

論文

[1192] 温度応力を受ける若材令コンクリートの挙動解析

正会員 ○ 石川靖晃 (名古屋大学大学院)
 正会員 D.R.Lokuliyana (名古屋大学大学院)
 正会員 田辺忠顕 (名古屋大学土木工学科)

1. 序論

若材令コンクリートは一般の硬化後のコンクリートとは違い、材料物性値の時間依存性が大きい。さらに、若材令コンクリートにおいてはセメントの水和反応による温度上昇が起こる。また内部に含まれている水の流出入により圧密が生じる。そのため、応力解析においては圧密、温度上昇および物性値の時間依存性を考慮する必要がある。現在においては、硬化後のコンクリートに対する研究はかなり進み、発展、進歩を遂げてきているのに対し、若材令コンクリートに関する研究はあまり行われてきておらず極めて不十分な状態にある。そこで、本研究では若材令コンクリートを、骨材とセメントペーストから成る二相材料と考え、間隙には水が満たされていると仮定した弾塑性多孔質材料としてモデル化した。さらに、温度上昇を考慮に入れた力の釣合方程式と間隙水の連続方程式を連立させることによって定式化を行い、温度解析、および温度応力解析により若材令コンクリートの挙動について考察した。

2. 解析理論

2.1 概説

本研究では、若材令コンクリートを弾性体の骨材と弾塑性体のセメントペーストから構成される二相材料と考え、コンクリート全体の剛性マトリックスを作り、仮想仕事の原理から、温度上昇を考慮した力の釣合方程式を立てる。さらに、間隙水圧に関しては、流れに対する連続方程式を立てる。そしてこの2つの式を有限要素で離散化し、時間増分毎に降伏関数でチェックしながら解くことにする。なお、降伏の判定には、Drucker-Prager type [1] の降伏規準を用いる。

2.2 コンクリート全体の剛性マトリックス

(1) 弾性域における有効応力-有効ひずみ関係

3次元直交等方体において材令 t における有効応力-有効ひずみ関係は材令 t の弾性係数を $E(t)$ 、ポアソン比を $\nu(t)$ とすると増分形で次のように表される。

$$d\{\sigma\} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 \\ & & & & & D_{66} \end{bmatrix} d\{\varepsilon\} = [D^e]d\{\varepsilon\} \quad (1)$$

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = \frac{\{1 - \nu(t)\}E(t)}{\{1 + \nu(t)\}\{1 - 2\nu(t)\}}$$

$$D_{12} = D_{13} = D_{23} = \frac{\nu(t)E(t)}{\{1 + \nu(t)\}\{1 - 2\nu(t)\}}$$

$$D_{44} = D_{55} = D_{66} = \frac{E(t)}{2\{1 + \nu(t)\}}$$

(2) 塑性域における有効応力-有効ひずみ関係

塑性の判定には Drucker-Prager type の降伏関数を用いる。本研究では引張領域のみを対象としたため、降伏関数は次式で表される。

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}, \quad k = \frac{6C \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}$$

ここで ϕ は内部摩擦角、 C は粘着力であり、 I_1 、 J_2 はそれぞれ応力の第1不変量、偏差応力の第2不変量である。また、本研究では損傷パラメーター ω を用いて、次式のように ϕ 、 C を変化させた[2]。

$$C = C_0 \exp\{-(m_1 \omega)^2\}, \quad \phi = \begin{cases} \phi_0 + (\phi_u - \phi_0) \sqrt{2\omega - \omega^2} & 0 < \omega \leq 1 \\ \phi_u & 1 < \omega \end{cases}$$

$$\omega = \frac{\beta}{\varepsilon_0} \int d\varepsilon_p, \quad \varepsilon_0 = \frac{f_t}{E}$$

