論 文

[2030] RC部材の曲げとねじり荷重下の耐力について

正会員 ○ 佐伯 昇（北海道大学土木工学科）
正会員 志村和紀（北海道大学土木工学科）
正会員 藤田嘉夫（北海道大学土木工学科）

1. まえがき

大規模な構造空間が活用されるに伴い、立体性、曲線性あるいはスレンダーなコンクリート構造物が造られることが多くなり、曲げ作用を伴ったねじり作用が重要になってきている。また、設計法も許容応力度から限界状態設計法に移行し、曲げ、ねじり荷重を受けるせん断耐力を、適正な安全率を確保して合理的に設計することが求められている。鉄筋コンクリートのねじり問題は、Rauschによって発表されて以来、多くの研究がなされてきた。これらには大きく分けて２つの流れがある。１つは立体トラス理論であり、一方は斜め曲げ理論である。立体トラスモデルは力の釣合が簡単であり、また曲げおよび曲げせん断との組合せにおいても、比較的容易に、解析を組立てることができる。わが国においてもねじりに関する多くの研究があり、立体トラス理論を基本とした泉、長滝、岡本らの研究［1］［2］［3］、さらにソフニングを考慮した長滝らの研究［4］、テンションスティフネスを考慮した二羽らの研究［5］、変形適合ねじりに対する耐力には児島らの研究［6］がある。

本研究では立体トラスモデルを用いて曲げおよびねじり荷重下の耐力について解析および実験によって検討を行ったものである。解析は中立軸以下のひびわれゾーンと曲げ圧縮ゾーンに大きく分け、ひびわれゾーンに対しては立体トラス理論を適用し、曲げ圧縮ゾーンに対してはせん断と圧縮の組合せ応力下の破壊曲線を適用して耐力の解析を行っている。

2. 解析方法

2.1 ウエブのひびわれゾーンにおけるせん断耐力

中立軸以下のひびわれゾーンにおいて、曲げせん断応力は一様に分布し、またねじり荷重下のせん断流も一様に流れているとして、立体トラス理論を適用した。前論文［7］［8］に示した立体トラス理論によるねじりによる応力、ひずみ関係式を曲げせん断流（q_s）を含めたものに拡張すると軸方向鉄筋応力（σ_{sl}）、横方向鉄筋応力（σ_{sv}）、コンクリートの応力（σ_c）は次式のようになる。

$$\sigma_{sl} = \left(\frac{q a_0}{A_l} + \frac{q_s d_0}{A_s}\right)\cot\alpha \tag{1}$$

$$\sigma_{sv} = \left(\frac{q s}{A_v} + \frac{q_s s}{A_v'}\right)\tan\alpha \tag{2}$$

$$\sigma_c = \left(\frac{q}{t_e} + \frac{q_s}{b_w}\right)\mathrm{cosec}\,\alpha \cdot \sec\alpha \tag{3}$$

α：橋軸方向からのひびわれ角　q：ねじりによるせん断流，$q/2A_0$、A_0は中面の面積
q_s：曲げせん断によるせん断流，Q/Z、$Z=jd$、Qは曲げせん断力
A_v：横方向鉄筋の１本の断面積　A_v'：曲げせん断に対する横方向鉄筋の断面積
t_e：有効厚さ　b_w：ウエブ幅　a_0：中面の周長
d_0：中立面から主鉄筋までの距離　s：スターラップ間隔

(1)、(2)、(3)式のそれぞれのヤング率で割るとひずみが求まる。これによる軸方向鉄筋、横方向鉄筋およびコンクリートのせん断ひずみをそれぞれγ_l，γ_v，γ_cとすると次式のようになる。

$$\gamma_l = \frac{q a_0}{A_l E_s} \beta_{Tl} \cot^2\alpha \tag{4}$$

$$\gamma_v = \frac{q s}{A_v E_s} \beta_{Tv} \tan^2\alpha \tag{5}$$

$$\gamma_c = \frac{q}{E_c t_e} \beta_{Tc} \mathrm{cosec}^2\alpha \sec^2\alpha \tag{6}$$

