

論文

[2063] 柱・基礎接合部の耐荷力に関する解析的研究

正会員○河南 正幸 (名古屋大学大学院)

正会員 中村 光 (名古屋大学大学院)

正会員 田辺 忠顕 (名古屋大学土木工学科)

1. はじめに

鉄筋コンクリート構造物が地震荷重を受け最終的な破壊に至る場合、柱・基礎接合部において、軸力、曲げ、せん断の相互作用の中で、最終的にせん断破壊に至ることにより、構造物全体としての耐荷力が失われる現象がみられる。このような破壊に抵抗するためには、接合部において適切な靱性の確保が必要となる。そこで、このような現象におけるせん断剛性の正しい評価が、現在重要な問題となっている。

そこで、いままで実験的にも解析的にも、その評価が限られており、かつ困難であった破壊メカニズムの中でのコンクリート、主鉄筋、スターラップの相互効果を解析的に解明し、さらには、そのような効果をふまえた上でのせん断剛性の解析的評価を目的として、本研究では、柱を構成しているそれらの材料を個別の要素としてとらえ、破壊メカニズムを詳細にとらえることのできる解析手法の開発を行った。

2. 解析理論

2. 1 コンクリートと鉄筋の結合

コンクリートを1節点3自由度 (X, Y, Z方向変位) を有する8節点アイソパラメトリック立体要素、鉄筋を1節点3自由度 (X, Y方向変位、Z軸回り回転角) を有する棒曲げ要素で表し、この異自由度を有する両要素を図-1に示すような体積のない仮想的な結合要素 (X, Y, Z方向変位、Z軸回り回転角の4自由度) を用いて結合した。この両要素について、変位差が零になる条件をラグランジュの未定乗数法を用いて表すと、その変分式から導かれる平衡方程式はマトリクス表示の増分形で次のように表せる [1]。

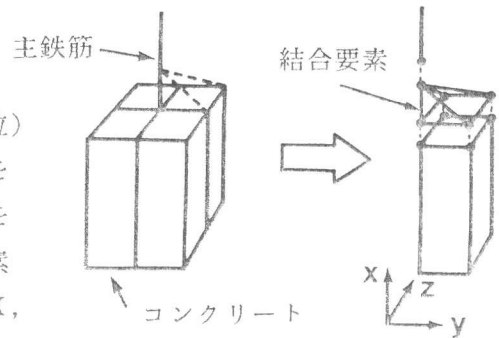


図-1 コンクリートと主鉄筋の結合

$$\begin{bmatrix} [K^{(1)}] & [0] & [\hat{K}^{(1)}] \\ & [K^{(2)}] & [\hat{K}^{(2)}] \\ sym. & & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\Delta q^{(1)}\} \\ \{\Delta q^{(2)}\} \\ \{\Delta \gamma\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\Delta F^{(1)}\} \\ \{\Delta F^{(2)}\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{ここに、} [\hat{K}^{(1)}] = - \int_{S^{(12)}} [\Psi^{(1)}]^T [\Omega] dS, \quad [\hat{K}^{(2)}] = \int_{S^{(12)}} [\Psi^{(2)}]^T [\Omega] dS$$

ただし、上付き ( ) 内の添え字 1, 2 はそれぞれ主鉄筋要素、コンクリート要素を表し、 $[K^{(1)}]$ ,  $[K^{(2)}]$  は、それぞれ主鉄筋領域  $V^{(1)}$ 、コンクリート領域  $V^{(2)}$  の剛性マトリクス、 $[\hat{K}^{(1)}]$ ,  $[\hat{K}^{(2)}]$  は、領域  $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$  と仮想結合要素との結合マトリクス、 $\{\Delta F^{(1)}\}$ ,  $\{\Delta F^{(2)}\}$  は、領域  $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$  にかかる外力ベクトル、 $\{\Delta q^{(1)}\}$ ,  $\{\Delta q^{(2)}\}$  は各要素の節点変位、 $\{\Delta \gamma\}$  は結合要素に関

する一般化座標ベクトルである。また、ラグランジュ未定乗数は要素内で一定とすると、 $[\Omega] = [I]$ と仮定できる。結合マトリクス中の $[\Psi^{(1)}]$ 、 $[\Psi^{(2)}]$ については、文献[2]に詳述されている。

