

論 文

[2029] 鉄筋コンクリート部材のせん断耐力評価および設計法に関する研究

正会員 鈴木基行（東北大学土木工学科）

正会員 姜 錫和（東北大学土木工学科）

正会員 尾坂芳夫（東北大学土木工学科）

1. まえがき

曲げおよび軸力を受けるRC部材の耐力評価に関しては、塑性理論を基礎とした理論^[1]が展開されており、その耐力間の相関関係も確立され、現在ではそれを基にした設計が行われている。これに対し、せん断力を受ける部材の耐力の算定方法については、約100年前Ritter-Mörschによっていわゆるトラス理論が提案されて以来、非常に多くの提案がなされ、数多くの実験結果が発表されているにもかかわらず、RC部材のせん断挙動を説明できる一般的に容認された理論は、いまだ確立されていないのが現状といえる。

現行のせん断設計法では、せん断耐力をせん断補強筋の受け持つせん断耐力とそれ以外の部材断面自身の受け持つせん断耐力との和で表す方法が用いられている。しかし、部材断面自身の受け持つせん断耐力は、多くの実験データから回帰分析手法によって求めているため、力学的意味が必ずしも明確でなく、従来考えられていた適用範囲を越えるような場合には、対応できなくなる欠点がある。したがって、せん断設計法は曲げ設計法のように、世界的に広く認められた共通の設計手法がなく、過去の経験や研究の進展状況などの違いにより、国や機関によって種々異なった設計基準が定められているのが現状である。

著者らは、塑性理論の上界定理の手法の一つである終局つまり合い法に基づいて、曲げ、せん断および軸力が同時に作用するRC部材のせん断耐力および耐力間の相関関係を提案したが^{[2][3]}。本論文においては、提案されたせん断耐力式および相関関係を基に、せん断力の引張主鉄筋に及ぼす影響を考慮に入れた新しいせん断設計法を提案することを目的とした、さらに現行の設計法による計算値と提案された設計式に基づく計算値とを比較検討した。

2. 提案理論の背景およびせん断耐力評価式の誘導

一般に、実験的観測によると、RC部材に斜めひびわれが生じた場合、引張主鉄筋には通常の曲げ理論による計算値を上回る応力が発生することが知られている^[4]。この引張主鉄筋の応力増加は、斜めひびわれの形成により、引張主鉄筋とコンクリート圧縮部との力のつまり合いを考える着目断面が異なるためであり、引張主鉄筋の設計においては、曲げモーメントに対してだけではなく、せん断力によるモーメント（引張主鉄筋に対する有効モーメントとも呼ばれる）に対してても行わなければならないと思われる。

すなわち、追加されるモーメント（ M_{t1}' ）は部材のせん断耐力 V_u に引張主鉄筋が降伏する位置から既存の曲げ設計考慮断面までの距離、すなわち斜めひびわれの水平投影長さ $((d-d_o)\cot\alpha)$ （ α :斜めひびわれ角度、 d :部材の有効高さ、 d_o :圧縮域のコンクリートの高さ）を乗じた値となる。

$$M_{t1}' = V_u (d - d_o) \cot \alpha \quad (1)$$

このような観点から、図-1における断面II-IIでのモーメントのつり合いを考えると、外力による外部モーメント (M_{ext}) は、曲げによるモーメント (M_u)、斜めひびわれの発生によって付加されるモーメント ($V_u(d-d_p)\cot\alpha$)、および軸力の偏心によるモーメント ($N_u(d-d''-d_p)$) の和で表される。すなわち、

$$M_{ext} = M_u + V_u (d - d_p) \cot \alpha + N_u (d - d'' - d_p) \quad (2)$$

ここで、 d'' は塑性中心から引張主鉄筋までの距離である。

一方、断面II-Iの中立軸において、外力に抵抗する内部抵抗モーメント (M_{int}) は、引張主鉄筋による抵抗モーメント (M_{us})、圧縮主鉄筋による抵抗モーメント (M_{us}')、せん断補強筋による抵抗モーメント (M_{uv})、および圧縮側のコンクリートによる抵抗モーメント (M_{uc}) の和として表される。すなわち、

