔に分割されると、繊維はそれ以上マトリックスに応力を伝達できないので、繊維のみがそれ以後作用応力を受け持つようになる。ひびわれの発生は複合体が  $x_i'$  から  $2x_i'$  のひびわれ間隔で分割されるまで続く。ひびわれ多発域の終了ひずみ、またその時の作用応力を求めるために、作用応力が上昇してひびわれが  $2x_i'$  で入った状態のひずみ分布について考えてみよう。前述のケースと同様、要素間の応力伝達の関係式、断面の力の釣合い、繊維の変形適合条件等から以下の式が導かれる。

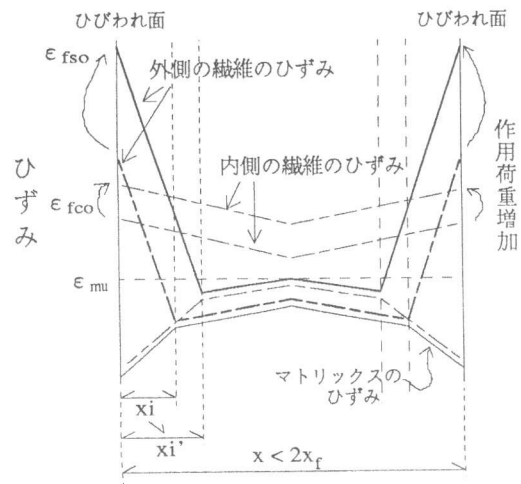


図-7 ひびわれ付近のひずみ分布  
(ひびわれ間隔が  $2x_f$  以下となった後の荷重増加)

$$P_i \tau_i \frac{V_f}{A_f} x_i' - E_m V_m \epsilon_{mu} = 0 \quad (5-7)$$

$$P_i \tau_i \frac{V_f}{A_f} x_i' - (1-k) E_f V_f (\epsilon_{fco}' - \epsilon_{fci}') = 0 \quad (5-8)$$

$$E_f V_f \{k \epsilon_{fso}' + (1-k) \epsilon_{fco}'\} = E_f V_f \{(1-k) \epsilon_{fci}' + k \epsilon_{mu}'\} + E_m V_m \epsilon_{mu} \quad (5-9)$$

$$\epsilon_{fso}' + \epsilon_{mu}' = \epsilon_{fco}' + \epsilon_{fci}' \quad (5-10)$$

以上の4式の連立1次方程式を解くことにより、 $\epsilon_{fso}$ 、 $\epsilon_{fco}$ 、 $\epsilon_{fci}$ 、 $x_i'$  が求められる。

ひびわれ多発域の終了点に対応する複合体の平均応力と平均ひずみは、複合体の平均ひびわれ間隔を仮定することにより求められる。本モデルではある段階以降応力の増加に従って、ひびわれが起こるので、この点でACK理論と異なる。最終的な平均ひびわれ間隔を  $1.364x_i'$  とすると、その時の複合体の平均ひずみ  $\epsilon_b$  は繊維の平均ひずみとして、また応力はひびわれ面で繊維が受け持つ応力から以下のように求めることが出来る。

$$\epsilon_b = \left\{ 1 + 0.659 \frac{\alpha(1-\beta)}{k} \right\} \epsilon_{mu} \quad (5-11)$$

$$\sigma_b = E_f V_f \epsilon_{mu} \left\{ 1 + \Psi \right\} \quad (5-12)$$

$$\text{ここで } \Psi = \frac{(1-\beta)}{2k} + \frac{1}{2} = \frac{1-\beta+k}{2k}$$

これまでの議論から、この複合体の応力ひずみ曲線は図-8に示すように描くことができる。

曲線のB点以降はACK理論と同様に、マトリックスに応力がそれ以上伝達されないの、繊維のみが応力増加に抵抗する。また、中心部の繊維と外側の繊維はその面積比に応じて応力を分担するので、B点以降の曲線の傾きは  $E_f V_f$  となる。