全せん断ひずみγは(4)、(5)、(6)式の和となる。

$$\gamma = \gamma_l + \gamma_v + \gamma_c \tag{7}$$

せん断ひずみエネルギー$G\gamma^2/2$が最小となる条件、$d\gamma/d\alpha=0$からαを求めると次式のようになる。

$$\tan^4\alpha = \left(\frac{a_0 t_e}{A_l}\beta_{Tl} + n\beta_{Tc}\right) / \left(\frac{s t_e}{A_v}\beta_{Tv} + n\beta_{Tc}\right) = k^{*4} \tag{8}$$

ここで $\beta_{Tl} = 1 + \dfrac{2A_l d_0 A_0}{A_s a_0 Z \ell}\beta_T$ (9)

$$\beta_{Tv} = 1 + \frac{2A_v A_0}{A_v' Z \ell}\beta_T \tag{10}$$

$$\beta_{Tc} = 1 + \frac{2t_e A_0}{b_w Z \ell}\beta_T \tag{11}$$

$$\beta_T = \frac{Q\ell}{T}、\quad n = \frac{E_s}{E_c} \tag{12}$$

このウエブのひびわれゾーンにおけるせん断破壊パターンはウエブのコンクリートの圧壊とスターラップの降伏であり、この耐力の小さい方で破壊することになる。

（１）ウエブコンクリートの圧壊

$\cot^2\alpha \geqq \beta_2\beta_{Tv}/\beta_{Tc} - 1$ のとき

$$T_{cB}=\frac{2\beta_k f_{cB} t_e A_0 k^*}{\beta_{Tc}(k^{*2}+1)} \qquad (13)$$

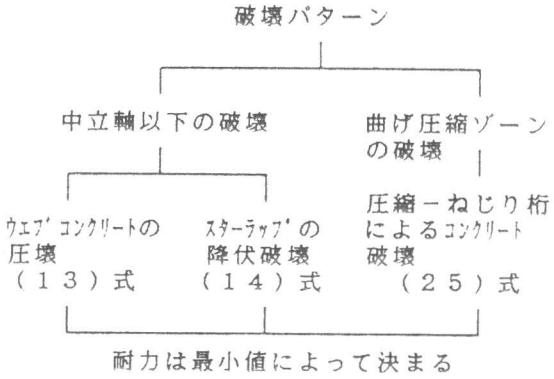
（２）スターラップの降伏

$\cot^2\alpha<\beta_2\beta_{Tv}/\beta_{Tc}-1$ のとき

$$T_{vB}=\frac{2\beta_k A_0 A_v f_{vy}}{\beta_{Tv} s k^*} \qquad (14)$$

ここで $\beta_2=\dfrac{t_e s f_{cB}}{A_v f_{vy}}$ (15)

$\beta_k=1+(1-j)/\beta$、f_{cB}＝コンクリートの圧縮強度、
f_{vy}＝スターラップの降伏点、$j=1/1.15$、$\beta=3/8$ とした。 (16)



図－１　曲げ－ねじり荷重下の破壊パターン

２．２　圧縮ゾーンの圧縮－せん断破壊

このゾーンは曲げによる圧縮応力、曲げせん断応力およびねじり応力から成る圧縮－せん断の複合応力下にある。考えられる全体の破壊パターンを図－１に示す。

（１）曲げおよびねじりによる圧縮応力

コンクリートの応力－ひずみ曲線を次式のようにする。

$$\sigma_c=\frac{4}{7}E_c\varepsilon_c\left(1-\frac{E_c\varepsilon_c}{7f_{cB}}\right) \qquad (17)$$

釣合式より中立軸係数ｋは次の３次式より求まる。

$$A_1k^3+A_2k^2+A_3k+A_4=0 \qquad (18)$$

ここで
$$\left.\begin{aligned}A_1&=4\eta_1-\frac{4M'}{7n}-4jp_t\\A_2&=4(jp_a-\eta_2)+n'(-jp_t+\eta_1)\\A_3&=n'(jp_a-\eta_2)-na(-jp_t+\eta_1)\\A_4&=na(-jp_a+\eta_2)\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

$$\left.\begin{aligned}&\eta_1=(1-a')p',\ \eta_2=(1-a')p'a',\ n'=7np_t/\alpha,\\&n_a=7np_a/\alpha,\ M'=M/(b_wd^2f_{cB}),\ p_a=p+p'a',\ p_t=p+p'\\&n=7,\ \alpha=2/3\ \text{とした。}\end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

