

論文

[2001] 三軸圧縮下のコンクリートのひずみ軟化構成モデルの開発

正会員○水野英二（名古屋大学土木工学科）

正会員 畑中重光（三重大学建築学科）

1. まえがき

コンファインドコンクリートの横補強筋による有効拘束力は、コンクリート側面への平均圧力（側圧）にしておよそ 20 kgf/cm²以下である。そのため、コンファインドコンクリートでも無拘束のコンクリートと同様に、最大圧縮応力到達後の高ひずみ領域においてひずみ軟化挙動を示す。

本研究では、筆者らの一部が過去に行った一連の実験結果[1]を用い、低側圧三軸圧縮下のコンクリートの構成則を導くことを試みた。構成則は、コンクリートのひずみ軟化挙動の再現性および有限要素法によるRC構造解析への適用性も考え、ひずみ空間で定義した塑性増分理論にLade型の負荷関数および新しく定義した塑性ポテンシャル関数を用いて定式化した。次いで、軟化域を含む三軸圧縮実験データを用いて本モデルの材料パラメータを決定し、三軸圧縮実験に対するモデルシミュレーションを行った。

2. ひずみ空間で定義した塑性理論による定式化

2.1 背景

工学材料のひずみ硬化現象のモデル化には、材料の安定性に関する Druckerの安定仮説に基づいた塑性増分理論が広く応用されてきた[2,3]。しかし、この理論は応力空間において定式化されているため、負荷状態（硬化・軟化状態など）、除荷状態、および中立状態を判別する負荷規準に矛盾を生じる。

一方、ひずみ硬化・軟化現象を数学的に無理なく表現するため、Il'yushinの仮説に基づく、ひずみ空間で定義した塑性増分理論による定式化が、Naghdi・Trapp[4]、Casey・Naghdi[5]、Yoder・Iwan[6]、などによって提案されている。

2.2 ひずみ空間での定式化

応力空間で定義した負荷曲面 f は一般に次式で書かれる。

$$f = f(\sigma_{ij}, f_p) = 0 \tag{1}$$

ここに、 f_p は負荷パラメータであり、一般に塑性ひずみの不変量または塑性仕事 W_p の関数となる。いま、弾性挙動は線形等方であると仮定して、応力 σ_{ij} は、以下のように表すことができる。

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p) \tag{2}$$

ここに、 C_{ijkl} は4階の弾性テンソル、 ε_{kl}^e は弾性ひずみ、 ε_{kl}^p は塑性ひずみを意味する。式(2)を式(1)に代入し、ひずみ量で定義した負荷関数 F に置き換えることができる。

$$f = f[C_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p), f_p] = F(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, f_p) = 0 \tag{3}$$

ここで、Il'yushinの仮説、ひずみ空間での非関連流れ則、および負荷関数の連続性を考慮した一連の操作を行うことによって、以下のような応力増分 $d\sigma_{ij}$ —ひずみ増分 $d\varepsilon_{kl}$ 関係式を得る。

$$\left\{ \begin{aligned} d\sigma_{ij} &= [C_{ijkl} - C_{ijkl}^p] d\varepsilon_{kl} \\ C_{ijkl}^p &= \frac{\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kl}}}{\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ab}} D_{abcd} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon_{cd}} - \frac{\partial F}{\partial f_p} \frac{df_p}{dW_p} \sigma_{ab} D_{abcd} \frac{\partial G}{\partial \varepsilon_{cd}}} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

ここに、 D_{abcd} は、4階の弾性コンプライアンステンソル、 G は、塑性ポテンシャル関数で、 $G(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, f_p)$ 、 W_p は、塑性仕事である。

2.3 Lade型負荷関数の応用

砂のひずみ軟化挙動のモデル化に対して、Lade[7]が応力空間で定義した負荷関数 f および塑性ポテンシャル関数 g を応用して、コンクリートのひずみ軟化挙動のモデル化を試みる。Ladeの提示した負荷曲面群を主応力空間内で概略的に示したものが図-1である。この場合、曲面の頂点は原点より始まっていることに注意されたい。