$$M_{int} = M_{us} + M_{us'} + M_{uv} + M_{uc} \quad (3)$$

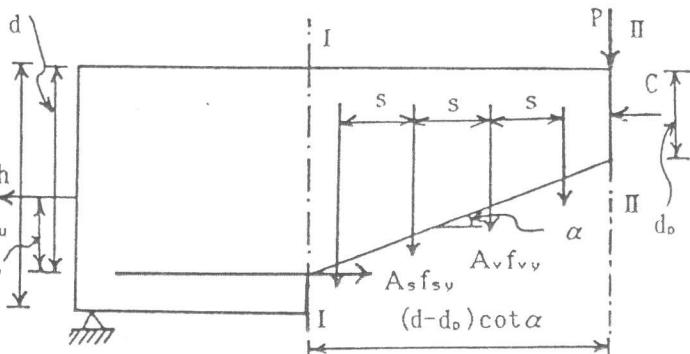
ここで、式(3)の右辺の各項はそれぞれ次のように表される。

$$M_{us} = A_s f_{sy} (d - d_p)$$

$$M_{us} = A_s f_s (d_p - d')$$

$$M_{uv} = \frac{A_v f_{vy} (d - d_p)^2 \cot^2 \alpha}{2s}$$

$$M_{us} = b d_B^2 f_{sk} k_1 / 2$$



モーメントのつり合い条件から

図-1 斜めひびわれを1本の直線でモデル化

$$M_u + V_u (d - d_p) \cot \alpha + N_u (d - d'' - d_p) = A_s f_{su} (d - d_p) + A_{s'} f_{s'}' (d_p - d'')$$

$$+ \frac{A_v f_{v,y} (d-d_0)^2 \cot^2 \alpha}{2s} + b d_p^2 f_{c,k} k_1 / 2 \quad (8)$$

ここで、 f_{sy} :引張主鉄筋の降伏強度、 f_{vy} :せん断補強筋の降伏強度、 s :せん断補強筋の配置間隔、 b :部材幅、 k_1 :圧縮域コンクリートの平均応力に関する係数

ここで、式(8)に破壊面の中立軸での力のつり合い条件と $M_u/V_u = a$ の関係を代入して整理すると、

$$V_u = \frac{1}{a + (d - d_p) \cot \alpha} \left\{ A_s f_{sv} (d - d_p/2) + A_s' f_{s'} (d_p/2 - d') + \frac{A_v f_{vv} (d - d_p)^2 \cot^2 \alpha}{2s} - N_u (d - d'' - d_p/2) \right\} \quad (9)$$

が導かれる。そして、内部せん断抵抗力が最小になるように斜めひびわれの角度を定めるために、せん断抵抗力を斜めひびわれ角度 α で微分し、0とおくと、式(10)のように $\cot\alpha$ に関する式が得られる。

$$\cot \alpha = \frac{-a}{d-d_p} + \sqrt{\left(\frac{-a}{d-d_p}\right)^2 + \frac{2s}{(d-d_p)^2 A_v f_{v,y}}} \quad \{ A_s f_{s,y} (d-d_p/2) + A_s' f_{s'} (d_p/2-d') \}$$

$$- \frac{2N_u s (d-d''-d_p/2)}{(d-d_p)^2 A_v f_{v,y}} - a \quad (10)$$

式(10)はせん断抵抗力を最小にする斜めひびわれの角度を与える式であり、その時のせん断抵抗力、すなわち、せん断耐力 V_u は式(10)を式(9)に代入して導かれる。

$$V_u = \frac{A_v f_{v,y}}{s} \left[\sqrt{a^2 + \frac{2s}{A_v f_{v,y}}} \{ A_s f_{s,y} (d-d_p/2) + A_s' f_{s'} (d_p/2-d') \} \right.$$

$$\left. - \frac{2N_u s (d-d''-d_p/2)}{A_v f_{v,y}} - a \right] \quad (11)$$

ここで、軸力が作用していない場合で、圧縮主鉄筋の影響を無視すると、式(11)は次のようになる。

$$\cot \alpha = \frac{-a}{d-d_p} + \sqrt{\left(\frac{a}{d-d_p}\right)^2 + \frac{2s(d-d_p/2) A_s f_{s,y}}{(d-d_p)^2 A_v f_{v,y}}} \quad (12)$$