曲げ圧縮応力σ_cをf_{cB}で割った$\bar{\sigma}$は次式のようになる。

$$\bar{\sigma}=\frac{\sigma_c}{f_{cB}}=\frac{7}{4}p_k(4-7p_k) \qquad (21)$$

ここで $p_k=n(-p_t+p_a/k)/(\alpha k)$ (22)

ねじりによる応力は立体トラスモデルが形成されていると仮定したので、(3)式を変形した圧縮応力が次式によって付加されるものとし、(21)式に加えた。

$$\bar{\sigma} = \beta_{Tm}\beta_{Tc}\beta_{T}M' \tag{23}$$

ここで $\beta_T = k\,b_w d^2 (k^{*2}+1)^{1/2} / \{2k^*(k+1)A_0 t_e\}$

（２）せん断応力

曲げせん断応力 τ を f_{cB} で割った $\bar{\tau}$ は次式で表される。

$$\bar{\tau} = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 M' \tag{24}$$

ここで、$\gamma_1 = Q\ell / M$、γ_2＝曲げせん断応力の放物線分布を補正する値、ここでは $\gamma_2 = 1$ とした

$\gamma_3 = 1/j$、$\gamma_4 = d/\ell$

（３）圧縮－せん断破壊曲線

前研究［9］で、無筋コンクリートの圧縮－せん断応力場の破壊曲線が次式のように求められている。

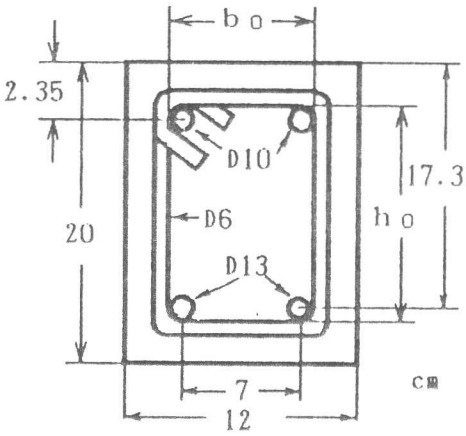
$$\bar{\tau}^2 + \frac{1}{3}\bar{\sigma}^2 = C^2 \tag{25}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{ここで}\quad C^2 = \frac{27}{8}\left(\frac{4\eta_5\bar{\sigma}+9\eta_6}{\bar{\sigma}+18}\right)^2 \\ &\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{f_{cB}},\ \bar{\tau} = \frac{\tau}{f_{cB}},\ \eta_5 = 1.77,\ \eta_6 = 0.084 \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

M′を変化させて繰返し計算を行い、(21)、(23)式による $\bar{\sigma}$ と(24)式から求められた $\bar{\tau}$ が(25)式を満足するようにM′を求める。これにより圧縮ゾーンの圧縮－せん断破壊パターンによる破壊ねじりモーメント T_{cuB} が求められる。