コンクリート材料では砂の場合と異なって、ある程度の引張強度を有しており、この特徴を表現できるように負荷関数を修正した。このLade型修正負荷関数に含まれるパラメータは、負荷パラメータ f_p 、負荷曲面の曲率の程度を示すパラメータ m 、および曲面の引張方向への移動量を示すパラメータ a の3種類である。負荷パラメータ f_p は、初期状態（静水圧軸上）では0を、破壊時では最大値 η_1 となり、その後は、ひずみ軟化に伴って、徐々に減少する(図-3参照)。

式(3)の操作を適用することにより、負荷関数 f および塑性ポテンシャル関数 g 中の応力の不変量 (I_1, J_2, J_3) を、弾性ひずみの不変量 ($\bar{I}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$) に置き換えて、ひずみ空間で定義された負荷関数 F および塑性ポテンシャル関数 G を誘導することができる。この両関数 F および G を式(4)に採用することにより、Lade型の応力増分-ひずみ増分関係式を得る。

3. モデルシミュレーション

本節では、第2節で述べたひずみ空間でのLade型の弾塑性モデルを、コンクリート素材の実験データを用いてカリブレーションし、特に、モデルのひずみ軟化特性の再現性について検討する。

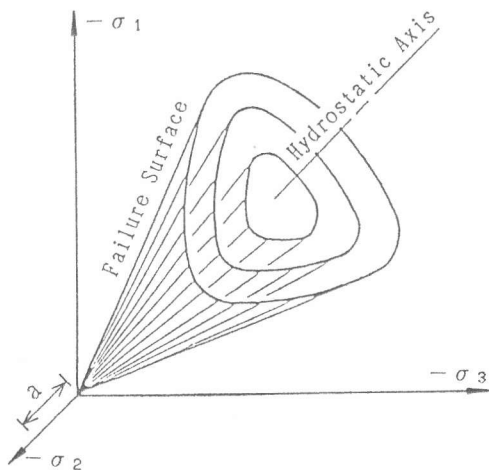


図-1 Lade型降伏曲面

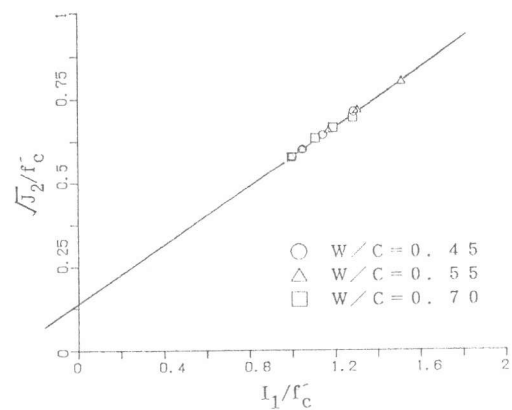


図-2 無次元応力不変量空間での破壊点

3.1 実験データ

用いた実験データ[1]は、水セメント比 (W/C) 0.45, 0.55, および 0.7のコンクリート素材供試体 (10×10×10cm) の三軸圧縮実験データ (拘束圧 σ_c : 0, 1, 3, および 6 kgf/cm²。水セメント比0.55の場合のみ、さらに、12 kgf/cm²のデータを含む) である。

3.2 材料パラメータの決定

(1) 弾性定数

弾性領域では、コンクリートを線形等方弾性と仮定しているため、体積弾性係数 K とせん断弾性係数 μ の2種類の弾性定数の決定が必要となる。これらの値を、拘束圧がない場合の応力-ひずみデータの初期部分から、表-1のように決定した。

(2) 破壊曲面に対するパラメータ

降伏関数 f 内のパラメータは、 f_p , m , および a の3つである。13種類のデータの最大応力を、各一軸圧縮強度 fc' (水セメント比 W/C: 0.45, 0.55, 0.70 に対して、それぞれ 338, 273, 216 kgf/cm² である) で無次元化した量を $I_1/fc' - \sqrt{J_2}/fc'$ 空間上にプロットしたものが図-2に示してある。図中の破壊データ点から、 f_p の最大値 $\eta_1 = 164.78$ (例えば、図-3参照)、 $m = 0$ (直線)、 $a = 0.31 fc'$ (引張側、図-1参照) と決定した。