## 2. 2 鉄筋の構成則

軸力と1軸曲げモーメントを受ける完全弾塑性体からなる断面の挙動を考えると、円断面における初期降伏関数 $F_1$ 、全塑性状態降伏関数 $F_2$ は次式によって定めることができる。

$$F_1 = f \times m + n - 1 \quad (2)$$

$$F_2 = m + n^2 - 1 \quad (3)$$

ここに、 $m = M/M_p$ 、 $n = N/N_y$

つづいて、 $F_1$ から $F_2$ の間をうめるべき降伏関数 $F$ を次式のように定める[3]。

$$F = \frac{m}{\alpha} + n - 1 + (1 - \alpha) \frac{n - n^2}{1 - 1/f} \quad (4)$$

$$\alpha = 1 - \left(1 - \frac{1}{f}\right) \exp(-\beta \bar{\phi}_p) \quad (5)$$

ここに、 $\beta =$  弾塑性係数、 $\bar{\phi}_p = \frac{\phi_p}{M_p/EI}$ 、 $\phi_p =$  塑性曲率

ただし、構成則に用いる降伏関数中の弾塑性係数 $\beta$ 及び形状係数 $f$ は、円断面においてはそれぞれ $\beta = 2.47$ 、 $f = 1.70$ となる。

この降伏関数 $F$ の概念図を図-2に示しておく。ここに、縦軸及び横軸は、それぞれ軸力、曲げモーメントを降伏軸力及び全塑性モーメントで無次元化したものである。この $F$ を使って弾塑性状態における構成則 $[Dep]$ を定めることができる。

## 2. 3 コンクリート要素[2][4]

コンクリート要素は、直交異方性体であると考え、その異方性主軸は主応力方向と一致するとした。この時増分形の応力-ひずみ関係は、次のように表せる。

$$\{d\sigma\} = [C]\{d\varepsilon\} \quad (6)$$

$$[C] = \frac{1}{\phi} \begin{bmatrix} E_1(1 - \mu_{32}^2) & \sqrt{E_1 E_2}(\mu_{13}\mu_{32} + \mu_{12}) & \sqrt{E_1 E_3}(\mu_{12}\mu_{32} + \mu_{13}) & 0 & 0 & 0 \\ & E_2(1 - \mu_{13}^2) & \sqrt{E_2 E_3}(\mu_{12}\mu_{13} + \mu_{32}) & 0 & 0 & 0 \\ & & E_3(1 - \mu_{12}^2) & 0 & 0 & 0 \\ & & & G_{12}\phi & 0 & 0 \\ & & & & G_{23}\phi & 0 \\ & & & & & G_{31}\phi \end{bmatrix}$$

*sym.*

$\mu$  : ポアソン比に関する量( $\mu_{ij} = \nu_{ij}\nu_{ji}$ ),

$E$  : 接線ヤング係数

$G$  : せん断剛性,

$( )_i$  :  $i$ 座標に関する量

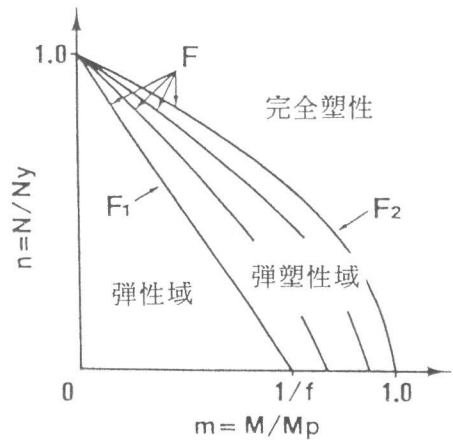


図-2 主鉄筋の降伏関数概念図

ただし、剛性マトリクス  $[C]$  は常に主応力方向で決定し、それを座標変換により全体系へと移している。また、その中で用いる係数の決定には、次式で定義される等価一軸ひずみを用いた。

$$\varepsilon_{iu} = \sum \frac{\Delta\sigma_i}{E_i} \quad (7)$$

$\varepsilon_{iu}$  :  $i$  方向の等価一軸ひずみ,  $\Delta\sigma_i$  :  $i$  方向の増分主応力  
 $\sum$  : 荷重増分に関する和

この概念を用いると、3軸方向の応力-ひずみ関係は、次のように表せる。

$$\sigma_i = \frac{E_0 \varepsilon_{iu}}{1 + (R + R_E - 2)(\varepsilon_{iu}/\varepsilon_{ic}) - (2R - 1)(\varepsilon_{iu}/\varepsilon_{ic})^2 + R(\varepsilon_{iu}/\varepsilon_{ic})^3} \quad (8)$$

$$\text{ここに、 } R_E = \frac{E_0}{E_S}, \quad E_S = \frac{\sigma_{ic}}{\varepsilon_{ic}}, \quad R_\sigma = \frac{\sigma_{ic}}{\sigma_{if}}, \quad R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{ic}}{\varepsilon_{if}}$$

$$R = R_E \frac{R_\sigma - 1}{(R_\varepsilon - 1)^2} - \frac{1}{R_\varepsilon}, \quad \sigma_{if} = \frac{1}{4}\sigma_{ic}, \quad \varepsilon_{if} = 4\varepsilon_{ic}$$