３．　実験および結果

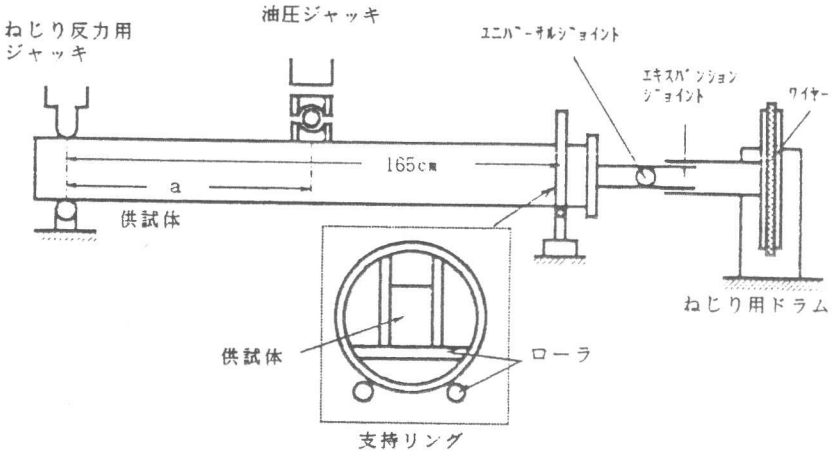
今回の実験ではスターラップ破壊のパターンを中心に行った。断面形状は12×20cmの矩形で配筋状態を図－２に示す。$p = 1.17\%$，$p' = 0.66\%$，$d = 17.3$cm，$a' = 0.136$，$A_0 = 135.3$cm^2，$a_0 = 49.2$cm，$t_e = 1.33$cm，$L = 165$cm，$s = 10$cmである。D6，D10，D13の降伏点はそれぞれ3749，3871，3633kgf／cm^{2}である。実験装置は図－２に示すように、曲げ荷重によりねじり変形が拘束されないように、荷重点を円弧状受台と球を配置した。桁のねじりによる軸方向の変形による拘束を除くためにエキスパンションジョイントを用い、ねじり載荷端の撓角による拘束を除くためにユニバーサルジョ



図－２　供試体

イントを用いた。ねじり荷重に対して片持支承、曲げに対しては単純支承とした。

表－１にウエブのコンクリート圧壊（T_{cB}）、スターラップの降伏（T_{vB}）および圧縮ゾーンのコンクリートの圧縮－せん断破壊（T_{cuB}）による破壊パターンの各耐力の算定値を示す。これの最小値として耐力が定義される。今回の桁はすべてスターラップの降伏の破壊パターンで決まっていて、T_{vB}が耐力となる。表－２に実験値と計算値の比較を行っている。荷重は手動でかけているのでT／Mが多少ずれる事があり、実験値においてその比がずれている桁（NO.7,NO.8）がある。実験値／計算値も0.92～1.26にあり、実験値と計算値は良い対応を示していた。写真－１にNO.1,2,4,7の桁のひびわれ破壊状況を示す。



図－３　実験装置

表－１　桁の物性と耐力算定

桁	圧縮強度 kgf/cm²	引張強度 kgf/cm²	ヤング率 tf/cm²	T/M	Qℓ/M	T_{cB} kgf・m	T_{vB} kgf・m	T_{cuB} kgf・m
No.1	359	29.9	233	0.58	2	819	417	2302
No.2	367	27.2	250	0.95	2	851	442	3857
No.3	309	26.5	248	2.60	2	729	470	8887
No.4	354	27.5	273	0.18	2	738	315	704
No.5	356	24.9	257	0.95	3	815	422	3741
No.6	334	24.2	266	0.18	3	656	267	665
No.7	324	25.5	271	2.60	3	760	462	9318
No.8	330	31.6	270	0.58	3	737	388	2117

表－２　実験値と計算値の比較

桁	実験値 T_B kgf・m	実験値 M_B kgf・m	実験値 Q_B kgf	計算値 T_{Bcal} kgf・m	計算値 M_{Bcal} kgf・m	計算値 Q_{Bcal} kgf	実験値/計算値
No.1	413	712	863	417	719	872	0.99
No.2	460	484	587	442	465	564	1.04
No.3	465	179	217	470	181	219	0.99
No.4	290	1610	1952	315	1750	2121	0.92
No.5	410	430	782	422	444	807	0.97
No.6	295	1640	2982	267	1483	2700	1.10
No.7	430	200	364	462	178	324	1.12 (0.93)
No.8	485	845	1536	388	669	1216	1.26 (1.25)