(3) 負荷パラメータ f_p と塑性仕事 W_p との関係

パラメータ f_p を塑性仕事 W_p の関数として次式で定義する。

$$f_p = \alpha \exp(-\beta W_p) (W_p/P_a)^{1/\gamma} \quad (5)$$

ここで、パラメータ α および β は、 $f_p - W_p/P_a$ 曲線の軟化域での傾きを主に支配するパラメータ γ と、 f_p の最大値 η_1 に対応する塑性仕事量 W_{ppeak} との関数によって表すことができる。すなわち、

$$\alpha = \eta_1 \left(\frac{e P_a}{W_{ppeak}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (6)$$

$$\beta = \frac{1}{\gamma W_{ppeak}} \quad (7)$$

ここに、 e は自然対数の底で、 P_a は大気圧である。

表-1 弾性定数 K、 μ の値

W/C	K [kgf/cm ²]	μ [kgf/cm ²]
0.45	166,667	125,000
0.55	150,000	112,500
0.70	133,333	100,000

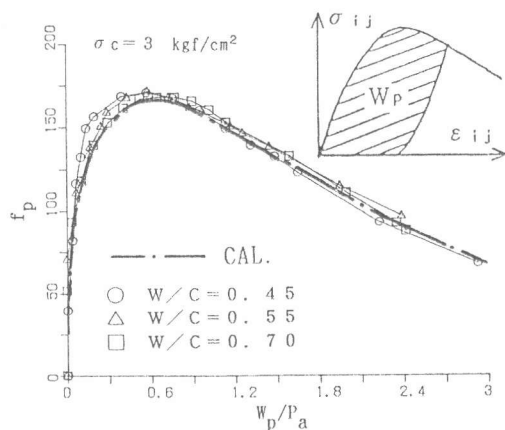


図-3 $f_p - W_p/P_a$ 関係の一例

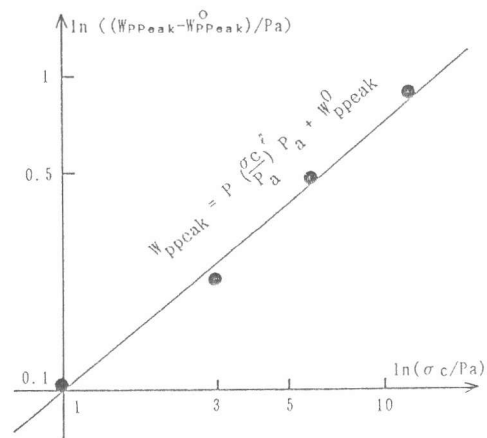


図-4 $\ln((W_{ppeak} - W_{ppeak}^0)/P_a) - \ln(\sigma_c/P_a)$ 関係

12種類の実験データをもとに、各拘束圧ごとに、 $f_p - W_p / Pa$ 関係を調べた結果、各一定拘束圧のもとでは、水-セメント比が $f_p - W_p / Pa$ 関係に及ぼす影響は小さく、ほぼ特定の $f_p - W_p / Pa$ 関係を示すことが分かった。一例として、拘束圧 $\sigma_c = 3 \text{ kgf/cm}^2$ のもとでの $f_p - W_p / Pa$ を図-3に示す。

次に、それぞれの一定拘束圧のもとにおける $f_p - W_p / Pa$ 関係のデータより、最大応力値に対する塑性仕事量の平均値 W_{ppeak} を求め、 $(W_{ppeak} - W_{ppeak}^0) / Pa$ と σ_c / Pa との関係を両対数グラフ上で表した結果を図-4に示す。ここで、 W_{ppeak}^0 は、拘束圧がゼロの場合の塑性仕事量 W_{ppeak} を、 σ_c は拘束圧を示す。図から分かるように、両変数の間には両対数座標のもとで線形関係が認められる。これより、塑性仕事量 W_{ppeak} と拘束圧 σ_c との関係を次式によって表すことができる。

$$W_{ppeak} = P \left(\frac{\sigma_c}{Pa}\right)^\ell Pa + W_{ppeak}^0 \quad (8)$$