ここで f_t は1軸引張強度であり、 C_0 、 ϕ_0 、 ϕ_u はそれぞれ初期の粘着力、初期の内部摩擦角及び最終時の内部摩擦角、 m_1 、 β は材料定数である。そして、降伏関数が塑性ポテンシャルに等しいとすれば、塑性ひずみ増分 $d\{\varepsilon^p\}$ は塑性理論より、

$$d\{\varepsilon^p\} = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D^e] d\{\varepsilon\}}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\varepsilon^p\}} \right\}^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}} \quad (3)$$

となるから、塑性域での有効応力-有効ひずみ関係は増分形で次のように表される。

$$d\{\sigma\} = \left[[D^e] - \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D^e]}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [D^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\varepsilon^p\}} \right\}^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}} \right] d\{\varepsilon\} \quad (4)$$

(3) コンクリート全体の剛性マトリックスの作成

コンクリートは骨材とセメントペーストからなる二相材料と仮定している。本研究では、骨材とセメントペーストにかかる応力を一致させ、コンクリートのひずみはセメントペーストのひずみと骨材のひずみの和であるとすることによって、コンクリートの弾塑性マトリックスを求める。全体の体積を V 、骨材が占める体積を V_1 、セメントペーストが占める体積を V_2 とする($V = V_1 + V_2$)。骨材の有効ひずみと弾性マトリックスをそれぞれ $\{\varepsilon_1\}$ 、 $[D_1]$ 、セメントペーストの有効ひずみと弾塑性マトリックスをそれぞれ $\{\varepsilon_2\}$ 、 $[D_2]$ とする。全体の有効ひずみを $\{\varepsilon\}$ とすると次式が成り立つ。

$$d\{\varepsilon\} = \frac{V_1}{V} d\{\varepsilon_1\} + \frac{V_2}{V} d\{\varepsilon_2\} \quad (5)$$

有効応力を $\{\sigma\}$ とすると仮定から次式が成り立つ。

$$d\{\sigma\} = [D_1] d\{\varepsilon_1\} = [D_2] d\{\varepsilon_2\} \quad (6)$$

従って、式(5)式(6)からコンクリートにおける有効応力-有効ひずみ関係は次式で表される。

$$d\{\sigma\} = \left[\frac{V_1}{V} [D_1]^{-1} + \frac{V_2}{V} [D_2]^{-1} \right]^{-1} d\{\varepsilon\} = D_T d\{\varepsilon\} \quad (7)$$

2.3 要素の力の釣合方程式の定式化

温度上昇を考慮に入れた場合の有効ひずみ増分 $d\{\epsilon_l\}$ は次式で表される。

$$d\{\epsilon_l\} = d\{\epsilon\} - \{m\}\alpha dT \quad (8)$$

$$\{m\} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

ここで $d\{\epsilon\}$ は全ひずみ増分 $[d\epsilon_x \ d\epsilon_y \ d\epsilon_z \ d\gamma_{xy} \ d\gamma_{yz} \ d\gamma_{zx}]^T$ 、 dT は温度増分、 α は線膨張係数である。また、有効応力 $\{\sigma_l\}$ と全応力 $\{\sigma\}$ および間隙水圧 p の間には以下の関係が成り立つ。

$$\{\sigma\} = \{\sigma_l\} - \{m\}p \quad (9)$$

線形、非線形を問わず、コンクリート自身に直接関わる応力はこの有効応力であり、このような有効応力によってコンクリートの状態を十分表すことができる。そして、仮想仕事の原理を用いて力の釣合式を書くと次式のようになる。

$$\int_{\Omega} \delta\{\epsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \delta\{u\}^T \{b\} d\Omega - \int_{\Gamma} \delta\{u\}^T \{t\} d\Gamma = 0 \quad (10)$$

ここで $\{b\}$ は物体力、 $\{t\}$ は境界における表面力、 Ω は領域、 Γ は境界である。

2.4 要素における流れの連続方程式の定式化

水頭 h を次のように定義する。

$$\gamma h = \gamma z + p \quad (11)$$

ここで γ は水の単位体積重量であり、 z は鉛直上向きを正とする座標である。要素内の間隙水の流れが Darcy の法則に従うと仮定すると、流れの速度 v は次式で表される。

$$\{v\} = -k\nabla h = -k\nabla \left(\frac{\gamma z + p}{\gamma} \right) \quad (12)$$