また、その時のせん断抵抗力、すなわち、せん断耐力 V_u は次式のように与えられる。

$$V_u = \frac{A_v f_{v,y}}{s} \left\{ \sqrt{a^2 + \frac{2s(d-d_p/2) A_s f_{s,y}}{A_v f_{v,y}}} - a \right\} \quad (13)$$

3. 下界定理によるせん断耐力

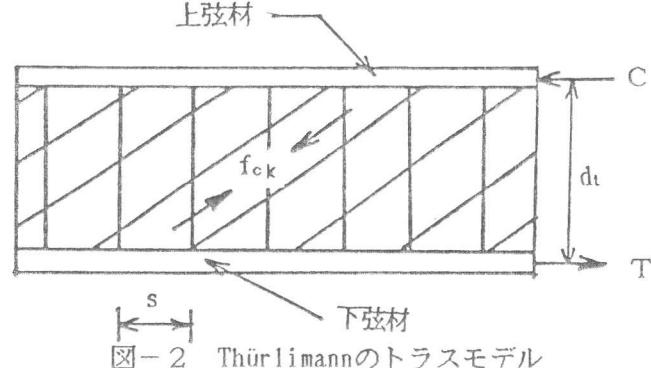
一般に、塑性理論による解には上界定理と下界定理による2つの解が存在する。そして、両者が一致する場合、その解は工学的に正解であるといわれる。

本研究において導かれたせん断耐力評価式は、塑性理論による上界値であるが、その解を塑性理論による下界値と比較し検討を行った。

下界値の検討においては、曲げとせん断が同時に作用するRC部材に対して、力のつり合い条件のみによってせん断耐力を求めているThürlimannのトラスモデル [5] を用いた。Thürlimannのトラスモデル(図-2)においては、本提案モデルと同様に、引張主鉄筋とせん断補強筋は降伏していると仮定しており、斜めひびわれ間に挟まれた腹部のコンクリートが上弦材と下弦材に影響を及ぼすと考えて、水平方向および鉛直方向に対する力のつり合い条件から、次式が提案されている。

$$A_s f_{s,y} = \frac{M_u}{d_t} + \frac{V_u}{2} \cot \alpha \quad (14)$$

$$A_v f_{v,y} = \frac{V_u s}{d_t} \tan \alpha \quad (15)$$



式(14)と式(15)からせん断耐力 V_{ut} を求めると、式(16)のようになる。

$$V_{ut} = \frac{A_v f_{v,y}}{s} \left\{ \sqrt{a^2 + \frac{2s d_t A_s f_{s,y}}{A_v f_{v,y}}} - a \right\} \quad (16)$$

式(16)と本提案式(式(13))とを比較すると、Thürlimannのトラス機構における上弦材と下弦材との距離(d_t)と本提案式におけるモーメント腕の長さ($(d-d_p)/2$)とが同じであるとすれば、両者は同一のせん断耐力を示す。 d_t は通常 $7d/8$ の値を用いており、本提案式におけるモーメントの腕の長さ($(d-d_p)/2$)とはほぼ同じ値であると思われる。

したがって、 $d_t=(d-d_p)/2$ が成立すれば、提案されたせん断耐力 V_u (上界値)と下界定理から求められた、耐力式 V_{ut} (下界値)とは一致し、 V_u (上界値)は正解といえる。