ここで、 P および ℓ はそれぞれ定数であり、最小自乗法を用いて、 $P = 0.099$ 、 $\ell = 0.867$ と決定した。

パラメータ γ は、 $f_p - W_p / Pa$ 曲線の軟化領域での傾きが実測値と式(5)による計算値とではほぼ一致するように、Curve-fitting によって決定した(図-3参照)。拘束圧 $\sigma_c = 0, 1, 3, 6, 12 \text{ kgf/cm}^2$ に対して求めたパラメータ γ の変動を図-5に示す。図によれば、 γ と σ_c の間には、次式で表されるような強い線形関係がみられる。

$$\gamma = a \sigma_c + b \quad (9)$$

ここで、 $a = 0.1012 \text{ cm}^2/\text{kgf}$ 、 $b = 2.41$ 。

式(8)および(9)を式(5)に用いることにより、任意の一定拘束圧、さらに拘束圧が変動する場合の $f_p - W_p / Pa$ 関係を推定することができる。

(4) 塑性ポテンシャル関数の決定

本研究では、新たに図-6に示すように、負荷曲面上より I_1 を変化させることなく、 $\sqrt{J_2}$ をある一定倍($1/k$)に低減させた曲面を定義し、それを塑性ポテンシャル関数とした。

実験データから各ステップ間ごとの塑性ひずみ増分を用いて、 k の値を計算した。ピーク応力以前の硬化域では、 k の値は、一般的に、10を超える大きい値(ダイラタンシーが非常に小さいことを意味する)を示した。一方、ピーク応力以後の軟化域での k の値は、ひずみ軟化の進行に従って減少し、およそ2~1の範囲で変化する。計算結果の一例を図-7に示す。また、13種類の全実験データに対して、各要因の組合せごとに整理した k の値を表-2に示す。

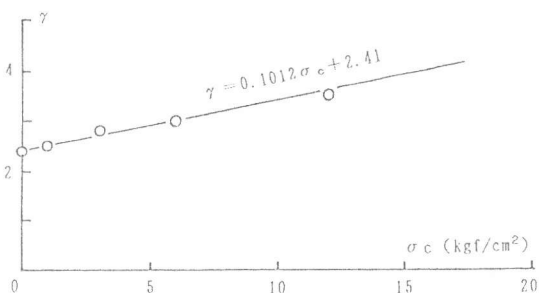


図-5 パラメータ γ の変動

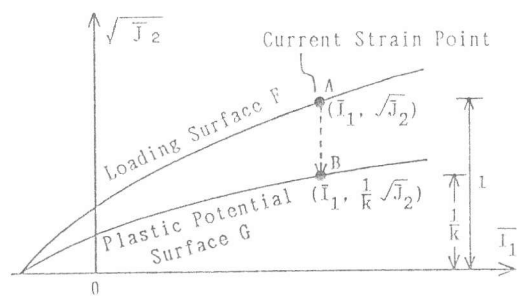


図-6 ひずみ空間での塑性ポテンシャル曲面の定義

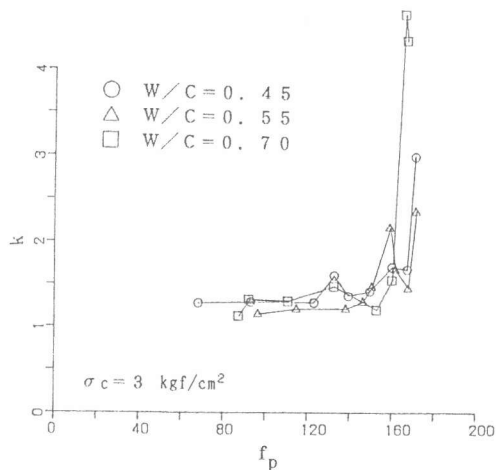


図-7 ひずみ軟化域でのkの値の変動

表-2 パラメータkの値

W/C	Lateral Pressure σ_e (kgf/cm ²)														
	0			1			3			6			12		
	k_1	k_2	k_3	k_1	k_2	k_3	k_1	k_2	k_3	k_1	k_2	k_3	k_1	k_2	k_3
0.45	10	1.5	1.1	10	2.0	1.1	10	2.0	1.5	10	2.5	1.7	-	-	-
0.55	10	1.2	1.1	10	1.7	1.1	10	2.0	1.3	10	2.0	1.6	10	3.0	2.0
0.70	10	2.0	1.5	10	2.0	1.5	10	2.0	1.5	10	3.0	2.0	-	-	-