ここで、 k は透水係数マトリックスであり、等方体ではスカラーである。流れの連続式はコンクリート粒子が非圧縮性であると仮定すると、次式のように表される。

$$\frac{d\epsilon_v}{dt} = q - \nabla^T \{v\} \quad (13)$$

ここで、 ϵ_v は体積ひずみで、全ひずみを用いて表すと

$$\epsilon_v = \{m\}^T \{\epsilon\} \quad (14)$$

となる。従って、式(12)式(14)を式(13)に代入することにより次式のような流れを支配する微分方程式を得る。

$$\{m\}^T \frac{d\{\epsilon\}}{dt} = q + \nabla^T k l \nabla (\gamma z + p) \quad (15)$$

ここで、 $kl = \frac{k}{\gamma}$ であり、 q は外部からの流入量である。

2.5 釣合方程式と連続方程式の有限要素による離散化と結合

節点変位 $\{\bar{u}\}$ 、節点間隙水圧 $\{\bar{p}\}$ 、節点温度 $\{\bar{T}\}$ を用いると、要素内の任意の変位、間隙水圧、温度、ひずみは次式で表される。

$$\{u\} = N\{\bar{u}\} \quad , \{p\} = \bar{N}\{\bar{p}\} \quad , \{T\} = \bar{N}\{\bar{T}\} \quad , \{\varepsilon\} = B\{\bar{u}\} \quad (16)$$

ここで、 N は変位に関する形状関数マトリックス、 \bar{N} は間隙水圧及び温度に関する形状関数マトリックス、 B はひずみ-変位マトリックスである。式(16)を用いて式(10)式(15)を変換すると、それぞれ次式のようになる。

$$K_T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - L \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} - A \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} - \frac{d\{f\}}{dt} = 0 \quad (17)$$

$$-H\{\bar{p}\} - L^T \frac{\{\bar{u}\}}{dt} + \{fp\} = 0 \quad (18)$$

$$K_T = \int_{\Omega} B^T D_T B d\Omega \quad , L = \int_{\Omega} B^T \{m\} \bar{N} d\Omega \quad , A = \int_{\Omega} B^T D_T \{m\} \alpha \bar{N} d\Omega$$

$$H = \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T k_l \nabla \bar{N} d\Omega \quad , f = \int_{\Omega} N^T \{b\} d\Omega + \int_{\Gamma} N^T \{t\} d\Gamma$$

$$fp = \int_{\Omega} \bar{N}^T q d\Omega - \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T k_l \nabla \gamma z d\Omega$$

式(17)式(18)を結合してマトリックス表示すると次式となる。

$$\begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & -[H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_T] & -[L] \\ -[L]^T & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} \\ \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{d\{f\}}{dt} + A \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} \\ -fp \end{Bmatrix} \quad (19)$$

しかし任意の境界条件のもとで式(19)の解を陽な形で得ることはきわめて困難であり、さらに非線形な応力-ひずみ関係を用いるため、数値解析によらざるを得ない。本研究では、次式のような、近似はやや粗いものの、安定な差分として最も簡単な後退差分を用いることにする。

$$\begin{bmatrix} K_T & -L \\ -L^T & -H \Delta t_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{u}_i \\ \Delta \bar{p}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta f_i + A \Delta T_i \\ -fp_i \Delta t_i + H \bar{p}_{i-1} \Delta t_i \end{Bmatrix} \quad (20)$$

3. 解析方法

3.1 概説

本研究では図-1に示す解析モデルを8節点アイソパラメトリック要素に分割し温度解析、温度応力解析を行った。境界条件としては、温度解析では上面、下面を断熱面、側面を熱流出面と考え、温度応力解析では上面、下面の鉛直方向変位を固定し、表面の間隙水圧を0とした。