$E_0$  : 初期弾性係数

$\sigma_{ic}$  : 現在の特定の主応力比に対して求められる  $i$  方向の最大応力

$\varepsilon_{ic}$  : それに対応する等価一軸ひずみ

$\sigma_{if}, \varepsilon_{if}$  : 等価一軸応力-ひずみ曲線の下降部における  $i$  方向の任意点の座標

その概念図を図-3に示す。

ただし、 $(\sigma_{ic}, \varepsilon_{ic})$  は現在の主応力比により変化する値でその決定には破壊局面 (5パラメータモデル)、およびそれと同様な形を持つ曲面が等価一軸ひずみ空間にも存在すると仮定し、それを用いた。

また、ポアソン比もより実際に近いものとするために、一軸圧縮試験データを最小自乗法によって3次式にあてはめて決定されたものを用いた。

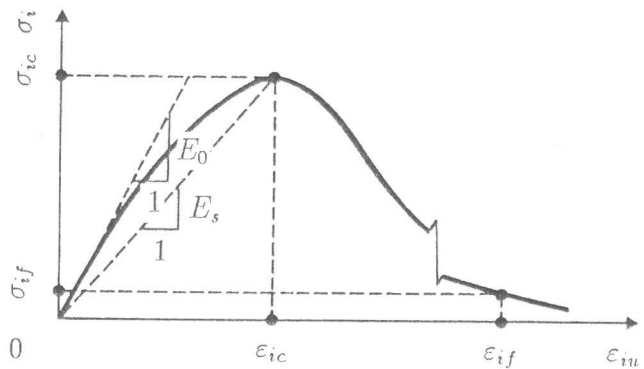


図-3 コンクリートの等価一軸応力-ひずみ関係

#### 2.4 スターラップ要素

スターラップは、軸力のみを受ける棒要素とし、直接的にはコンクリートを拘束していると考えられる。したがってスターラップはコンクリート要素上で評価することができ、ラグランジュ未定乗数法による結合理論を導入することにより、スターラップの変位をコンクリート要素内の結合位置での変位と一致させた。また、スターラップの拘束効果により主鉄筋の座屈が防止され耐力の急激な減少が防止されているといわれているが、これに対しては、主鉄筋とコンクリートが各々の節点で結合されていることにより、スターラップの拘束効果を主鉄筋も受けているとした。

ラグランジュ未定乗数法を導入することにより、スターラップの剛性マトリクスは、コンクリートの節点座標に関するマトリクスとして、以下のように表せる。

$$[K^*] = [\Phi^{(1)}]^T [T]^T [k_w] [T] [\Phi^{(1)}] \quad (9)$$

$$\text{ここに、} [\Phi^{(1)}] = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & \psi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_1 & 0 & \psi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_3 & 0 & \psi_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_3 & 0 & \psi_4 \end{bmatrix}$$

$$\psi_1 = \psi_3 = \frac{1}{2}(1 + \eta), \quad \psi_2 = \psi_4 = \frac{1}{2}(1 - \eta)$$

$$[k_w] = \frac{EA}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix}$$

$\eta$  : 結合位置,  $\alpha$  : 部材回転角

## 2. 5 解析手順

2. 1 ~ 2. 4 で示した理論を用い、鉄筋に関しては有限変形理論、コンクリートに関しては微小変形理論に従い定式化を行った。

また、構成則の非線形性により、各増分段階において生じる不平衡力に対する収束計算が必要となるが、それには各増分段階において一定剛性を用いる修正弧長法を用いた。

## 3. モデル化

渡辺、六車らの行った曲げせん断加力実験の供試体をモデル化した[5]。その供試体を図-4に示す。

本研究では、まずスターラップの拘束効果により、どの程度コア部のコンクリートの圧縮強度が改善されているか調べるために、一軸圧縮モデルを想定し、次に曲げせん断破壊現象を正しく評価できるように、せん断載荷モデルを想定した。そのモデルを図-5に示す。モデルでは、供試体の対称性より片側半分のみをモデル化し、

主鉄筋要素数 $5 \times 2$ 本、コンクリート要素数40とした。その分割の様子は図-5に示されている。

小型供試体を用いた柱部材の実験では、フーチングからの主鉄筋の引き抜けによる躯体部の回転によって生じる水平変位が、全水平変位中に占める割合は、非常に大きい。そこで、フーチング内の主鉄筋のひずみ分布を仮定し、それを用いて主鉄筋のフーチング内の付着応力度をフーチ