(注1) k_1 : ピーク応力以前のkの値、 k_2 : ピーク応力時のkの値、 k_3 : 強度パラメータ $f_p=100$ でのkの値。
 (注2) 解析では、ひずみ軟化域のkの値を、 k_2 および k_3 を通る放物線で近似。

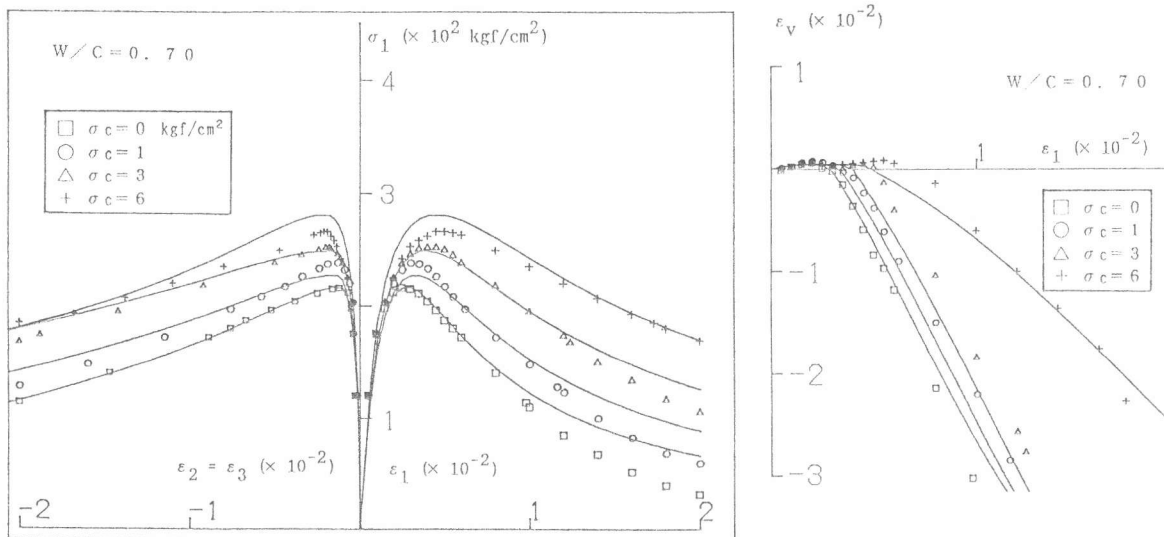
3.3 モデルによるひずみ軟化特性の再現

前節のパラメータ値を用いて三軸圧縮実験をシミュレートした。得られたシミュレーション結果と実験値との比較例を図-8および9に示す。それぞれ図(a)には、軸応力 σ_1 と軸ひずみ ϵ_1 および側方ひずみ ϵ_2 との関係を、図(b)には、軸ひずみ ϵ_1 と体積ひずみ ϵ_v との関係を示してある。