3.2 物性値など諸パラメーターについて

本研究では基礎的検討として、セメントペーストの弾性係数以外の物性値を時間に依らず一定とし解析を行った。また、セメントペーストの弾性係数については井上[3]の実験値を線形補間し、材令との関係を得た。図-2に弾性係数-材令関係、表-1に解析に用いた物性値などを示した。

3.3 解析ケース

解析においては、間隙水圧を考慮した場合(透水係数は $1.0 \times 10^{-12} \text{cm/s}$)と考慮しない場合においての内部有効応力-材令関係、および透水係数を $1.0 \times 10^{-7} \text{cm/s}$ 、 $5.0 \times 10^{-8} \text{cm/s}$ 、 $2.0 \times 10^{-8} \text{cm/s}$ として、内部間隙水圧-材令関係を求め、間隙水圧が有効応力に及ぼす影響、および温度変化が間隙水圧に及ぼす影響について考察した。

表-1 解析モデルの諸元

弾性係数 (骨材) (kgf/cm^2)	ポアソン比 (骨材)	ポアソン比 (セメント ペースト)	線膨張係数 (K^{-1})	ϕ_0 (度)	ϕ_u (度)	C_0 (kgf/cm^2)
2.0×10^5	0.16	0.16	1.0×10^{-5}	30.0	40.0	5.0
m_1	β	f_t (kgf/cm^2)	外気温 ($^{\circ}C$)	最高温度 ($^{\circ}C$)	単位セメント量 kg/m^3	体積比 骨材：セメントペースト
1.0	0.6	20.0	30.0	60.0	370.0	7:3

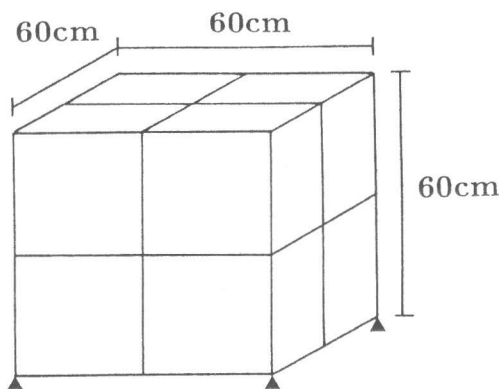


図-1 解析モデル

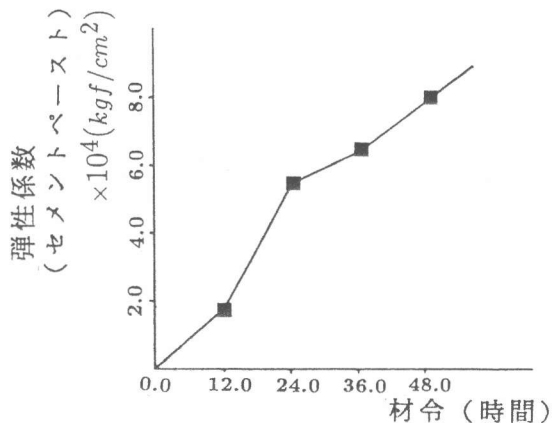


図-2 弾性係数 (セメントペースト) - 材令関係

4. 解析結果および考察

4.1 温度解析結果

図-3 に解析より得られた温度-材令関係を示す。材令 12 時間後に温度は最高に達しており、中心では $46.5^{\circ}C$ 、表面では $40.3^{\circ}C$ である。

4.2 有効応力の間隙水圧による影響

図-4 に間隙水圧を考慮した場合、および考慮しない場合の内部鉛直方向有効応力-材令関係を示す。本解析では塑性を考慮しており、このため温度応力は引張降伏後において、通常の弾性解析で計算された値よりも小さくなる。さらに間隙水圧を考慮に入れることにより、降伏以前ではこれを無視したものに比べて全体に大きな応力が発生している。応力の発生状況は温度上昇にしたがい圧縮応力が発生し、最高温度時で圧縮応力は最大となる。そして温度低下に伴い、圧縮応力は低下し、引張域まで達してついには破壊に至る。ここでは透水係数に $1.0 \times 10^{-12} cm/s$ という非常に小さな値を用いたため、間隙水圧の影響が顕著に現れた。