4. 本提案式に基づくせん断設計法の提案

現行のRC部材の設計法では、曲げとせん断とが同時に作用する部材に対して、それらの作用を互いに独立と考えて設計を行っている。すなわち、曲げモーメントに対しては引張主鉄筋、せん断力に対してはせん断補強筋のように、曲げとせん断との作用を別個に考えている。また、部材のせん断耐力を求める際に引張主鉄筋の降伏状態は考慮しておらず、せん断補強筋量の算定においても、曲げモーメントの影響は考慮されていない。

これに対し、本提案式による設計法は、曲げとせん断との相関関係を前提としており、せん断力および軸力の作用によって引張主鉄筋の応力が増加するので、引張主鉄筋の断面積を算定する場合、曲げモーメントのみならず、せん断力および軸力にも抵抗できるように引張主鉄筋量を増やさなければならない。

本研究から導かれたせん断耐力評価式(式(13))は、引張主鉄筋とせん断補強筋の降伏を前提条件として誘導されたものであり、曲げとせん断が作用するRC部材における必要引張主鉄筋量(A_s)およびせん断力に抵抗させるせん断補強筋量(A_v)は次のようになる。

$$A_s = \frac{M_u}{(d-d_p/2)f_{sy}} + \frac{(d-d_p)V_u}{2(d-d_p/2)f_{sy}} \cot\alpha \quad (17)$$

$$A_v = \frac{V_u \cdot s}{(d-d_p)f_{vy}} \tan\alpha \quad (18)$$

式(17)、(18)からわかるように、部材全体に配置すべき引張主鉄筋量およびせん断補強筋量は斜めひびわれの角度(α)の影響を受けている。

ここで、同一断面で同一の耐力を得るのに使用鉄筋量が少ない場合が経済的である、との観点から、部材全体に使われる鉄筋量を最少とする斜めひびわれの角度(α_0)に対して検討を行った。部材単位長さ当たりの使用鉄筋の容積 V_t は、式(19)のようになる。

$$V_t = \frac{M_u}{(d-d_p/2)f_{sy}} + \frac{V_u(b_v+2d_v)}{(d-d_p)f_{vy}} \tan\alpha + \frac{(d-d_p)V_u}{2(d-d_p/2)f_{sy}} \cot\alpha \quad (19)$$

部材全体の所要鉄筋量を最少とする斜めひびわれの角度(α_0)は、式(19)を斜めひびわれの角度(α)で微分し、0とおくと式(20)のように求められる。また、その角度を式(17)、(18)に代入すると最少所要鉄筋量における引張主鉄筋量 A_{s0} およびせん断補強筋量 A_{v0} が求められる。

$$\tan\alpha_0 = \sqrt{\frac{(d-d_p)^2 f_{vy}}{2(d-d_p/2)(b_v+2d_v)f_{sy}}} \quad (20)$$

$$A_{s0} = \frac{M_u}{(d-d_p/2)f_{sy}} + V_u \sqrt{\frac{s^2}{2(d-d_p/2)(b_v+2d_v)f_{sy}f_{vy}}} \quad (21)$$