4. 結論

本研究は、以下のようにまとめられる。

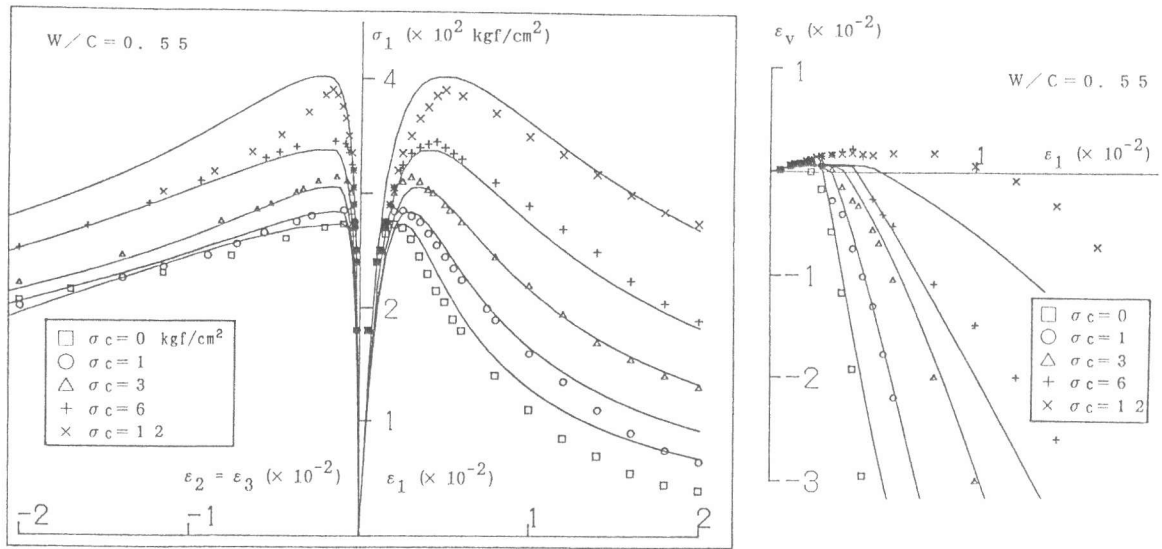
- 1) ひずみ量に基づいた負荷関数および塑性ポテンシャル関数を流れ則に導入し、ひずみ空間での一般的な応力-ひずみ増分関係式を誘導した。
- 2) 誘導した応力-ひずみ関係式にLade型の負荷関数および新たに定義した塑性ポテンシャル関数を適用した。本モデルに必要な材料パラメータは、弾性定数 K 、 μ 、破壊曲面パラメータ η_1 、



(a) 軸応力 (σ_1) - 軸ひずみ (ϵ_1)、側方ひずみ (ϵ_2 、 ϵ_3) 関係

(b) 軸ひずみ (ϵ_1) - 体積ひずみ (ϵ_v) 関係

図-8 モデルシミュレーション ($W/C = 0.70$)



(a) 軸応力 (σ_1) - 軸ひずみ (ϵ_1)、側方ひずみ (ϵ_2 、 ϵ_3) 関係 (b) 軸ひずみ (ϵ_1) - 体積ひずみ (ϵ_v) 関係

図-9 モデルシミュレーション ($W/C = 0.55$)

m、a、および負荷パラメータ f_p と塑性仕事量 W_p 関係に必要なパラメータであり、コンクリートの一般的な三軸圧縮実験データから容易に求めることができる。

3) 軟化域を含む三軸圧縮実験データを対象にモデルシミュレーションを行った。その結果、本提案モデルは、低側圧を受けるコンクリートのひずみ軟化挙動の予測に対して十分に実用的であることが分かった。

[謝辞]

本研究に際し、ご助力を得た名古屋大学教授・谷川恭雄先生に深謝致します。また、本研究費の一部は、昭和63年・平成元年度・一般研究(C)によったことを付記する。

[参考文献]

- 1) Hatanaka, S., Kosaka, Y., and Tanigawa, Y.: Plastic Deformational Behavior of Axially Loaded Concrete under Low Lateral Pressure, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 377, pp. 27-40, 1987.
- 2) Chen, W.F.: Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, New York, 474pp., 1982.
- 3) Chen, W.F. and Mizuno, E.: Nonlinear Analysis in Soil Mechanics -Theory and Implementation-, Elsevier, Amsterdam, 648pp., 1990.
- 4) Naghdi, P.M. and Trapp, J.A.: The Significance of Formulating Plasticity Theory with Reference to Loading Surfaces in Strain Space, Int. J. Engng. Sci., Vol. 13, pp. 785-797, 1975.
- 5) Casey, J. and Naghdi, P.M.: On the Nonequivalence of the Stress Space and Strain Space Formulations of Plasticity Theory, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 50, pp. 350-354, 1983.
- 6) Yoder, P.J. and Iwan, W.D.: On the Formulation of Strain-Space Plasticity with Multiple Loading Surfaces, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 48, pp. 773-778, 1981.
- 7) Lade, P.V.: Elasto-Plastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil with Curved Yield Surfaces, Int. J. Solids Structures, Vol. 13, pp. 1019-1035, 1977.