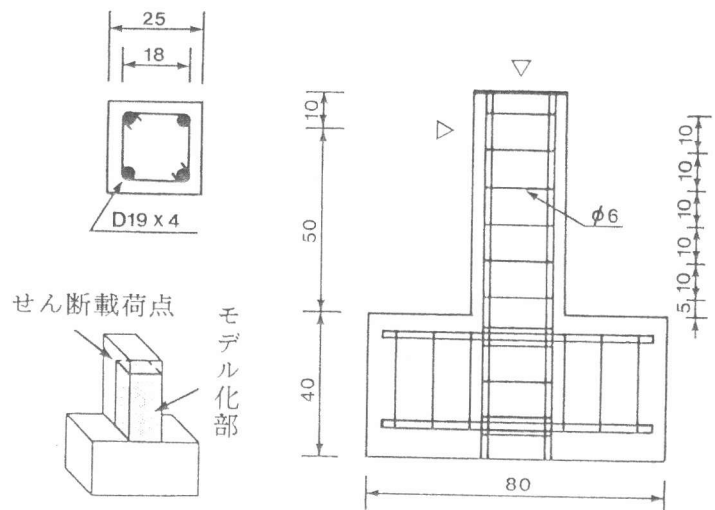
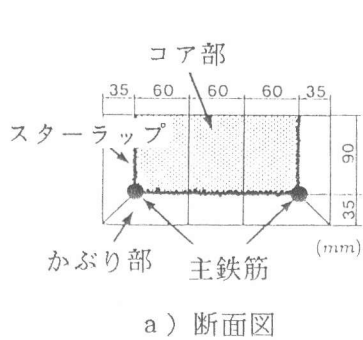
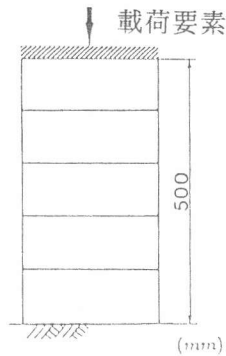


図-4 供試体

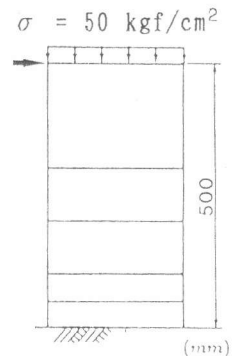


a) 断面図

図-5 モデル (要素分割)



b) 一軸圧縮モデル



c) せん断載荷モデル

ング上面での応力と一致させることによりひずみ分布長を決定しその抜け出し量を求めた。一般に鉄筋が抜け出すことは、構造物の幾何学的非線形性に影響を与えると思われるが、本研究においては、鉄筋の抜け出しによる変形は部材の変形とは独立として評価した。

材料特性は、以下の通りである。

コンクリート：一軸圧縮強度  $f_{cu} = 267 (kgf/cm^2)$

主鉄筋 (D19×4 本)：降伏強度  $f_{cu} = 3850 (kgf/cm^2)$

スターラップ (Φ6×10 cm ピッチ)：降伏強度  $f_{cu} = 3000 (kgf/cm^2)$

#### 4. 解析結果及び考察

表-1 コア部の圧縮強度

stirrup (cm)	圧縮強度 (Kgf/cm <sup>2</sup> )	増加率 (%)
なし	289	8.0
10	314	17.6
5	322	20.6

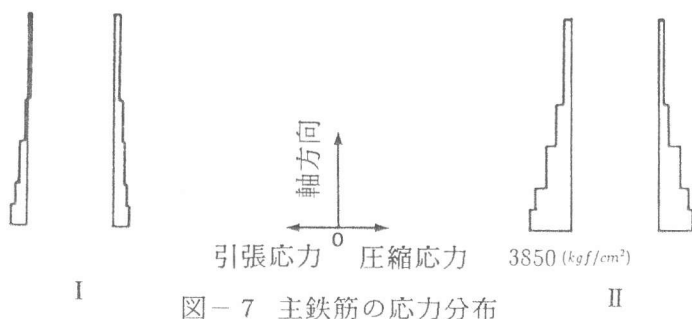


図-7 主鉄筋の応力分布

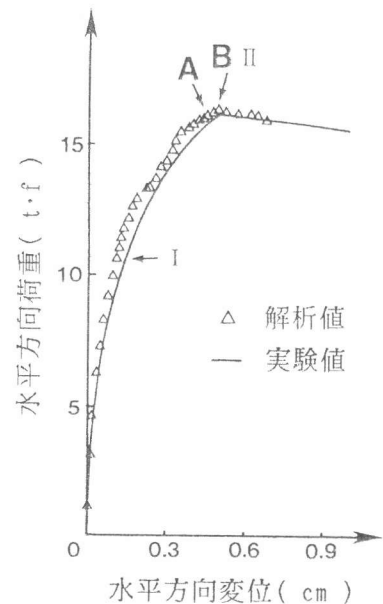


図-6 荷重-変位曲線 (実験値-解析値)