$$A_{v0} = V_u \sqrt{\frac{s^2}{2(d-d_p/2)(b_v+2d_v)f_{sy}f_{vy}}} \quad (22)$$

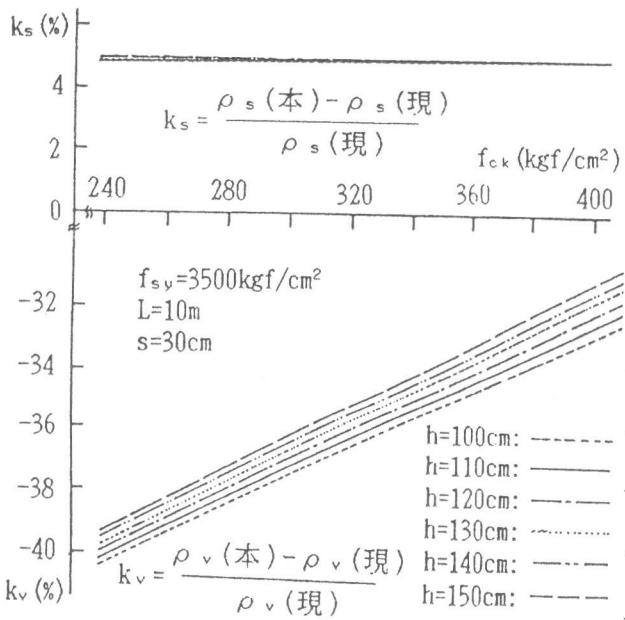


図-3 f_{ck} と k_s , k_v との関係

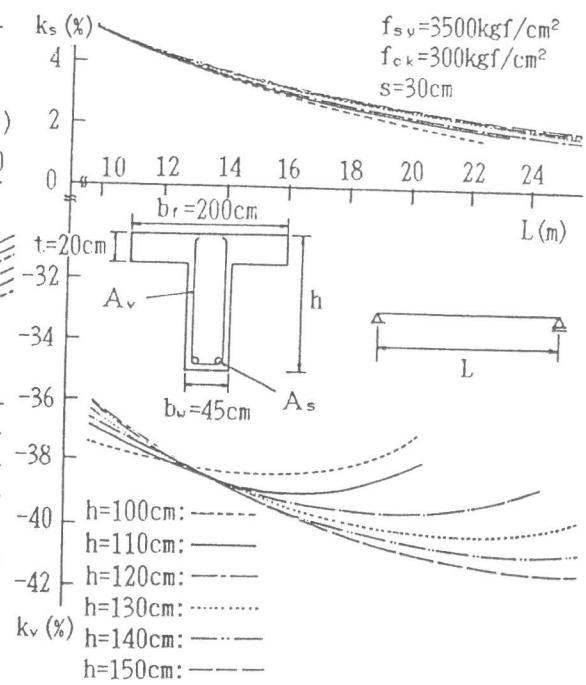


図-4 L と k_s , k_v との関係

ここに, b_v :せん断補強筋の部材幅方向の長さ, d_v :せん断補強筋の部材高方向の長さ
式(21), (22)からせん断に抵抗させるせん断補強筋量とせん断の影響によって追加される引張主鉄筋量とが等しい場合, 部材全体の所要鉄筋量が最少となることがわかる.

5. 現行設計法との比較検討

本研究で提案したせん断設計法と現行のせん断設計法について比較検討を行う. 比較に用いた設計例はRCのT型断面の単純ばかりであり, 鉄筋の降伏強度(f_{sy}), 部材幅(b)を一定とし, 部材高さ(h), コンクリート圧縮強度(f_{ck}), スパン(L)を変動因子とした.

図-3は, 本提案式によって設計された引張主鉄筋量, せん断補強筋量の現行の設計法による鉄筋量に対する割合の増減をコンクリート圧縮強度(f_{ck})を横軸にとって示したものである. ここで k_s は本研究の設計法による増加すべき引張主鉄筋量の割合であり, k_v は本研究の設計法による減少可能なせん断補強筋量の割合である.
(+)は増加を示している. ここに, ρ_s :引張主鉄筋比, ρ_v :せん断補強筋比

この図をみると, 本研究の設計法による引張主鉄筋量は現行の設計法によるそれと比べて f_{ck} にあまり影響されることなく, k_s はほぼ一定であることがわかる. しかし, 本研究の設計法によるせん断補強筋量の減少割合 k_v は, f_{ck} の影響をうけるという結果が得られた.

また, 図-4は k_s , および k_v の増減をスパン(L)を横軸にとって示したものである.