4.3 間隙水圧の温度変化による影響

図-5 に透水係数の違いによる内部間隙水圧-材令関係を示す。有効応力は温度に依存した形で変化するのに対し、間隙水圧は温度の材令に対する勾配にしたがって変化している。間隙水圧の発生状況は、コンクリート打設直後では温度勾配が非常に大きいため、間隙水圧は非常に大きな引張を生じている。さらに、コンクリート温度が最高となる時 (勾配が 0)、間隙水圧は 0 になり、温度勾配が負になると間隙水圧は徐々に圧縮となる。さらに材令が経つにつれ温度勾配が 0 に近づくと、間隙水圧も 0 に近づく。したがって、外力が作用しない構造物では温度履歴がわかれば、間隙水圧の発生を予測することができるものと思われる。本研究ではコンクリート粒子、水粒子の非圧縮性

を仮定しているため、間隙水圧を過大評価していると思われるが、間隙水圧発生メカニズムについてある程度評価することができた。

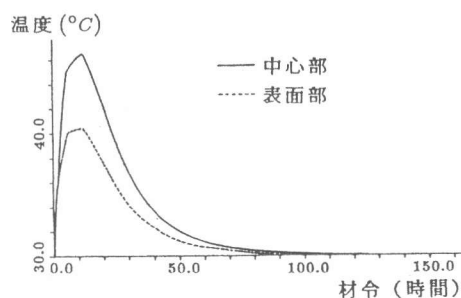


図-3 温度-材令関係

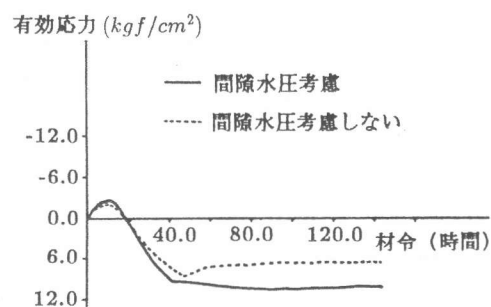


図-4 内部鉛直方向有効応力-材令関係

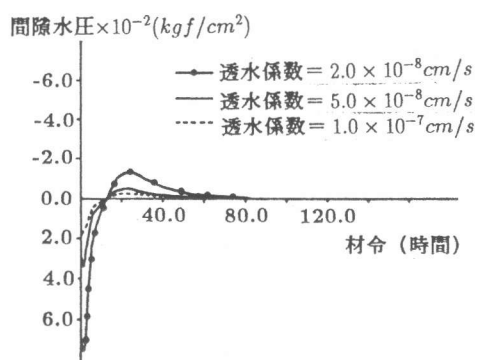


図-5 内部間隙水圧-材令関係

5. 結論

若材令コンクリートを弾塑性多孔質材料としてモデル化し、温度解析、温度応力解析を行った結果、次のようなことがわかった。

(1) 間隙水圧を考慮することにより、有効応力は、間隙水圧を考慮しない場合よりも大きく発生する。また、有効応力は温度に依存して変化する。

(2) 間隙水圧は温度勾配と密接な関係があることが認められた。これにより間隙水圧の発生を予測することが可能であると思われる。

本研究においては、コンクリート粒子を非圧縮と仮定しているため、計算された間隙水圧が過大評価されていると考えられる。そのため、今後の課題としてはコンクリート粒子の応力による体積変化を考慮した解析を行うことが挙げられる。

参考文献

- 1) Chen, W.F., 色部 誠訳 : コンクリート構造物の塑性解析、九善株式会社、pp.221-223, 1985
- 2) 呉 智深、田辺忠顕 : A Hardening/Softening Model of Concrete Subjected to Compressive Loading, 構造工学論文集、Vol.36B、pp153-161, March.1990
- 3) 井上 健 : 若材令コンクリートの変形挙動に関する研究、名古屋大学修士論文、1990