スターラップに囲まれたコア部の中心での軸方向の最大圧縮強度の解析結果を表-1に示す。一軸圧縮強度  $267 (kgf/cm^2)$  と比較することによりスターラップの拘束効果による強度増加をみると、主鉄筋のみのとき 8%、スターラップ間隔 10 cm のとき 17.6%、スターラップ間隔 5 cm のとき 20.6% の強度増加がはかられていることが解析的にわかる。

せん断載荷モデルについては、渡辺、六車の単調載荷実験との比較検討を行った。実験結果及び解析結果を図-6に示す。縦軸及び横軸は、水平方向荷重及び載荷点での水平方向変位である。

解析結果は、実験結果とよい一致を得ている。

図中 "A" 点及び "B" 点は、それぞれ解析による引張鉄筋の初期降伏点及び全塑性点である。これに関しては、実験においても、B 点で引張鉄筋の降伏が観測されており、この点でも実験と解析に一致がみられる。また、圧縮側では、解析的には B 点においても主鉄筋の降伏はみられず、コンクリートも最大圧縮強度に達していなかった。

"I" 点、"II" 点における主鉄筋の負担力分布を図-7に示した。引張側、圧縮側ともに下端部における応力変化が大きいことが示されている。しかし、引張側では、全体的に応力が大きくなる傾向にあるが、圧縮側では、上端部での応力変化は、あまり見られなかった。

本解析による "II" 点でのクラック・パターンをみると図-8のようになる。図-7、8を比較することによりクラック・パターンに対応して主鉄筋の負担力が生じていることがわかる。

スターラップについては、すべて  $40 \sim 100 \mu$  の間にあり、本解析の段階では、その拘束効果が表れるには至っていなかった。

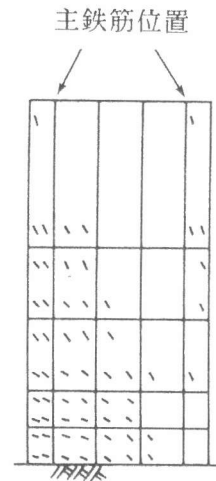


図-8 クラック・パターン

## 5. 結論

本研究では、主鉄筋・コンクリート・スターラップを個別の要素としてとらえ、主鉄筋に関しては、大変形を考慮した定式化を行い、コンクリートに関しては主応力比により変化する3軸の応力-ひずみ曲線を考え、それらをラグランジュ未定乗数により結合することにより、柱・基礎接合部の破壊メカニズムおよびRC柱の挙動を詳細に捉えることのできる解析手法を開発した。そして、本手法による解析値を実験値と比較し、良好な一致を得た。また同時に、柱を構成する材料の個々の状態を評価することができた。

本解析手法の導入により、今まで実験的評価のみに限られていた終局状態（主鉄筋の座屈など）まで解析的に評価することができ、さらには、パラメータ解析によりせん断剛性を定量的に評価する一助となりえると考えられる。

## 参考文献

- 1) 矢川元基、渡辺隆之、石渡 俊：ラグランジュ乗数法を用いた効率的な弾塑性構造解析用プログラム "EPAS" の開発と応用、日本機械学会論文集 (A編)、pp. 87-96、1980.
- 2) 河南正幸：はり・柱接合部の耐荷力に関する解析的研究、名古屋大学修士論文、1991.
- 3) 宇佐美 勉、柴田輝昭：断面力表示構成則を用いた鋼骨組構造物の弾塑性有限変位解析、土木学会論文集 第416号 I-13、pp. 339-348、1990.
- 4) Alaa A. Elwi, David W. Murray: A 3D Hypoelastic Concrete Constitutive Relationship、Journal of the Engineering Mechanics Division、ASCE、pp. 623-641、1979
- 5) 渡辺忠夫、六車熙：曲げせん断を受ける鉄筋コンクリート柱のじん性確保に関する研究、コンクリート構造物の靱性とその評価法に関するコロキウム論文集、JCI、pp. II 205-II 216、1988