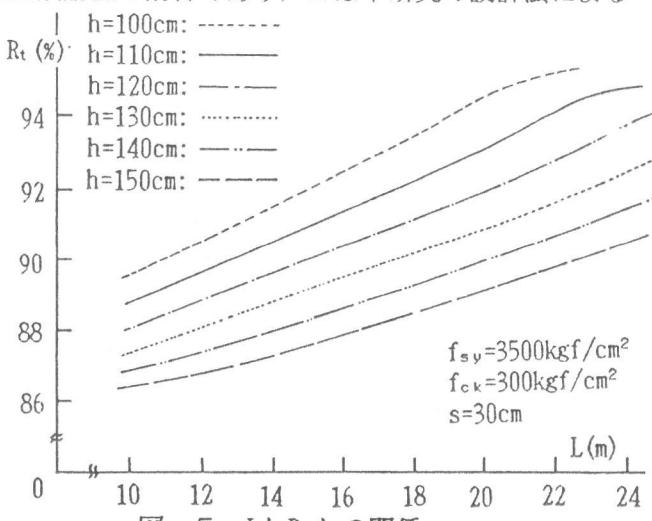


図-5 L と R_t との関係

この図をみると、 k_s はスパンが長くなるほど低くなることがわかる。言い換えれば本提案式による引張主鉄筋量は、スパンが長くなるほど、現行の設計法による鉄筋量とあまり差が無くなるといえる。これに対し、 k_v はスパンが長くなるほど減少量が増加している。

さらに、部材全体の所要鉄筋量についても検討を行った。本研究の設計法による所要鉄筋量の現行の設計法によるそれに対する割合(R_t)を縦軸に、スパン(L)を横軸にとり図-1に示した。

その結果、スパンが長くなるほど現行の設計法による鉄筋量に近づいていくことがわかった。

6. 結論

本研究は、45°トラス理論に基づいている現行のせん断設計法を見直して、曲げ、せん断および軸力が同時に作用するRC部材のせん断耐力および斜めひびわれの角度を解析的に評価すること、および理論的な根拠に基づいた設計手法を提案することを目的としたものであり、得られた結果は以下のとおりである。

(1) 曲げモーメント、せん断力および軸力を受けている部材に対して、せん断耐力評価式および斜めひびわれ角度の評価式を理論的に誘導した。

(2) 曲げ、せん断および軸力を同時に受けるRC部材を対象に、誘導されたせん断耐力評価式、および耐力間の相関関係を基にして、せん断力および軸力の引張主鉄筋に及ぼす影響を考慮した新しいせん断設計法を提案した。

(3) 同一断面、同一耐力下で、部材全体の所要鉄筋量が最少となるのは、せん断に抵抗させるせん断補強筋量とせん断の影響によって追加される引張主鉄筋量とが等しい場合であることがわかった。

(4) 本研究の設計法による引張主鉄筋量は、現行の設計法によるそれと比べ、 τ_{sc} にあまり影響を受けず、増加すべき割合(k_s)はほぼ一定であることがわかった。しかし、せん断補強筋量は現行の設計法によるそれと比べ、減少可能な割合(k_v)は τ_{sc} が大きくなるほど直線的に小さくなることがわかった。

(5) k_s はスパンが長くなるほど小さくなり、 k_v はスパンが長くなるほど若干大きくなることがわかった。

(6) 本研究の設計法による全所要鉄筋量はスパンが長くなるほど現行の設計法によるそれに近づいていくことがわかった。

参考文献

- 1) Hognestad, E., Hanson, N. W., and McHenry, D.: Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design, Journal of ACI, Vol.52, pp.455-479, Dec. 1955
- 2) 鈴木基行・姜錫和・尾坂芳夫:せん断補強筋を有する鉄筋コンクリートばかりのせん断耐力評価に関する解析的研究, 土木学会論文集, 第426号, pp.111-120, 1991.2
- 3) 鈴木基行・姜錫和・尾坂芳夫:曲げ・せん断および軸力を受けるRC部材の耐力間の相関関係に関する解析的研究, 土木学会論文集, 第426号, pp.193-202, 1991.2
- 4) Leonhardt, F.: Shear in Concrete Structure, CEB Bulletin D'Information, No.126, pp.67-124, 1978
- 5) Thürmann, B.: Shear Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams, CEB Bulletin D'Information, No.126, pp.17-38, 1978