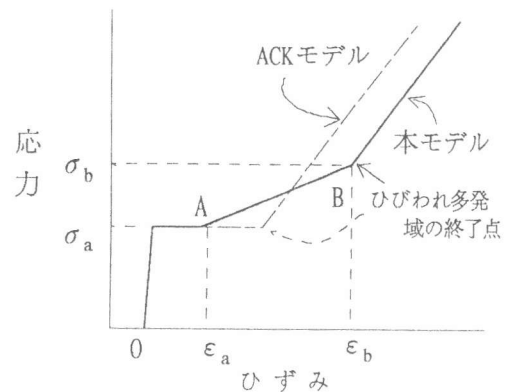


図-8 本モデルによって予測される  
応力-ひずみ曲線

## 6. まとめ

本研究では繊維とマトリックス間の付着応力伝達と繊維内の滑りを考慮した新しい付着応力伝達モデルを提案した。本報告では実験結果との比較は示されなかったが、本モデルはひびわれ多発領域の応力上昇を評価できることなど、ポリプロピレン繊維補強セメントに対しては、引張時の挙動を系統的に評価できることなどが明らかにされている。また、多数のモノフィラメントが比較的弱い樹脂で集束された繊維束で補強された複合体にも適用可能であると思われる。今後は  $\tau_i$  や  $\tau_f$  などの値の実験的な評価など定量的な検討も含め、種々の複合体への適用性を確認してゆく必要がある。

## 7. 記号

$E_m$  : マトリックス弾性係数,  $E_f$  : 繊維の弾性係数  $E_c$  : ひびわれ前の複合体の弾性係数  
 $V_f$  : 繊維体積率,  $V_m$  : マトリックス体積率  $V_{fs}$  : 外側の繊維の体積率,  
 $V_{fc}$  : 中心部の繊維の体積率  $k : V_{fs}/V_f$ ,  $A_f$  : 個々の繊維平均断面積  
 $N$  : 単位断面積当たりの繊維数,  $N=V_f/A_f$ ,  $\alpha : E_m V_m / E_f V_f$ ,  $\beta : P_f \tau_f / P_i \tau_i$   
 $\epsilon_{fco}$  : ひびわれ面での中心部繊維のひずみ  
 $\epsilon_{fso}$  : ひびわれ面での外側の繊維のひずみ  
 $\epsilon_{fci}$  : ひびわれ面から  $x_i$  の距離での中心部の繊維のひずみ  
 $\epsilon_{fsi}$  : ひびわれ面から  $x_i$  の距離でのひずみ,  $x_i, x_i'$  : 繊維-マトリックス界面での応力伝達長  
 $x_f$  : 繊維-スリップ界面での応力伝達長  $\epsilon_{mu}$  : マトリックス破壊ひずみ,  $P_i$  : 繊維周長  
 $P_f$  : 繊維内のスリップ面の周長  $\tau_i$  : 繊維とマトリックス間の摩擦せん断応力  
 $\tau_f$  : 外側の繊維と中心部の繊維間の伝達せん断応力

## 8. 参考文献

- [1] Greszczuk, L.B. : Theoretical studies of the mechanics of the fibre matrix interface of composites, In Interfaces in Composites, American Society of Testing and Materials, ASTM STP 452, Philadelphia, pp.42-58, 1969.
- [2] Aveston, J., Mercer, R.A., and Sillwood, J.M. : The mechanism of fibre reinforcement of cement and concrete', NPL, SI No.90/11/98, p.103, Jan. 1975
- [3] Aveston, J., Cooper, G.A., and Kelly, A. : Single and multiple fracture', The properties of fibre composites, Conference Proceedings of NPL Conference, IPC Science and Technology Press Ltd., pp.15-24, 1971.
- [4] Laws, V., Lawrence, P., and Nurse, R.W. : Reinforcement of brittle matrices by glass fibres', Journal Physics D: Applied Physics, Vol.6, pp.523-537, 1973
- [5] Ohno, S., Hannant, D.J., and Keer, J.G.: Micromechanics of stress transfer between fibre & matrix in polypropylene fibre cement composites, Proceedings of International Conference on Composite Materials, Advancing with Composites, Milan, Italy, Vol.1, pp.167-174, May 1988.