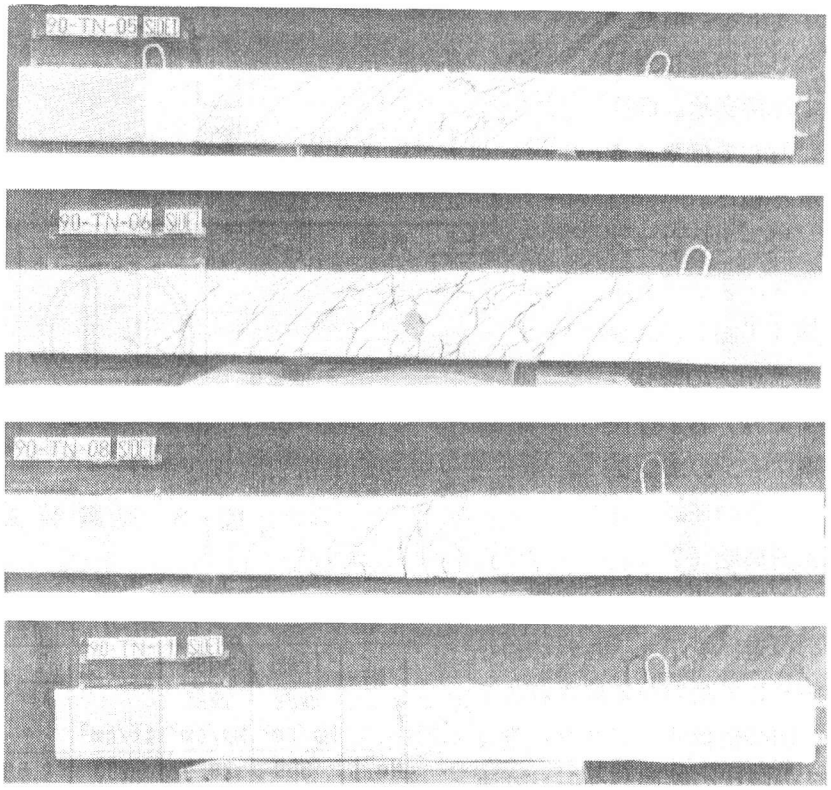
（　）はT_Bの場合

４．　まとめ

（１）曲げおよびねじり組合わせ荷重下の破壊パターンはウエブのコンクリートの圧壊、スターラップの降伏および圧縮ゾーンのコンクリートの圧縮－せん断破壊の３つに分類される。せん断耐力はこの３つの算定値の最小値として求められる。

（２）今回の実験ではスターラップのせん断破壊について検討を行ったが、実験値と計算値は良い対応を示すことがわかった。

（３）曲げ－ねじり荷重下のせん断耐力の算定に立体トラスモデルを主体に適用したが、有効であることがわかった。



写真－１　ひびわれ状況

なお、本研究には文部省科学研究費補助金が授与されました。

参考文献

１）泉　満明：コンクリート部材の終局ねじり強度の算定と設計法に関する研究、土木学会論文報告集、305号、pp.111～124、1981

２）岡本享久、長滝重義：曲げせん断とねじりを同時に受ける鉄筋コンクリート部材の耐力と変形、土木学会論文集、360号／V-3、pp.81～89、1985

３）長滝重義、岡本享久、李　承漢、山岡　暁：鉄筋コンクリート部材のねじり特性に関する研究、土木学会論文集、372号／V-5、pp.157～166、1986

４）長滝重義、李　承漢、岡本享久、山岡　暁：鉄筋コンクリート部材のねじり耐荷機構に関する一考察、土木学会論文集、390号／V-8、pp.179～188、1988

５）二羽淳一郎、檜貝　勇：コンクリートのテンションスティフネスを考慮したＲＣ部材の純ねじり解析、コンクリート工学年次論文報告集、第9巻、2号、pp.91～96、1987

６）児島孝之、高木宣章、和田教志：鉄筋コンクリート部材の変形適合ねじりに関する一実験、コンクリート工学年次講演会論文集、vol.6、pp.533～536、1984

７）佐伯　昇、高田宣之、藤田嘉夫：ねじり荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の耐力、土木学会論文集、309号／V-8、pp.123～130、1988

８）佐伯　昇、高田宣之、藤田嘉夫、志村和紀：ねじりと純曲げ荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の終局強度、コンクリート工学年次論文報告集、12-2、pp.269～274、1990

９）佐伯　昇、高田宣之、藤田嘉夫：圧縮－ねじり荷重下のコンクリートの変形と破壊挙動、土木学会論文報告集、308号、pp.99～108、1981